



MODELAGEM MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO AMBIENTAL: JOGOS DE LINGUAGEM DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Michelle Fernanda da Silva
Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP
miih.mf@live.com

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP
barbara.palharini@uenp.edu.br

Resumo

O presente artigo, tem por objetivo investigar os usos da linguagem de alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática quando o foco é a Educação Ambiental. As atividades implementadas foram planejadas e desenvolvidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, junto aos componentes curriculares Matemática e Ciências Tecnologia e Sustentabilidade com vinte alunos do 4º ano. A partir das atividades desenvolvidas, dados foram coletados por meio de registros escritos, fotos, vídeos e anotações em um diário de campo pessoal. Uma análise qualitativa e interpretativa foi feita sobre os usos da linguagem feitos pelos alunos e permitiu abordar as fases da atividade de modelagem matemática e como essas se articulam aos elementos da Educação Ambiental abordados na atividade, bem como os jogos de linguagem dessas esferas se manifestam no trabalho dos alunos. Por fim, são apresentadas reflexões acerca do papel da matemática e da modelagem, bem como possibilidades para uma educação sustentável.

Palavras-chave: Educação Matemática. Educação Sustentável. Wittgenstein.

Introdução

A Educação Matemática vem sendo pauta de muitas discussões nos últimos anos, quanto a diferentes formas de potencializar o ensino e a aprendizagem e torná-los processos efetivos para alunos, professores e para a sociedade. Documentos oficiais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o Referencial Curricular do Paraná (RCP), e o Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP) apresentam a importância da articulação de diferentes campos no ensino para que a aprendizagem seja mais eficaz (Brasil, 2018; Paraná 2018, 2021).

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o ensino de matemática é uma das bases para o desenvolvimento de diferentes competências que os estudantes utilizarão em seu percurso escolar e principalmente no seu dia a dia. A BNCC argumenta que o desenvolvimento do letramento matemático é fundamental para que os estudantes consigam perceber que os conhecimentos matemáticos são essenciais para atuarem no mundo como cidadãos participantes:

[...] a expectativa é que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número. Além disso, devem resolver problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área (de triângulos e retângulos) e capacidade e volume (de sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medida padronizadas mais usuais (Brasil, 2018, p. 273).

Nesse ínterim, o uso da modelagem matemática em sala de aula é uma prática que vai ao encontro dos objetivos para o ensino e a aprendizagem de matemática delineados nos documentos oficiais. Sendo tema de pesquisa desde 1970 (Biembengut, 2009), a implementação de atividades de modelagem matemática aos Anos Iniciais possibilita que os alunos consigam visualizar a matemática de forma menos abstrata, pois trabalha com temas de seus interesses ou que estejam ligados ao seu cotidiano. A articulação com temas transversais, por exemplo, é uma forma de significar a matemática, pois por meio dela é possível resolver problemas do cotidiano (Souza; Barbosa, 2014).

A BNCC possui seis temas transversais e os alinha com a agenda 2030 determinada pela Organização das Nações Unidas (ONU), que visa alcançar dezessete Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS), sendo esses, os maiores problemas enfrentados no Brasil. Esses objetivos foram traçados em busca do desenvolvimento sustentável, da conservação do planeta e de seus recursos.

Dentre os temas transversais, a articulação da Educação Ambiental com a Educação Matemática é uma possibilidade que pode propiciar aos alunos reflexões sobre uso sustentável dos recursos naturais disponíveis (Pinto; Quaresma, 2022). A partir do uso de atividades de modelagem matemática diferentes temas relacionados a sustentabilidade podem ser trabalhados, como consumo excessivo, esgotamento dos recursos naturais, poluição ambiental, desmatamento, reflorestamento, preservação do meio ambiente, desperdícios, animais em extinção, aquecimento global, mudanças climáticas, entre outros temas que afetam a qualidade de vida e o planeta.

A interdisciplinaridade acontece pela integração de discussões pertinentes adicionadas aos componentes curriculares de forma contextualizada. Levar pautas como essas para a sala de aula é uma forma de trabalhar a conscientização sustentável nos estudantes e o desenvolvimento do senso crítico em relação a diferentes temas importantes.

Neste contexto, este artigo tem por objetivo investigar os usos da linguagem de alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática quando o foco é a Educação Ambiental. O texto compreende a apresentação do referencial teórico que embasou este trabalho, os aspectos metodológicos, análise e discussão dos dados.

Da Educação Ambiental ao uso de atividades de modelagem matemática em sala de aula

Sobre Educação Ambiental

Ao falar em Educação Ambiental (EA) é importante destacar que ela vai muito além do que se compreende por meio ambiente ou natureza. O termo, já utilizado há tempos, surgiu em meio a reuniões globais e no século XX ganhou notoriedade pelas preocupações que surgiam em várias partes do mundo devido às ações humanas para com o meio ambiente (Menezes, 2021).

No Brasil, a Lei n.º 9.795, de 27 de abril de 1999, estabeleceu a definição para o que seria a EA:

Art. 1.º Entendem-se por Educação Ambiental os processos por meio dos quais o indivíduo e a coletividade constroem valores sociais, conhecimentos, habilidades, atitudes e competências voltadas para a conservação do meio ambiente, bem de uso comum do povo, essencial à sadia qualidade de vida e sua sustentabilidade.

Ainda é possível complementar que EA “é uma disciplina bem estabelecida que enfatiza a relação dos homens com o ambiente natural, as formas de conservá-lo, preservá-lo e de administrar seus recursos adequadamente” (Unesco, 2005, p. 46).

