RACIOCÍNIO MATEMÁTICO NO 1º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANÁLISE DE UMA TAREFA EXPLORATÓRIA DE ADIÇÃO

Maria Helena Macedo da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
maria.macedo6@escola.pr.gov.br

Rosiane Novais
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
rosianendc@gmail,com

Eliane Maria de Oliveira Araman
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
eliane.araman@gmail.com

Resumo

O presente artigo traz resultados de uma investigação qualitativa na qual o objetivo foi analisar os processos de raciocínio matemático desenvolvidos por alunos do 1º. ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Apucarana-PR ao resolverem uma tarefa de caráter exploratório que abordou os conteúdos de adição e propriedade comutativa. Os dados foram coletados por meio de observação, com suporte de gravação em áudio, vídeo e fotografias. Neste artigo, apresentamos dados relativos a três duplas de alunos ao resolverem a tarefa exploratória proposta. Como resultados, observamos que os alunos, ao resolverem as tarefas, utilizaram conteúdos matemáticos relacionados à adição e percebemos que utilizaram diferentes estratégias de resolução, mobilizando os processos de conjecturar, comparar, justificar e generalizar, evidenciando que tarefas elaboradas e aplicadas numa perspectiva de ensino exploratório contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático e para a aprendizagem matemática.

Palavras-chave: Raciocínio matemático, tarefa exploratória, 1ºano do Ensino Fundamental.

Introdução

Segundo Araman e Serrazina (2020), o raciocínio matemático vem sendo objeto de estudo de muitos pesquisadores nos últimos anos, desde os anos iniciais da Educação

Básica, pois é fundamental no processo da aprendizagem matemática desde o início da escolarização. Segundo Jeannotte e Kieran (2017, p. 7), o raciocínio matemático é um "processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos". Nesse sentido, documentos curriculares como a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) e o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2020), apontam a necessidade de trabalhar com o desenvolvimento do raciocínio matemático com os alunos, uma vez que "as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente" (Brasil, 2018, p.58) são essenciais para uma aprendizagem matemática.

Quando falamos em raciocínio matemático, temos em mente que se bem desenvolvido, estimulam as funções cognitivas, sendo "contributo para a aprendizagem da Matemática enquanto disciplina lógica e coerente, para a aprendizagem da Matemática com compreensão" (Mata- Pereira, 2018, p. 1).

Nesse contexto, a BNCC (Brasil, 2018, p. 58) traz a necessidade de um ensino de matemática que possibilite "novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos". Então, cabe ao professor proporcionar, aos alunos, tarefas desafiadoras que permitam pensar, refletir, criticar, justificar e ter autonomia em sua aprendizagem. Como possibilidade, a tarefa exploratória é uma boa ferramenta para o professor, pois por meio deste tipo de tarefa é possível "descobrir novas relações entre conceitos, a ter mais segurança nas suas ideias matemáticas e a desenvolver o raciocínio e a criatividade" (Fonseca; Brunheira; Ponte, 1999, p.4).

Assim, podemos perceber que, tanto os autores que estudam o raciocínio matemático quanto os documentos curriculares, indicam a importância do desenvolvimento do raciocínio matemático desde o início da escolarização. Desta forma, realizamos a presente pesquisa, com o objetivo de analisar os processos de raciocínio matemático desenvolvidos por alunos do 1º. ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Apucarana-PR ao resolverem uma tarefa de caráter exploratório que abordou os conteúdos de adição e propriedade comutativa.

Fundamentação Teórica

Para pontuar a importância do desenvolvimento do raciocínio matemático buscamos algumas definições. Para Jeannotte e Kieran (2017, p.7), o raciocínio matemático pode ser entendido "como um processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos". Na concepção de Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 782), o raciocínio matemático é visto como "um processo que utiliza informação já conhecida para obter, justificadamente, novas conclusões". Já Lannin; Ellis e Elliot (2011) compreendem o raciocínio matemático como o processo conjunto de conjecturar, generalizar, investigar porquê, argumentar e refutar se necessário.