A implementação da EA nas escolas, seja no currículo específico das disciplinas ou como tema transversal é importante, pois por meio dela os alunos estarão discutindo assuntos que envolvem questões ambientais, e isso pode proporcionar a ampliação de diferentes percepções sobre o assunto, oportunizando um novo olhar sobre o ambiente que os rodeiam e a conservação ambiental (Medeiros et al., 2011). A EA procura “assegurar que o futuro do planeta esteja equilibrado no que se refere a natureza” (Medeiros et al., 2011, p.4), por isso, ao se falar em EA, um dos temas que emergem é a sustentabilidade, bem como temas que permitem resguardar o futuro do planeta e o zelo por seus recursos naturais. Diante disso, as ODS precisam ser discutidas também em sala de aula, pois as mudanças ocorrem quando cada um faz a sua parte, e uma das alternativas que visamos defender neste artigo é por meio do uso de atividades de modelagem matemática.

Sobre Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, diferentes documentos oficiais, como a BNCC, o CREP, e RCP, apresentam diferentes possibilidades metodológicas para o ensino de matemática com o intuito do desenvolvimento do letramento matemático e de outras competências. Em meio as diferentes possibilidades para o ensino de matemática, a modelagem matemática é uma alternativa pedagógica que permite a interdisciplinaridade e a abordagem de diferentes temas da realidade (Almeida; Brito, 2005), isso porque ela possibilita o uso de recursos matemáticos para solucionar problemas que não são originados da matemática (Sousa, 2017).

Os temas investigados por meio da modelagem matemática podem ser oriundos de diferentes meios, estando presentes no cotidiano dos estudantes, sendo assuntos de seu interesse, temas transversais ou tópicos que estão repercutindo nas diferentes mídias. O intuito é fomentar reflexões a respeito dos temas trabalhados, aprimorar o pensamento crítico e propiciar um novo olhar em relação a matemática, para que a percebam como a componente importante para as práticas e atividades humanas (Sousa; Tortola; Almeida, 2014).

Por meio de uma atividade de modelagem matemática, é possível representar problemas da realidade utilizando a linguagem matemática através de soluções encontradas fazendo uso de modelos matemáticos¹ (Bassanezi, 2009). Por possuir um teor investigativo, as atividades de modelagem matemática oportunizam que os estudantes desenvolvam diferentes habilidades, aprendendo a indagar, pensar, buscar e recolher informações e a usar a matemática para compreender diferentes problemas. Para Sousa (2017, p. 49) “a Matemática está ali como um meio de analisar tais situações e lê-las utilizando de recursos e técnicas específicas à linguagem matemática”.

A implementação de atividades de modelagem nos anos iniciais pode, por vezes desenvolver alguns questionamentos quanto à forma como os alunos coletarão informações, como as usarão, ou ainda que matemática utilizarão, porém, essa alternativa pedagógica pode possibilitar o aprimoramento da tomada de decisão, a maturação em relação ao desenvolvimento e reconhecimento de modelos matemáticos e o trabalho cooperativo, os envolvendo em todos os processos de investigação (Tortola 2012; 2016). Além disso, Luna, Souza e Santiago (2009) apontam que:

[...] quando os alunos das séries [anos] iniciais desenvolvem uma atividade de Modelagem Matemática, eles ampliam as suas competências matemáticas, tornando-se hábeis na resolução de problemas e no processo de modelagem, além de serem mais propensos a desenvolverem outras atividades pautadas em situações reais, com enfoque interdisciplinar (Luna; Souza; Santiago, 2009, p.140).

Em relação a esse apontamento, a modelagem matemática nos anos iniciais, num contexto interdisciplinar, é um caminho que pode oportunizar que os estudantes, através de investigações, façam uso da linguagem matemática, utilizando os conhecimentos que já possuem para adquirir novos conhecimentos. O professor é fundamental nessa fase do ensino e da aprendizagem, pois o seu papel é de intermediar as investigações realizadas pelos estudantes, os ajudando no processo sem interferir em suas conjecturas, nos anos iniciais podendo orientar o caminho, quando necessário,

¹ “A criação de um modelo matemático depende da situação que se deseja representar, bem como daquele que visa representar essa situação. Deve possibilitar a interpretação, por meio de uma linguagem matemática, da situação em questão, levando em conta o corpo de conceitos e regras da Matemática, mas também permitindo a interação entre essa linguagem matemática e a linguagem do fenômeno sob investigação” (Tortola, 2012, p. 31).

mostrando diferentes formas de pensar o tema investigado. Ao implementar uma atividade de modelagem matemática, poderá fazer questionamentos partindo de uma situação-problema inicial.

Os autores Almeida, Silva e Vertuan (2016) apresentam algumas fases que permeia o desenvolvimento de uma atividade investigativa.

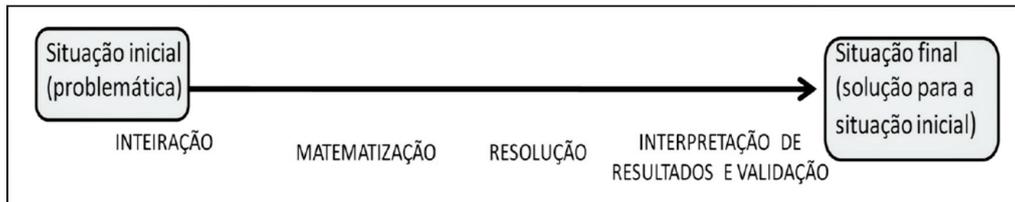


Figura 1: Fases da Modelagem Matemática

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Os autores apresentam a inteiração, como o contato inicial com situação-problema, momento para que os estudantes se inteirem sobre o tema, e formulem ou compreendam o problema a ser investigado. A segunda fase é a matematização e a trazem como o momento de entender quais são os dados que possuem e transformar a forma de representação da linguagem natural para a linguagem matemática. A resolução é a terceira fase e acentuam que é o momento de elaborar um modelo matemático, que pode ser apresentado de diferentes formas (gráficos, desenhos, equações, entre outros). E por último, é realizada a interpretação de resultados e validação, que consiste em verificar se o modelo pensado é válido para os resultados apresentados (Almeida; Silva; Vertuan, 2016).

Uma atividade de modelagem matemática não segue necessariamente a sequência das fases apresentadas, ela pode ir se desenvolvendo conforme a interação entre os estudantes for acontecendo. Por isso, “a matemática não deve ser considerada importante simplesmente por alguma definição arbitrária ou porque mais tarde ela poderá ser aplicada. Sua importância deve residir no fato de poder ser tão agradável quanto interessante” (Bassanezi, 2009, p.16).

Nessas atividades, diferentes usos da linguagem são possíveis e podem possibilitar a construção de significados pelos estudantes. Para tratar destes usos da linguagem, recorreremos ao conceito de jogo de linguagem de Wittgenstein (2013).

Os usos da linguagem e os Jogos de Linguagem

Os jogos de linguagem é tema de grande importância nas reflexões do filósofo Ludwig Wittgenstein e está conectado com as atividades regradas que fazemos com a linguagem, nas diferentes atividades humanas (Wittgenstein, 2013). A linguagem não é fixa, pode ser modificada e

adaptada conforme o contexto de uso. Nesse ponto, é possível compreender que os jogos de linguagem seriam as diferentes formas de utilizá-la. Nas palavras do filósofo:

Mas quantas espécies de frases existem? Porventura asserção, pergunta e ordem? – Há inúmeras de tais espécies diferentes de emprego do que denominamos “signos”, “palavras”, “frases”. E essa variedade não é algo fixo, dado de uma vez por todas; mas, podemos dizer, novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem surgem, outros envelhecem e são esquecidos. (As mutações da matemática nos podem dar uma imagem aproximativa disso).

A expressão “jogo de linguagem” deve salientar aqui que falar uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida.

Tenha presente a variedade de jogos de linguagem nos seguintes exemplos, e em outros:

Ordenar, e agir segundo ordens –

Descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas –

Produzir um objeto de acordo com uma descrição (desenho) –

Relatar um acontecimento –

Fazer suposições sobre o acontecimento –

Levantar uma hipótese e examiná-la –

Apresentar os resultados de um experimento por meio de tabelas e diagramas –

Inventar uma história; e ler –

Representar teatro –

Cantar cantiga de roda –

Adivinhar enigmas –

Fazer uma anedota; contar –

Resolver uma tarefa de cálculo aplicado –

Traduzir de uma língua para outra –

Pedir, agradecer, praguejar, cumprimentar, rezar.

- É interessante comparar a variedade de instrumentos da linguagem e seus modos de aplicação, a variedade de espécies de palavras e de frases com o que os lógicos disseram sobre a estrutura da linguagem (Wittgenstein, 2013, § 23).

Ao reconhecer as atividades de modelagem matemática como um jogo de linguagem e que o desenvolvimento delas geram outros jogos de linguagem, pode se ver que a linguagem possibilita diferentes caminhos, pois esse tipo de atividade se desprende das regras usuais apresentadas em sala de aula através das definições de conteúdos estabelecidas, permitindo diferentes formas de vivenciar a matemática (Almeida; Tortola, 2022).

Aspectos Metodológicos

As investigações realizadas partiram do desenvolvimento de algumas atividades de modelagem matemática em uma interdisciplinaridade entre os componentes curriculares Matemática e Ciência Tecnologia e Sustentabilidade, em uma escola municipal pública de ensino em tempo integral. A implementação das atividades ocorreu no decorrer de dez horas-aula com uma turma do 4º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e foram planejadas de modo a trabalhar assuntos importantes a serem discutidos em sala de aula com o intuito de abordar a educação ambiental e trazer novas experiências investigativas proporcionadas pela modelagem matemática.

Participaram das atividades vinte estudantes que foram divididos em cinco grupos (Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4 e Grupo 5). As atividades contemplam assuntos pertinentes à Educação Ambiental. A Atividade 1 “O que é Sustentabilidade?” é um questionário composto por sete perguntas referentes a temática; a Atividade 2 “Lixo na Escola” é uma atividade adaptada após leitura do livro “Modelagem Matemática na Educação Básica” (Almeida; Silva; Vertuan, 2016), e a Atividade 3 “Água! Usamos conscientemente?”, que foi elaborada a partir dos temas sugeridos pelos alunos durante a realização da Atividade 1.

Os dados foram coletados por meio de registros escritos, fotos, vídeos e um diário de campo pessoal, um instrumento que permite registrar observações importantes antes, durante e após a aplicação das atividades, e um revisitar que possibilita reflexões em relação ao planejamento e as ações a serem tomadas (Lima; Miotto, Dal’ Pra, 2007).

Análise dos dados e Discussão dos Resultados

Para o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, primeiramente os estudantes se dividiram em grupos e foram questionados sobre os entendimentos que tinham acerca da Sustentabilidade² (Quadro 1).