Jeannotte e Kieran (2017) identificaram dois aspectos referentes ao raciocínio matemático: a estrutura e o processo. O aspecto estrutural envolve a dedução, a indução e a abdução. No que se refere aos processos, os mesmos autores apresentam oito processos que compreendem conjecturar, comparar, classificar, identificar padrões, generalizar, justificar, provar e demonstrar. Portanto, a estrutura e o processo são perspectivas de entendimento para o raciocínio matemático, uma vez que as "estruturas são parte do aspecto de processo do raciocínio matemático e os processos contribuem para a construção dessas estruturas" (Jeannotte; Kieran, 2017, p. 7). No caso da presente pesquisa, o foco da análise são os processos de raciocínio matemático, que compreendem a busca por semelhanças e diferenças, a validação e a exemplificação, conforme constam no quadro 1:

Processos	Definições
Generalizar	"Um processo que infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos de um conjunto a partir de um subconjunto deste conjunto" (p. 9). Estratégia utilizada para um caso particular que serve para os demais casos matemáticos.
Conjecturar	"Um processo de raciocínio matemático que, pela busca de similaridades e diferenças, infere uma narrativa sobre alguma regularidade com um valor epistêmico de provável ou possível e que tem potencial para teorização matemática" (p. 10). Construção de narrativa provável, argumentadas com possibilidade de validação.
Identificar Padrão	"Um processo do raciocínio matemático que, pela busca de similaridades e diferenças, infere na narrativa sobre uma relação recursiva entre objetos ou relações matemáticas" (p. 10). Identificar o padrão que tem relação com a classe de objetos matemáticos.
Comparar	"Um processo do raciocínio matemático que infere, pela busca de similaridades e diferenças entre objetos matemáticos, uma narrativa sobre uma classe de objetos baseada em propriedades e definições matemáticas" (p. 11).
Classificar	Um processo do raciocínio matemático que infere, pela busca de similaridade e diferença entre objetos matemáticos, uma narrativa sobre uma classe de objetos baseada em propriedades" (p. 11). Separação por critérios matemáticos.

Quadro 1: Processos relacionados à busca de semelhanças e diferenças.
Fonte: Bellini (2022, p.4)

Para se alcançar o processo de validação é preciso verificar se o aluno já consegue justificar e provar seu pensamento. Nesse sentido, Jeannotte e Kieran (2017) apresentam definições desse processo no quadro 2 a seguir:

Processos	Definição
Justificar	É um processo do raciocínio matemático que, pela busca de dados, garantias e suporte, modifica o valor epistêmico de uma narrativa" (p. 12). Tem potencial para modificar uma conjectura de provável para mais provável.
Prova	Um processo de raciocínio matemático que busca dados, garantias para apoiar e modificar o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeira" (p. 12). Tem a natureza dedutiva, sem justificativa adicional.
Prova formal	"Um processo do raciocínio matemático que busca dados, garantias para modificar o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeira" (p. 13). Tem a natureza dedutiva, formalizada e reconhecida pela classe da comunidade matemática.

Quadro 2: Processos relacionados à validação.
Fonte: Bellini (2022, p.4)

Podemos citar também o exemplificar, pois é um processo de raciocínio matemático "que suporta outros processos de raciocínio matemático inferindo exemplos que auxiliam na busca por semelhanças e diferenças e busca de validação" (Jeannotte; Kieran, 2017).

O exemplificar está relacionado com todos os processos, como coloca Jeannotte e Kieran (2017, p. 14) "um processo de raciocínio matemático que suporta outros processos de raciocínio matemático inferindo exemplos que auxiliam em: i) a busca por semelhanças e diferenças; ii) a busca de validação". A proposição de tarefas é outro ponto a ser considerado no desenvolvimento do raciocínio matemático. De acordo com Ponte (2005), é importante proporcionar aos alunos tarefas desafiadoras para que eles possam pensar, refletir, criticar, justificar e conseguir resolver as atividades de forma autônoma.

Ponte (2013, p.4), defende que existem diversos tipos de tarefas, e destaca as tarefas exploratórias com capacidade de proporcionar essa condição aos alunos. As tarefas de caráter exploratório tornam-se mais ricas à medida em que os alunos se envolvem com elas. No primeiro momento pode se chegar a resultados abaixo do esperado, mas se esse tipo de tarefa for frequentemente utilizada pelo professor, os alunos podem evoluir e os resultados começam a ser satisfatórios. Esse tipo de tarefa é de natureza aberta e com um nível de complexidade menos elevado do que uma investigação ou um problema, mas com mais potencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático do que atividades que privilegiam apenas a memorização. Pensando nisso, essa pesquisa foi realizada com a aplicação de uma tarefa exploratória. Outro ponto que precisa ser levado em consideração é a importância do papel do professor na seleção e condução na aplicação em sala de aula.