<p>Atividade 1</p> <p>SUSTENTABILIDADE</p> <p>EM GRUPO PENSE, REFLITA E RESPONDA.</p> <p>QUESTIONÁRIO</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. O QUE É SUSTENTABILIDADE? 2. O QUE SIGNIFICA SER UMA PESSOA SUSTENTÁVEL? 3. VOCÊ SE CONSIDERA UMA PESSOA SUSTENTÁVEL? EXPLIQUE. 4. POR QUE É IMPORTANTE FALARMOS SOBRE SUSTENTABILIDADE? 5. COMO PODEMOS CONTRIBUIR PARA A SUSTENTABILIDADE AMBIENTAL? 6. EM MEIO AO AMBIENTE EM QUE VIVEMOS QUAIS SÃO OS HÁBITOS NÃO SUSTENTÁVEIS QUE PREJUDICAM O MEIO AMBIENTE? 7. QUAIS PROBLEMAS PODEMOS INVESTIGAR EM RELAÇÃO A SUSTENTABILIDADE NA BUSCA DE ENCONTRAR POSSÍVEIS SOLUÇÕES? <p>ATITUDES SUSTENTÁVEIS PODEM MUDAR O NOSSO FUTURO!</p> <p>Primeiramente foi perguntado o que é sustentabilidade?</p> <p>Grupo 1: “Professora, eu falei que é economia, social e ambiental. Aí, eu queria explicar professora sobre essas três coisas que eu falei. Economia é para</p>	<p>Os alunos também refletiram sobre o porquê é importante falar sobre sustentabilidade.</p> <p>Grupo 2: “Para saber mais sobre sustentabilidade, para ajudar o meio ambiente, para aprender a quando você for comprar alguma coisa no mercado, rever se você já não tem em casa para não estragar”.</p> <p>Grupo 3: “Para a pessoa aprender a não ficar fazendo as coisas erradas, como não jogar lixo no chão, quando tiver dirigindo não jogar coisa fora, porque muita gente acaba jogando coisa fora e acaba caindo no esgoto”.</p> <p>Grupo 5: “Pra gente aprender a como cuidar do meio ambiente, como a gente não botar fogo, não cortar as árvores, não matar os animais”.</p> <p>Na sequência, os grupos citaram formas de contribuir para a sustentabilidade ambiental.</p> <p>Grupo 1: “Não cortar as árvores, não matar os animais, não jogar lixo no chão, não desmatar as árvores, não jogar lixo nos bueiros, não usar muito carro... moto, não usar muito carro particular porque isso pode poluir o ar da gente, pesa muito nosso ar, a gente tem que usar mais transporte público, andar mais de a pé, andar de bicicleta, fazer o bem para a nossa vida e fazer o bem para a vida de todos”.</p> <p>Grupo 2: “Não jogar lixo na natureza, não tacar fogo nas árvores, não cortar as árvores, usar menos fábricas se não</p>
--	---

² De forma introdutória, foi entregue um questionário, Atividade 1, para que pudessem pensar sobre o assunto e discutir com os colegas de grupo sobre as questões. A coleta de dados desse questionário ocorreu por registros escritos, mas também de áudio/vídeo, em que os grupos responderam às questões utilizando seus conhecimentos prévios, que podem ter sido adquiridos em seu meio de convívio, na escola, e pelos meios de comunicação.

<p><i>você economizar e não gastar tanto, não deixar as torneiras abertas, quando escovar o dente você desliga. E social... é as pessoas. E o ambiental é você cuidar das plantas, não jogar lixo no chão e é isso”.</i></p> <p>Grupo 2: <i>“É uma forma de ajudar o mundo e o meio ambiente”.</i></p> <p>Em seguida os alunos responderam o que significa ser uma pessoa sustentável.</p> <p>Grupo 1: <i>“Ser uma pessoa cuidadosa com o meio ambiente”.</i></p> <p>Grupo 3: <i>“É não ficar sujando o planeta, ser uma pessoa sustentável”.</i></p> <p>Grupo 4: <i>“É ser uma pessoa que cuida do meio ambiente, das flores, das plantas, das árvores, que cuida do planeta”.</i></p>	<p><i>vai poluir o ar [...]”.</i></p> <p>Grupo 5: <i>“Não jogar fogo nos matos, não cortar árvores, se cortar plantá-las novamente, não deixar a torneira pingando”.</i></p> <p>Em relação à questão sete os alunos responderam quais problemas eles percebem em relação a sustentabilidade no meio em que eles vivem.</p> <p>Grupo 1: <i>“Deixar as torneiras abertas é um grande problema, pois nosso mundo precisa de água para tomar banho, para fazer comida, a gente precisa de água para tudo. E se a gente deixar as torneiras abertas a gente vai estar desperdiçando água e isso é um problema”.</i></p> <p>Grupo 4: <i>“A gente pode investigar como ajudar o meio ambiente tirando a sujeira das ruas”.</i></p> <p>Grupo 5: <i>“Se ficarem cortando as árvores, eles puderem plantar mais”.</i></p>
---	---

Quadro 1 - Entendimentos sobre Sustentabilidade – Atividade 1

Fonte: as autoras.

De forma geral, os alunos se consideram pessoas sustentáveis porque sabem o que prejudica o meio ambiente e disseram realizar ações para protegê-lo. Essa inteiração com o tema proporcionou que as práticas com a linguagem emergissem e os jogos de linguagem dos alunos se mobilizassem em diferentes significados de sustentabilidade. Neste contexto, os estudantes relataram práticas pessoais em relação a como ser uma pessoa sustentável, realizaram suposições sobre o que é ser sustentável baseados no que veem como sustentabilidade. Expressaram formas de contribuir para um meio ambiente saudável e observaram diferentes problemas sustentáveis existentes. Cada uso da língua e parte da atividade realizada constitui um jogo de linguagem, pequenas atividades regradas que os alunos fazem e manifestam na linguagem.