Nesse sentido, Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020) explicam que:

> A abordagem de ensino exploratório, baseada numa seleção criteriosa de tarefas e num ambiente estimulante de comunicação, com destaque para as discussões coletivas, proporciona um ensino da Matemática com compreensão e é uma base importante para o desenvolvimento do raciocínio matemático. (Ponte; Quaresma; Mata-Pereira, 2020, p.11)

De acordo com os autores, o ensino exploratório proporciona autonomia aos alunos, na qual eles podem pensar, expressar suas opiniões e construir novas conclusões, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio matemático (Ponte; Quaresma; Mata-Pereira, 2020). Dessa forma, destacamos que a tarefa foi aplicada de acordo com os pressupostos do ensino exploratório.

O ensino exploratório pode ser classificado em quatro fases: Introdução da tarefa; Resolução autônoma pelos estudantes; Discussão coletiva das resoluções e Sistematização das aprendizagens realizadas (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013). Na fase de Introdução da tarefa o professor propõe uma tarefa à turma, normalmente um problema ou uma tarefa de investigação. Nesta fase, o professor organiza a turma em pares ou grupos, seleciona uma tarefa que seja desafiadora e que os alunos compreendam bem o objetivo.

Na fase de Resolução autônoma da tarefa pelos pares/grupos o professor monitora o trabalho que vai sendo realizado por cada grupo, colocando questões, dando pistas, promovendo o raciocínio dos estudantes, lançando desafios, pedindo justificações, sugerindo novas tentativas e discussões. Nesta fase, o professor deve propor registros escritos na tarefa, recorrer a gravação de áudios e outras ferramentas necessárias. Na fase de Discussão coletiva, cabe ao professor criar um ambiente propício às discussões pertinentes a tarefa, estimulando os estudantes a dar explicações claras das resoluções, justificações dos resultados e formas de apresentação utilizadas e discutindo diferença e eficácia matemática das resoluções.

Na Sistematização das aprendizagens, o professor deve formalizar ideias ou procedimentos relativos a tópicos matemáticos suscitados pela exploração da tarefa, identificar conceito(s) matemático(s), clarificando a sua definição e explorar representações múltiplas e procedimento(s) matemático(s), evidenciando as condições da sua aplicação e revendo a sua utilização. As ideias e/ou procedimentos relativos a resolução da tarefa devem ser institucionalizados, identificando e relacionando as dimensões presentes e reforçando aspetos-chave para o seu desenvolvimento, não esquecendo o estabelecimento de conexões com aprendizagens anteriores (Oliveira; Menezes; Canavarro; 2013).

Procedimentos Metodológicos

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa realizada em uma turma de primeiro ano em uma Escola Municipal de Apucarana/Pr. Essa pesquisa é de cunho qualitativo e interpretativo (Bogdan; Biklen, 1994) e está inserida num projeto mais amplo intitulado “Raciocínio matemático e seus processos no ensino e na aprendizagem matemática”, que segue os pressupostos da Investigação Baseada em *Design* - IBD (Ponte et.al, 2016) e foi aprovado pelo comitê de ética sob o parecer nº 5.161.835.

A coleta de dados foi realizada em maio deste ano e participaram da tarefa 24 alunos organizados em duplas. Os dados foram coletados por meio da gravação em áudio, vídeo e fotografias durante todas as etapas da aplicação da tarefa, de acordo com o ensino exploratório (Serrazina, 2021). Ainda, foram coletados os registros escritos das resoluções dos alunos. É necessário mencionar que todos os alunos participantes da pesquisa tiveram seus Termos de Consentimento Livre e Esclarecido assinados por seus responsáveis.

Neste artigo, apresentamos os resultados da análise realizada a partir da transcrição dos áudios de três duplas de alunos, no momento da resolução autônoma das duplas. Como já dito, a tarefa (Figura 1) foi desenvolvida seguindo os pressupostos do ensino exploratório (Ponte, 2010).