A partir disso, os estudantes começaram a refletir sobre o lixo gerado na escola. Foram mantidos os grupos divididos durante a Atividade 1 e juntos refletiram sobre o assunto e a situação-problema inicial “será que o lixo gerado pode ser diminuído?”, “como podemos medir a quantidade de lixo gerado na escola?”. Em relação à primeira pergunta, a professora fez algumas indagações para ajudar os alunos a pensarem sobre o assunto: *“Professora: vocês acham que a escola gera bastante lixo? Se sim, por quê? Que tipo de lixo é gerado na escola? É possível diminuir o lixo gerado?”.* Nesse momento, os alunos interagiram entre si dentro de seus grupos e conversaram sobre as perguntas que foram feitas para chegarem a uma resposta.

Será que o lixo gerado pode ser diminuído?				
Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
<i>Sim, se cada um fizer a sua parte. Usar menos papel, apontar menos o</i>	<i>Sim, cada pode observar o lixo que gasta e economizar. Jogar menos papel</i>	<i>Pegando o tanto que vai comer. Não desperdiçar comida. Usar a fruta ou legume</i>	<i>Sim, só apontar o lápis quando for necessário. Parar de usar o papel e</i>	<i>Sim, na escola se joga muita comida fora e nas salas muito papel. Se for</i>

<i>lápiz, não jogar comida fora.</i>	<i>fora e reutilizar.</i>	<i>que tiver pouco estragado cortando essa parte fora. Ajudar a limpar a escola. Não desperdiçar a água e colocar na medida certa.</i>	<i>jogar no lixo.</i>	<i>jogado menos comida e menos papel o lixo diminuirá.</i>
Como podemos medir a quantidade de lixo gerado na escola?				
Grupo 1 <i>Contar por pessoa, por sala. Ver quantos lixo tem na escola. Contar por lixeira. Contar por pessoa e juntar.</i>	Grupo 2 <i>Podemos ver a quantidade de lixeiras no banheiro, na e frente e atrás da escola, das salas de aula, comida jogada fora, lixo do parquinho, da sala de música, da sala de informática, do lado de fora da escola e somar tudo.</i>		Grupo 3 <i>Podemos ver quanto de lixo orgânico e jogado fora perguntando para a cozinheira.</i>	
Grupo 4 <i>Ver quantas lixeiras tem nas salas de aula, ver o tamanho da lixeira. Usar a altura, nós podemos medir usando uma régua e girando ela formando um círculo, ou pegar um barbante até fechar o círculo aí nós teremos a largura.</i>			Grupo 5 <i>Pegue um copo medidor enche ele de água e coloque dentro da lixeira e vai enchendo com o copo medidor cheio de água até encher e ver quantos copos foram usados.</i>	

Quadro 2 - Transcrição dos registros escritos dos grupos após inteiração inicial – Atividade 2

Fonte: As autoras.

Após esse momento inicial, houve a necessidade de reestruturar a situação-problema, pois os alunos começaram a pensar em como mensurar a quantidade de lixo gerado. Como abordado por Almeida, Silva e Vertuan (2016), as fases de inteiração e matematização se complementam e é o momento de formular hipóteses, simplificações e investigar a situação gerada. Como a escola era grande e a coleta total de lixo seria difícil, foi sugerido que os alunos poderiam focar em alguma parte específica da escola ou em um tipo de lixo: calcular o lixo gerado nas salas de aula (Grupos 1, 2, 4 e 5); calcular a quantidade de lixo orgânico (Grupo 3). Os Grupos 1, 2 e 4 pensaram em medir o tamanho da lixeira da sala de aula e juntar todas as salas para ter a quantidade de lixo. Os alunos do Grupo 5 também tiveram um pensamento semelhante, mas ao invés de medir o tamanho da lixeira, pensaram em usar um copo medidor para saber o quanto cabe dentro da lixeira. Mesmo não tendo sido expostos a cálculos de capacidade, eles já conseguiam fazer algumas relações gerais. E o Grupo 3 perguntou para a cozinheira e calculou o gasto do mês.

A partir de algumas decisões que foram tomadas, iniciou-se a coleta de dados, e nesse momento, uso da linguagem natural em anotações para a matematização inicial. Em seguida, após dados coletados, os grupos começaram a pensar em formas de calcular o tamanho dos recipientes em que o lixo é jogado para verificar a quantidade gerada (Quadro 3).

Grupo 1	Grupo 2
----------------	----------------



Altura da lixeira



Circunferência da lixeira



Altura da lixeira



Circunferência da lixeira

Uso da fita métrica para medir:

Quantidade de salas de aula: 12

Formato da lixeira: Cilindro

Altura: 29 cm

Boca da lixeira: 74 cm

$74 \text{ cm} \times 29 \text{ cm} = 2146 \text{ cm}$

Uso da fita métrica para medir:

Abertura da boca da lixeira: 74 cm

Altura do comprimento: 29 cm

$74 \text{ cm} \times 29 \text{ cm} = 2146 \text{ cm}$

Grupo 3



Altura do balde



Circunferência do balde

Os alunos do grupo 3 perguntaram para a cozinheira quanto de lixo orgânico era gerado por dia para que eles pudessem calcular a quantidade de lixo de um mês. Elas disseram não saber a quantidade, mas que era em média cinco baldes por semana. Então eles pegaram um desses baldes para medi-lo.