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a álgebra aparece como uma unidade temática a ser trabalhada a partir do primeiro ano e se estende ao longo do percurso escolar e propõe um trabalho com as ideias de regularidade, generalizações de padrão e propriedades de igualdade. Desse modo optamos por trabalhar a proposta de adição e propriedade comutativa na tarefa exploratória (Figura 1):

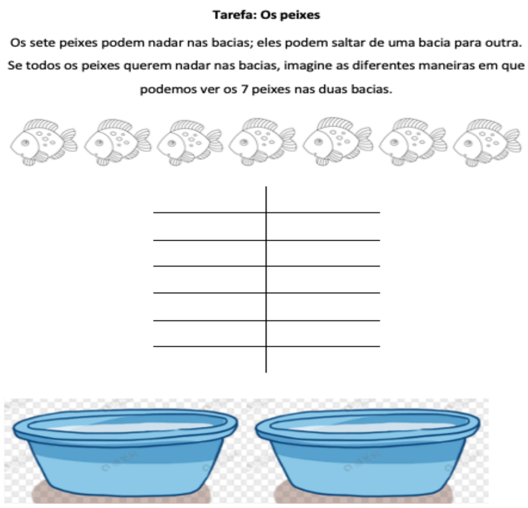

Figura 1: Atividade exploratória aplicada na turma do 1° ano
Fonte: adaptado de Araman; Serrazina e Ponte (2019, p. 475)

A professora iniciou conversando com os alunos sobre como seria a aula. Em seguida, organizou as crianças em duplas e distribuiu as atividades. Como se tratava de uma turma de primeiro ano, a professora realizou a leitura da atividade e pediu para que cada dupla conversasse sobre o assunto proposto e achasse a solução para a situação apresentada na tarefa. Os alunos começaram as discussões nas duplas (etapa de resolução autônoma da tarefa), enquanto a professora passava nas carteiras para ir orientando e instigando os estudantes, pois era a primeira vez que realizavam este tipo de tarefa e não estavam acostumados, portanto apresentaram bastante dúvidas.

No decorrer da aula, os alunos foram resolvendo a tarefa e assim que todas as duplas terminaram a professora foi até a lousa e a preparou para que os próprios alunos escrevessem sobre as resoluções que encontraram. Foram chamados para a lousa 8 alunos, um de cada vez. Cada um ia escrevendo sua resposta e a professora, com o restante da turma, iam discutindo e validando as resoluções (etapa da discussão coletiva). Caso a resposta não estivesse correta a professora ia levantando questões para os alunos como por exemplo: Por que não está correto? O que está faltando? Como pode ser feito então? Conforme os alunos iam respondendo a professora ia fazendo as considerações e formalizando os conteúdos abordados (etapa da sistematização).

Como já mencionado, o foco desta pesquisa foi a análise dos processos de raciocínio matemático evidenciados pelos alunos das três duplas selecionadas, na etapa da resolução autônoma, de acordo com os processos de raciocínio matemático propostos por Jeannotte e Kieran (2017), que constam nos quadros 1 e 2.

Resultados

Apresentamos, a seguir, a transcrição dos áudios capturados por meio da discussão entre as duplas na etapa da resolução autônoma da tarefa, realizadas pelas duplas 1, 2 e 3. Destacamos que os nomes dos alunos foram alterados com a finalidade de preservar suas identidades.

A dupla 1 **(BENJAMIN e FELIPE)**:
Benjamin: *Vou por um aqui e seis aqui, Felipe.*
Felipe: *Ah, é! Tem que dar sete em todas as linhas.*
SILÊNCIO…
Professora: *O que aconteceu aqui?*
Benjamin: *Tá igual, né, pro...*
Professora: *E pode ter igual?*
Alunos: *Não!*

Felipe: *Aqui é um e aqui o seis.*
Benjamin: *Aqui também, e já tem aqui. Mas, dá pra fazer seis e um.*
Professora: *Isso! E agora?*
Benjamin: *Vou inverter lá também, aqui embaixo.*
Felipe: *Lá tá sete e zero. Então, vamos colocar zero e sete, porque temos sete peixes.*
Benjamin: *E tem que dar sete em todas! Acabei! Vou pintar.*
Felipe: *Eu também, vou pintar.*

No início da resolução, Benjamin identifica a adição 1 mais 6 como uma possibilidade de resolução, que é prontamente validada por Felipe ao afirmar "tem que dar sete em todas as linhas", evidenciando a elaboração de uma **conjectura** e a sua imediata **justificação**. Enquanto eles ficam em silêncio, vão preenchendo a folha da tarefa com as outras possibilidades que encontraram, tendo como base a conjectura elaborada por eles. Quando a professora os questiona, eles refletem sobre se as adições podem ser iguais e, apoiados pelo processo de **comparação** entre as adições, logo concluem que 1 + 6 e 6 + 1 são possibilidades válidas, assim como 7 + 0 e 0 + 7, evidenciando a compreensão da propriedade comutativa da adição. Ainda, percebemos o processo de **generalização**, no momento em que Benjamin manifesta a necessidade de "inverter" todas as outras adições e afirma" e tem que dar sete em todas".