Uso da fita métrica para medir:

Boca da lixeira: 110 cm

Altura: 43 cm

Após as medições eles observaram que o balde apresentava um adesivo dizendo que a capacidade era de 30 litros Sabendo que cada semana em média era gerado cinco baldes de lixo orgânico pensaram em utilizar esse resultado e calcular por semana.

$30 \text{ litros} \times 5 \text{ baldes} = 150 \text{ litros por semana}$

Quadro 3 - Coleta de dados e resoluções – Grupos 1, 2 e 3

Fonte: As autoras.

Durante o desenvolvimento da coleta de dados e resolução, a professora mediu junto aos grupos quando necessário, disponibilizando meios de medição que utilizaram e ensinando a usá-los corretamente. Na sequência, foi realizado um momento de compartilhamento, no qual cada grupo comunicou suas investigações para os outros grupos. Nesse momento, eles puderam observar se eles tiveram a mesma linha de raciocínio ou se seguiram caminhos diferentes.

Na atividade em questão a modelagem matemática é um jogo de linguagem que visa dar um entendimento sobre a situação apresentada, porém, o que o aluno investiga se constitui além do que foi perguntado, o aluno pensa em como medir a quantidade de lixo gerado, mas a investigação acontece quando surge uma nova pergunta mais direta “qual a quantidade de lixo gerado” (Almeida, 2014). As regras estabelecidas nesse momento, modificam-se, pois ‘o como’ o aluno pode apresentar diferentes possibilidades, mas a forma de representar a quantidade é o papel da

matemática. Ao passo que a atividade foi se desenvolvendo, diferentes regras foram surgindo, ao ponto que diferentes jogos foram sendo usados. Levantar hipóteses, formular questões a serem respondidas, coletar dados e fazer medidas, apresentar resoluções são diferentes jogos de linguagem usados pelos alunos.

Ao fim da comunicação, a professora fez uma explanação sobre as investigações realizadas e os alunos foram questionados se conseguiram mensurar a quantidade de lixo gerado e, caso não, o que faltou. O Grupo 4 expressou “que geralmente ao fim do dia a lixeira está cheia e que isso pode ocorrer nas outras salas” e o Grupo 5 complementou “sabemos quantos litros cabem na lixeira, mas não o total de lixo”. Foi um momento para conversar sobre as diferentes possibilidades e as diferentes unidades de medida, e quando se usa cada tipo. Foi proposto aos alunos um modo diferente de medir a quantidade de lixo. A professora perguntou aos alunos: “Vocês acham que é possível medir o total de lixo de toda a escola?”, muitos acreditam que sim, mas pela escola ser muito grande, poderiam escolher um, como fizeram em seus grupos. Foi proposto que fizessem a coleta do lixo das salas ao fim do período, por uma semana, para que pudessem ter uma média da quantidade gerado no mês.

Atividade 2 – Lixo na Escola	
<p>Definição de hipóteses:</p> <ul style="list-style-type: none"> Quantidade de lixo recolhida na salas de aula durante uma semana pode representar a média de lixo gerado nesse setor. <p>Lixo coletado durante uma semana das salas de aula:</p> <p>Saco 1 = 2,9 kg; Saco 2 = 0,45 kg; Saco 3 = 0,7 kg</p>	<p>Modelo matemático da situação:</p> <p>M = média do lixo gerado L = quantidade de lixo (em kg) S = salas de aula</p> $M = \frac{L}{S}$ $M = \frac{2,900 + 0,450 + 0,700}{12}$ $M = \frac{4,05}{12}$ <p>M = 0,337 Kg por sala de aula</p> <p>Obs.: Importante destacar que a maior parte do lixo gerado na sala é reciclável, como plástico e papel.</p>



Quadro 4 - Modelo Matemático

Fonte: As autoras.

Uma terceira atividade foi desenvolvida pelos alunos após reflexões desde o início da Atividade 1, no decorrer de quatro aulas. Como durante a Atividade 2 foi falado sobre o lixo gerado, na próxima atividade foi proposto trabalhar com o desperdício de água, tema apontado por eles. Para introdução do assunto, os alunos tiveram um texto de apoio falando sobre a importância da água, sobre o seu uso e reflexões sobre o uso consciente. Os grupos uniram-se novamente e iniciou-se a interação, conversaram e demonstraram entre si como cada um lavava a mão para que observassem se lavavam corretamente. Algumas hipóteses foram levantadas em relação à quantidade, alguns dizendo que gastam um copo, um litro ou dois litros de água. Na sequência,

pensaram em como poderiam medir a quantidade de água que eles gastavam para lavar as mãos. Os grupos 1 e 5 deram a ideia de fechar o fundo do tanque e, após lavarem as mãos, medir a quantidade de água que ficaria. A professora questionou “como vocês mediriam essa quantidade, pois só olhando não conseguimos saber”. Pensando sobre o assunto, o Grupo 5 sugeriu usar um copo medidor como na atividade anterior.

O Grupo 2 teve uma ideia parecida, mas ao invés de fechar o tanque, pensaram em colocar um balde embaixo, pois disseram “que seria mais fácil para pegar a água”. Os Grupos 3 e 4 pensaram em fazer como os leitores de água e falaram “podemos olhar o relógio de água”. Então, a professora perguntou a eles se eles sabiam como ler um hidrômetro, eles disseram que não e alguns alunos nem o conheciam. Nesse momento, criou-se uma expectativa, então todos foram até o hidrômetro ‘relógio de água da escola’ para ver como funcionava. Outro ponto levantado por alguns alunos é que “o relógio não para, não tem como usar”, isso porque em outros pontos da escola, torneiras poderiam estar em uso. E por isso, decidiram-se juntar aos outros grupos.

Na sequência, ocorreu a matematização das atividades, os grupos se organizaram em como os dados seriam coletados e decidiram que o melhor caminho era lavar as mãos e medir a água usada.

A Atividade 3 foi realizada de forma mais coletiva, apesar de alguns grupos apresentarem ideias diferentes, no decorrer da atividade alguns grupos se uniram para coletar os dados juntos. Conseguiram transformar a linguagem natural em linguagem matemática e descobrir quanto gastam de água. O Grupo 2 ainda conseguiu pensar em fazer uma média dividindo o total pelo número de integrantes. No geral, os alunos conseguiram refletir sobre o recurso natural e perceberam que, muitas vezes, gastam água em excesso por deixar a torneira aberta ou pingando.

Os grupos comunicaram seus resultados e conseguiram perceber que ficaram bem próximos uns dos outros. Durante o percurso das fases da modelagem matemática, a forma como os alunos se entrelaçam mostra as regras definidas por eles mesmos em um jogo definido por eles também, visto que o tema trabalhado sobre o consumo da água foi apontado por eles durante a realização da Atividade 1. Ao observar o desenvolvimento da atividade foi observado que as regras aplicadas a esse jogo são diferentes da atividade anterior, pois na atividade anterior os alunos tiveram que fazer algumas alterações em relação à problemática a ser investigada, e nesta Atividade 3 os alunos investigaram exatamente o que a atividade anuncia (Almeida, 2014).

Os jogos de linguagem que as atividades de modelagem possibilitam são diversos e eles irão transparecer dependendo do olhar do aluno para ela. Por exemplo, alguns grupos pensaram em medir diretamente a água usada para lavar as mãos, outros grupos pensaram em mensurar pelo

hidrômetro. Na modelagem matemática cada jogo de linguagem reflete o caminho do modelador quanto a sua forma de pensar e investigar os problemas, “ao adentrar no jogo de linguagem da matemática, o agir dos alunos é regulado por regras, e as fórmulas matemáticas [...] funcionam como paradigmas que os orientam em como proceder para realizar determinados cálculos” (Almeida; Tortola, 2022, p. 17).

Para se ter uma base melhor sobre a média de água gasta, foi discutido com os alunos que seria interessante recolher dados em diferentes momentos, ou em diferentes lavagens de mãos. Assim, a professora apresentou dados também recolhidos por ela.

Lavagem das mãos com a torneira aberta				
Lavagem 1	Lavagem 2	Lavagem 3	Lavagem 4	Lavagem 5
12 copos de 500 ml	15 copos de 500 ml	13 copos de 500 ml, mais 400 ml	14 copos de 500 ml, mais 200 ml	13 copos de 500 ml
$12 \times 500 \text{ ml} = 6 \text{ litros}$ $15 \times 500 \text{ ml} = 7,5 \text{ litros}$ $13 \times 500 \text{ ml} + 400 \text{ ml} = 6,9 \text{ litros}$ $14 \times 500 \text{ ml} + 200 \text{ ml} = 7,2 \text{ litros}$ $13 \times 500 \text{ ml} = 6,5 \text{ litros}$		Simplificando: $6 \text{ L} + 7,5 \text{ L} + 6,9 \text{ L} + 7,2 \text{ L} + 6,5 \text{ L} = 34,1 \text{ L}$ $34,1 \text{ L} / 5 \text{ lavagem} = 6,82 \text{ L por lavagem das mãos com a torneira aberta.}$		
Lavagem das mãos com a torneira fechada				
Lavagem 1	Lavagem 2	Lavagem 3	Lavagem 4	Lavagem 5
6 copos de 500 ml, mais 600 ml	4 copos de 500 ml	5 copos de 500 ml, mais 50 ml	4 copos de 500 ml, mais 400 ml	4 copos de 500 ml, mais 800 ml
$3 \times 500 \text{ ml} + 600 = 3,6 \text{ litros}$ $4 \times 500 \text{ ml} = 2 \text{ litros}$ $5 \times 500 \text{ ml} + 50 \text{ ml} = 2,55 \text{ litros}$ $4 \times 500 \text{ ml} + 400 \text{ ml} = 2,4 \text{ litros}$ $4 \times 500 \text{ ml} + 800 = 2,8 \text{ litros}$		Simplificando: $3,6 \text{ L} + 2 \text{ L} + 2,55 \text{ L} + 2,4 \text{ L} + 2,8 \text{ L} = 13,35 \text{ L}$ $13,35 \text{ L} / 5 \text{ lavagem} = 2,67 \text{ L por lavagem das mãos com a torneira fechada.}$		

Quadro 5 - Atividade 3 – Coleta de dados e resultados adquiridos

Fonte: As autoras.

Como observado pelos alunos, a torneira aberta influencia consideravelmente no consumo de água, e é um fator que pode contribuir para diminuir o gasto com água. Também observaram que esse uso indevido também acontece em outros momentos, como ao lavar os dentes, a louça e ao tomar banho. Essas investigações, entre outras relacionadas a sustentabilidade, são possibilidades de serem implementadas em sala de aula.

Atividades de modelagem matemática possibilitam que os lados desenvolvam significações para a matemática. Nos Anos Iniciais, esse trabalho é muito importante, pois é o momento em que as construções de sentido para os alunos estão em grande desenvolvimento, visto que estão

adquirindo a base da matemática. Mesmo sem possuírem conhecimentos aprofundados de grandezas e medidas, e com algumas confusões normais entre corpos redondos, sólidos geométricos e relações de proporção, os alunos conseguiram realizar associações entre medidas de capacidade, transformação de unidades de medidas, uso das operações básicas, uso dos instrumentos de medida e perceber a matemática como meio de responder diferentes questões.