A dupla 2 **(VALENTINA e YAGO)**
Valentina: *Ó, Yago, 4 e 3. Vai ficar 4 em uma bacia e 3 em outra bacia. Quanto fica?*
Yago: *4 mais 1, 2, 3, fica 5, 6, 7. Dá 7.*
Valentina: *Vamos desenhar 2 aqui e 2 aqui. Conta, Iago, quantos peixinhos ficou?*
Yago: *1, 2 e 1, 2. Não deu 7.*
Valentina: *Péra, vou desenhar na bacia.*
Professora: *Eu prefiro que você coloque o número na linha, Valentina.*
Valentina: *É pra pôr o número prô?*
Professora: *Sim, os números.*
Valentina: *Ó, Yago, coloco 3. O 3 e o 4.*
Yago: *Ah, eu vou colocar o 2.*
Valentina: *Não. Não, Yago, o dois não dá. Prof, já acabamos.*
Professora: *Terminaram? Mas e aqui, os números estão do mesmo lado. Pode ficar assim?*
Valentina: *Não. Tem que apagar e colocar cada número de cada lado. Apaga, Yago. Prof, acabamos.*
Professora: *Isso, mas e o resto? Tem que completar tudo aí de formas diferentes. Como você vai fazer?*
Valentina: *Ah, eu vou fazer agora o dois. Faz aí, Yago.*
Professora: *Tá, e agora que você fez o dois, qual número você vai fazer pra chegar no sete?*
Valentina: *Vou pôr o quatro. Ah, não. O quatro não dá. Vai ter que ser cinco.*

Professora: *Hum! E como você chegou nesses cinco?*
Valentina: *Eu olhei os peixinhos que faltavam. Eu risquei dois. E aí, sobrou cinco.*
Professora: *Legal! E quais são as outras chances?*
Valentina: *Peraí. Vou colocar um. E vai sobrar seis pro outro lado.*
Professora: *Isso. E você, Yago, o que acha da resposta da Valentina? Tá certa?*
Yago: *Hum! Hum!*
Valentina: *Assim, Yago, ó. Vamos contar. Um. Aí, do outro lado, tem um, dois, três, quatro, cinco, seis. Vê se deu sete, Yago.*
Yago: *Deu, mas ainda faltam duas linhas para terminar.*
Valentina: *Ah, então vamos por um aqui e seis, mas já foi, aí não dá, péra aí, colocar seis aqui e tirar um do outro lado. Vamos ver se dá certo, Yago?*
Yago: *Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, dá sim.*
Valentina: *Prô, pode juntar os meus peixinhos com o do Yago?*
Professora: *Não, você só tem sete e ele sete, e também não pode repetir, olha aqui ó, tá repetindo e não pode.*
Valentina: *Ah sim, Yago vamos pintar até a gente pensar apague esse aí e vamos imaginar, imagina aí na sua cabeça*
Professora: *Pronto Valentina? Terminaram?*
Valentina: *Ainda não prô.*
Professora: *Tá então vamos ver os números que você já colocou aí na primeira bacia: um, dois, três, quatro e agora o que mais dá para colocar aí Valentina?*
Yago: *Vamos ter que pensar de novo.*
Valentina: *Tá bom Yago, imagina aí na sua cabeça.*
Yago: *Vamos colocar cinco? Porque já tem um, dois, três e quatro. Então, agora, é o cinco.*
Valentina: *Tá. Então, vamos fazer estrelinha. Uma estrelinha, duas estrelinhas, três estrelinhas, quatro estrelinhas e cinco estrelinhas. E agora, Yago? Quantas estrelinhas pra chegar no sete?*
Yago: *Duas. Aí, vai dar sete. Êêê! Acabou, acabou!*

Valentina identifica a adição 4 mais 3 como uma possibilidade de resolução, e Yago valida a afirmação de Valentina ao **justificar** “4 mais 1, 2, 3, fica 5, 6, 7. Dá 7”. Valentina ainda quer testar e propõe fazer desenhos dos peixinhos na bacia, colocando dois em cada bacia e solicita a validação de Yago, que refuta essa opção **justificando** que não deu sete. Yago perguntou para a professora se poderia usar números em vez de desenhos, a professora disse que sim. Valentina e Yago começam a testar outras possibilidades, como 3 e 4, até que avisam para a professora que terminaram e mostram para ela com apenas a primeira possibilidade, o que leva a professora a fazer questionamentos para que os alunos refletissem.

Então Valentina diz: “Ah, eu vou fazer agora o dois”. Após o questionamento da professora, Valentina conclui: “Vou pôr o quatro. Ah, não. O quatro não dá. Vai ter que ser cinco”. A professora continua estimulando o raciocínio e pergunta como a aluna chegou a essa conclusão e Valentina responde: **“**Eu olhei os peixinhos que faltavam. Eu risquei dois. E aí, sobrou cinco”, realizando o processo de **justificação.** A professora então valida a resposta e já questiona: “...E quais são as outras chances?” Valentina elabora uma **conjectura** apoiada na propriedade comutativa da adição: “Ah, então vamos por um aqui e seis, mas já foi, aí não dá, péra aí, colocar seis aqui e tirar um do outro lado. Vamos ver se dá certo, Yago?” e Yago logo valida a conjectura, **justificando “**Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, dá sim”.

As crianças continuam a tarefa tentando outras possibilidades e, apoiados no processo de **comparação** entre as adições, percebem que não podem repetir numerais que já utilizaram na primeira parcela da adição, como afirma Yago “Vamos colocar cinco? Porque já tem um, dois, três e quatro. Então, agora, é o cinco”. E conseguem a adição 5 + 2. Embora essa dupla consiga recorrer a propriedade comutativa da adição ao realizar a tarefa, não fica claro que eles perceberam que essa propriedade pode se estender para todas as adições, como ocorreu com a dupla anterior.

A dupla 3 **(MILENA e DANDARA)**
Dandara: *Ô Milena, aqui tem seis, aí eu vou colocar um.*
Milena: *Dandara, no meu eu coloquei cinco e dois. Eu vou copiar o seu.*
Dandara: *Não, olha no seu, não pode copiar, Milena.*
Milena: *Ô, Prô, a gente pode fazer igual?*
Professora: *Vocês têm que pensar nas chances de colocar os sete peixinhos nas bacias. Se pensarem diferente, tem que conversar para chegar no resultado sete. Se for diferente como esse aqui e esse, conta, se dá sete, vê se tá certo. Se deu sete, pode copiar uma da outra, sim, porque vocês estão em dupla.*
Dandara: *Então, eu vou pôr dois e cinco, porque vai dar sete também.*
Professora: *Como você sabe?*
Milena: *Porque no meu tem cinco e dois, que dá sete. Certo aí ela inverteu e deu 7 também.*
Professora: *Interessante e tem outras chances de fazer isso também dos resultados lá de cima?*
Milena: *Já sei Dandara 1 e 6 e no 4 com 3 coloca 3 e 4.*
Dandara: *Verdade vou colocar aqui no meu também.*
Milena: *Vou chamar a prô porque acabou. Ô prô acabou.*
Professora: *Não tem mais chances?*
Dandara: *Não já colocamos todos os números.*
Milena: *Prô vai sobrar linha?*
Professora: *As linhas meninas são o tanto de chances que vocês têm para colocar os peixinhos nas bacias.*
Dandara: *Mas tá sobrando duas linhas.*
Professora: *Então ainda tem chances?*
Milena: *Ah prô não tem não, eu não penso em nenhuma outra chance.*
Professora: *Então tá.*

No início da resolução, Dandara já identifica a adição 6 mais 1 como uma possibilidade de resolução. Milena diz que vai fazer o inverso de Dandara. Milena diz: "Já sei Dandara 1 e 6 e no 4 com 3 coloca 3 e 4", evidenciando uma **conjectura** apoiada na propriedade comutativa da adição. Dandara então diz "eu vou pôr dois e cinco, porque vai dar sete também". Ao ser questionada pela professora, Dandara **justifica** a **conjectura** elaborada ao afirmar: "Porque no meu tem cinco e dois, que dá sete. Certo aí ela inverteu e deu 7 também". Após algumas tentativas, elas dizem que as possibilidades estão esgotadas e chamam a professora. Nesse momento a professora olha a tarefa e orienta "As linhas meninas são o tanto de chances que vocês têm para colocar os peixinhos nas bacias". Elas tentam mais um pouco e dizem que as possibilidades estão esgotadas e que irá sobrar duas linhas. Embora elas não encontraram as outras possibilidades de somar 7, perceberam rapidamente a propriedade comutativa da adição e a aplicaram com sucesso em alguns casos.