Conclusão e considerações finais

A Educação Ambiental na modelagem matemática apresenta um assunto importante a ser levado para a escola. As discussões pertinentes a este assunto permitem diversas possibilidades para ser agregado ao ensino e junto a modelagem matemática, gera investigações que trazem significado para a matemática, mas também reflexões sobre o consumo sustentável.

No decorrer das atividades implementadas, observou-se nos alunos o interesse em investigar e buscar respostas para as situações apresentadas. Desde o início, os alunos foram desenvolvendo estratégias próprias para pensarem matematicamente. A partir da implementação das atividades de modelagem matemática, foi possível observar na prática as interligações entre as fases da modelagem apontadas por Almeida, Silva e Vertuan (2016), e que por muito vezes elas não acontecem de forma linear, pois depende da interação e da forma como os alunos irão pensar sobre a problemática apresentada, podendo acontecer de forma simultânea como observada durante a Atividade 2 e 3.

Além disso, através do questionário trabalhado na Atividade 1, foi possível perceber que possibilitar que os alunos reflexionem sobre o tema exposto é uma forma de estimulá-los para as investigações matemáticas futuras, pois primeiramente eles pensaram sobre o assunto e sobre suas práticas pessoais em relação à sustentabilidade e na sequência investigaram problemas ambientais que havia sido percebido por eles mesmos.

Em relação à matemática os jogos de linguagem utilizados pelos alunos decorreu de seus conhecimentos prévios, porém a matemática através da modelagem possibilitou a criação de novas regras, visto que em muitos momentos os alunos pensaram em usar a matemática a partir de regras que a eles ainda não haviam sido apresentadas, como volume de um cilindro, que era o formato da lixeira, transformações de unidades de medidas, capacidade de recipientes, entre outros.

A modelagem enquanto alternativa pedagógica permite que os alunos joguem diferentes jogos, ampliando as regras da matemática por intermédio das investigações realizadas por eles. Mesmo quando não chegaram a um resultado considerado adequado para aquela situação ou quando tiveram dúvidas no percurso, conseguiram criar novas hipóteses, modificando suas ideias iniciais,

ou seja, alterando as regras presentes até aquele momento na busca de encontrar uma solução. Significar a matemática é oportunizar que o aluno a veja além da sala de aula, além do que está nos livros, é mostrar a sua presença, na prática, e em meio às diversas situações presentes no cotidiano, e essa é a intenção ao se trabalhar com a modelagem matemática.

O desenvolvimento do consumo sustentável só é possível quando se entende o que é sustentabilidade e sua importância para o cuidado com os recursos naturais. A abordagem do lixo gerado na escola e do consumo de água contribuiu para que os alunos refletissem se eles estão fazendo cada um à sua parte. A Educação Ambiental alinhada à matemática mostra a importância da contextualização em sala de aula e do trabalho interdisciplinar, para que os alunos percebam que os conteúdos estudados estão conectados entre si, e são correlacionados, ou seja, a matemática adentro outros campos, assim como outros campos também estão ligados a ela.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W. Jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática. **Vidya**, v. 34, n. 1, p. 241-256, jan./jun., 2014.
- ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. O conceito de função em situações de Modelagem. **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 23, p. 63-83, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2016.
- ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E. Labirintos da linguagem: jogos de linguagem como meio de ação em atividades de modelagem matemática. **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA (IMPRESSO)**, v. 24, p. 219-243, 2022.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3.^a ed. São Paulo: Contexto, 2009.
- BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Lei nº. 9.795 de 27 de abril de 1999**. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, n. 79, 28 abr. 1999.
- LIMA, T. C. S. de; MIOTO, R. C. T.; PRÁ, K. R. D. A documentação no cotidiano da intervenção dos assistentes sociais: algumas considerações acerca do diário de campo. **Textos & Contextos** (Porto Alegre), v. 7, p. 01-12, 2007.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 135-157, jul. 2009.

MEDEIROS, A. B., et al. A Importância da educação ambiental na escola nas séries iniciais. **Revista Faculdade Montes Belos**, v. 4, n. 1, set. 2011.

MENEZES, P. K. **Educação Ambiental**. 1. ed. Recife: Editora UFPE, 2021. 85p.

PARANÁ. Escola Digital Professor. **Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP)**. Curitiba: Seed, 2021. Disponível em: <http://www.escoladigital.professor.pr.gov.br/crep>. Acesso em 30 de jul. de 2023.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial Curricular do Paraná: Princípios, Direitos e Orientações**. Curitiba: Seed, 2018.

PINTO, J. C.; QUARESMA, O. S. O ensino da matemática como contribuição para a educação ambiental. **Brazilian Journal of Development**, v. 8, p. 63032-63050, 2022.

SOUSA, B. N. P. A. **A Matemática em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana**. 2017. 316 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. O fazer Modelagem Matemática: Uma Análise à luz da Filosofia da Linguagem. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - XII EPREM, 2014, Campo Mourão. **Perspectivas e Diálogos entre os diferentes níveis de ensino**, 2014. v. 1. p. 1-17.

SOUZA, E. G.; BARBOSA, J. C. Contribuições teóricas sobre a aprendizagem matemática na Modelagem Matemática. **ZETETIKÉ (ON LINE)**, v. 22, p. 31-58, 2014.

UNESCO. **Década da Educação das Nações Unidas para um Desenvolvimento Sustentável, 2005-2014**: documento final do esquema internacional de implementação, Brasília, Brasil, 2005. 120 p.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2016. 305 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 8. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.