Discussão

Os resultados obtidos sugerem que a tarefa exploratória aplicada tem potencial para mobilizar, nos alunos, os processos de raciocínio matemático de comparar, conjecturar, justificar e generalizar, contribuindo para a aprendizagem matemática dos alunos.

A análise da resolução da tarefa feita pelos alunos, bem como dos diálogos sugerem indícios de raciocínio matemático tomando como base a definição de Jeannotte e Kieran (2017, p. 7) , na qual definem raciocínio matemático como "processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos". Para desenvolver suas estratégias de resolução, os alunos basearam-se em conhecimentos anteriores, particularmente, na estrutura aditiva e na propriedade comutativa, distributiva da adição. Além disso, comunicaram com os pares suas resoluções, algumas vezes apenas relatando o procedimento adotado, mas em outras apresentando uma justificação, por exemplo, "4 mais 1, 2, 3, fica 5, 6, 7. Dá 7".

Em relação aos processos de raciocínio utilizados, "ao elaborar uma estratégia de resolução, os alunos participantes formularam conjecturas, mesmo que de forma inconsciente" (Araman; Serrazina, 2020, p. 134), pois, ao definir um procedimento a ser usado, por exemplo, a propriedade comutativa, e perceberam que esta estratégia os conduziria a um resultado. Para Jeannotte e Kieran (2017), este processo leva à formulação de narrativas que têm um valor epistêmico de provável ou possível. Na resolução da tarefa, Milena fez a seguinte afirmação "Porque no meu tem cinco e dois, que dá sete. certo aí ela inverteu e deu 7 também". Ao perceber que sua estratégia a conduzia a um resultado correto, utiliza-a em outras adições.

Os alunos também justificaram suas conclusões, recorrendo ao conhecimento matemático de que dispunham para validar respostas corretas ou refutá-las. Para Jeannotte e Kieran (2017, p. 12), "justificar é um processo de procura de dados, afirmações e suporte para modificar o valor epistêmico". Valentina justifica a sua resolução (2 + 5) ao afirmar "Eu olhei os peixinhos que faltavam. Eu risquei dois. E aí, sobrou cinco". E, em uma momento, Yago refuta a resolução de Valentina por meio da justificação ": 1, 2 e 1, 2. Não deu 7".

Destacamos que, em alguns casos, os alunos mobilizaram o processo de comparar. De acordo com Araman e Serrazina (2020, p. 121) "a comparação é um processo que procura por meio de semelhanças e diferenças construir uma narrativa sobre objetos ou relações matemáticas. A comparação de exemplos torna assim possível conjecturar". A comparação surgiu como um processo subjacente que auxiliou a dupla Felipe e Benjamin perceberem, com muita rapidez, a propriedade comutativa da adição, veja, por exemplo, quando Felipe afirma "Lá tá sete e zero. Então, vamos colocar zero e sete, porque temos sete peixes". Tal processo, além de auxiliar na elaboração da conjectura, conduziu-os na generalização dessa conjectura, pis, logo na sequência, Benjamin afirma "Vou inverter lá também, aqui embaixo" e "E tem que dar sete em todas!".

Para Morais; Serrazina e Ponte (2018, p. 556), "alunos de diferentes anos escolares podem se envolver em processos de raciocínio matemático. Isso significa que conjecturas, generalizações e como essas conjecturas são testadas e justificadas assumirão formas diferentes ao longo dos anos escolares". Considerando as especificidades no desenvolvimento do raciocínio nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no Quadro 3 apresentamos uma síntese do que levamos em consideração nas resoluções e diálogos dos alunos que nos permitiu identificar a presença das ações de conjecturar, justificar e generalizar:

Processo de raciocínio	Indicadores	Dupla
Conjecturar	Elaboraram uma estratégia de resolução da tarefa apoiada na propriedade comutativa da adição.	Benjamin e Felipe Valentina e Yago Milena e Dandara

Justificar	Apresentaram uma justificativa matemática para validar ou refutar a resolução obtida.	Benjamin e Felipe Valentina e Yago Milena e Dandara
Generalizar	Perceberam que a propriedade comutativa pode ser estendida para todos os casos do domínio.	Benjamin e Felipe

Quadro 3: Resultados dos Processos de Raciocínio dos alunos
Fonte: dados da pesquisa

Considerações finais

O objetivo do artigo foi analisar os processos de raciocínio matemático desenvolvidos pelos alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental ao resolverem uma tarefa de caráter exploratório sobre adição.

A tarefa exploratória aplicada seguindo a abordagem de ensino exploratório, propiciou aos alunos dialogarem sobre a tarefa, elaborarem e discutirem suas conjecturas, aceitando-as ou, se necessário, refutando-as, apoiadas na justificação (Araman; Serrazina; Ponte, 2020). A abordagem vai ao encontro do que indica a BNCC (Brasil, 2018) quanto a promover "novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos" e desenvolver, nos alunos, "as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente" (Brasil, 2018, p. 266).

Em duplas, os alunos tiveram a oportunidade de expressar as suas ideias e suas formas de pensar, bem como ouvir os colegas, aceitar, refutar ou apoiar suas conjecturas, mobilizando vários processos de raciocínio matemático. Nesse contexto a tarefa exploratória permitiu aos alunos refletir, avaliar, resolver as tarefas de forma autônoma, com pouca interferência da professora. Em suas discussões os alunos puderam utilizar conceitos matemáticos prévios, e a partir deles construir novos conhecimentos matemáticos, característica fundamental do raciocínio matemático (Jeannotte; Kieran, 2017).

A tarefa exploratória contribuiu para que os alunos fossem capazes de analisar as suas conjecturas e a conjectura de outros. Além disso, os alunos justificaram matematicamente como fizeram, recorrendo à propriedade comutativa da adição, a contagem de objetos, diferentes tipos de registros, noções de acrescentar, juntar, separar e retirar, ou seja, tomaram como referência os argumentos matemáticos válidos para suas justificações, evidenciando o desenvolvimento do processo de justificar (Araman; Serrazina, 2020).

Para concluir essa análise, os dados obtidos nesta pesquisa trazem a importância de trabalhar com tarefas que possam desenvolver o raciocínio matemático desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, como sugerem Araman e Serrazina (2020), pois por meio delas os alunos têm a oportunidade de realizar discussões e reflexões utilizando os conhecimentos matemáticos que já trazem e a partir disso construir novos conhecimentos, corroborando para o desenvolvimento do raciocínio matemático (Mata-Pereira; Ponte, 2018).

Referências

ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L. Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, v.9, n.18, p. 118-136, jan-jun 2020.

ARAMAN, E.; SERRAZINA, L.; PONTE, J. P. Raciocínio matemático nos primeiros anos: ações de duas professoras ao discutir tarefas com seus alunos. **Bolema**, v. 34, n. 67, p. 441-461, 2020.

ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L.; PONTE, J. P. "Eu perguntei se o cinco não tem metade": ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 2, p. 466-490, 2019.

BELLINI, J. M. **Processos de raciocínio matemático no Ensino Fundamental:** tarefas exploratórias sobre medidas de comprimento. 2022. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2022.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. P. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. In: **Actas do ProfMat 99**. Lisboa: APM, 1999.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 96, n. 1, p. 1-16, 2017.

LANNIN, J.; ELLIS, A. B.; ELLIOTT, R. Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten - grade 8. Reston: **National Council of Teachers of Mathematics,** 2011.

MATA-PEREIRA, J. **As ações do professor para promover o raciocínio matemático na sala de aula.** 2018. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Lisboa, Lisboa, 2018.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promover o raciocínio matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema**, v. 32, n. 62, p. 781-801, 2018.

MORAIS, C.; SERRAZINA, L.; PONTE, J. P. Mathematical reasoning fostered by (fostering) transformations of rational number representations. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 20, n. 4, p. 552-570, 2018.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Princípios e normas para a matemática escolar.** Tradução de M. Melo. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM), 2020.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: contributos da prática de uma professora do 3.° ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, Lisboa, v. 22, n. 2, p. 1-24, out. 2013.

PONTE, J. P. Explorar e investigar em matemática: desafio para os alunos e professores. **Movimento - Revista de Educação**, Lisboa, 2013.

PONTE, J. P. Explorar e investigar em matemática: uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem. **Union – Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 21, p. 13-30, 2010.

PONTE, J. P. Gestão curricular em matemática. In: **Associação dos Professores de Matemática**. Lisboa, p. 11-34, 2005.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, v. 156, p. 7-11, 2020.

PONTE, J. P.; et al. Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. **Quadrante,** v. 25, n. 2, p. 77-98, 2016.

SERRAZINA, L. Aprender matemática com compreensão: raciocínio matemático e ensino exploratório. **Em teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 3, p. 1-19, 2021