PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS DE ESCALONAMENTOS EM UM CURSO DE BACHARELADO EM FÍSICA NO CONTEXTO DO EAMvRP

Laís Vitória Lazarini
Universidade Estadual de Maringá - UEM
laislazarini15@gmail.com

Luiz Otavio Rodrigues Mendes
Universidade Estadual de Maringá - UEM
mendesluizorm@gmail.com

Caleb da Silva Araujo Campelo
Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão - UEMASUL
caleb.campelo@uemasul.edu.br

Marcelo Carlos de Proença
Universidade Estadual de Maringá - UEM
mcproenca@uem.br

Resumo
A prática da Resolução de Problemas é conhecida por favorecer a construção do conceito e a compreensão do algoritmo, capacitando os alunos a aplicar esses conhecimentos em novos contextos. Dessa forma, o objetivo do presente trabalho consiste em evidenciar as potencialidades e fragilidades em um contexto de proposição de problemas trabalhada após o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP) para o conteúdo de escalonamento. A metodologia utilizada foi qualitativa e descritiva, focando na análise das experiências dos alunos durante e após a implementação do EAMvRP, com ênfase na habilidade dos estudantes de propor e resolver novos problemas. Os resultados demonstram que o EAMvRP favorece significativamente a aprendizagem do conteúdo, especificamente o método de escalonamento. Os alunos foram capazes de aplicar o conteúdo aprendido em outros problemas e contextos. Dois dos três grupos analisados conseguiram propor novos problemas, indicando uma aprendizagem significativa e a capacidade de transferir conhecimentos. Além disso, a prática da proposição de problemas incentivou os alunos a se desafiarem, assumindo um papel ativo no processo de ensino-aprendizagem, especialmente em Física.
Palavras-chave: Sistemas Lineares. Método do Escalonamento. Elaborar problemas.

Introdução

Uma das áreas de pesquisa que nas últimas décadas tem reunido pesquisadores e educadores matemáticos no âmbito internacional, é a Resolução de Problemas, a qual investiga temáticas como atitudes de professores e estudantes quando resolvem e propõem problemas, explora questões de conhecimentos docentes, características cognitivas entre outros que envolvam a resolução e proposição de problemas (Felmer; Pehkonen; Kilpatrick, 2016; Liljedahl; Santos-Trigo; Malaspina; Bruder, 2016).

Sobre esse ensino por meio da Resolução de Problemas, Malaspina (2016) destaca que é extremamente importante que os professores desenvolvam a capacidade de criar problemas. Com ênfase, o *National Council of Teachers of Mathematics* - NCTM (2016) entende que os professores devem ser capazes de utilizar os contextos, a cultura, as condições e a linguagem para criar tarefas matemáticas que ativem o conhecimento prévio e as experiências anteriores dos estudantes.

Outro aspecto importante é o uso do problema como ponto de partida (Schroeder e Lester Junior, 1989) para ensinar Matemática, sendo que destacamos as pesquisas desenvolvidas pelo Grupo de Estudos em Resolução de Problemas na Educação Matemática (GERPEM), que tem contribuído para o ensino e a aprendizagem de Matemática a Educação Básica ao Ensino Superior. Tais pesquisas envolvem as cinco ações da abordagem do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP) (Proença, 2018), justamente pelo uso do problema como ponto de partida até introduzir o conteúdo (Rozario, 2022; Travassos, 2023).

De forma geral, o trabalho com a resolução de problemas é levado em consideração na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), de modo que este documento salienta tratar de habilidades referentes à resolução e à elaboração de problemas. Os autores Proença, Campelo e Santos (2022) destacam que das 247 habilidades definidas no Ensino Fundamental, na BNCC, 77 delas envolvem a resolução e elaboração de problemas. Os autores destacam ainda a necessidade de os professores buscarem fundamentar suas práticas caso o foco seja trabalhar com a Resolução de Problemas. Isso revela a importância de não apenas trabalhar com um ensino tendo o problema como ponto de partida, mas avançar na questão da proposição de problemas pelos estudantes.

Tendo em vista a proposição de problemas e o EAMvRP, e que um trabalho nessas abordagens pode ser feito tanto na formação de professores quanto na formação de estudantes de outros cursos, nos questionamos: quais as potencialidades e fragilidades na compreensão de estudantes de um curso de bacharelado em Física ao se trabalhar a proposição de problemas após o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas? Neste caso, o objetivo do presente trabalho consiste em evidenciar as potencialidades e fragilidades em um contexto de proposição de problemas trabalhada após o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas para o conteúdo de escalonamento.

Para tanto, após esta introdução, buscamos na segunda seção discutir a fundamentação teórica explorando o contexto da proposição e da Resolução de Problemas. Na terceira seção, os procedimentos metodológicos são apresentados. Na quarta seção, a análise dos dados é discutida e evidenciada. Por fim, tecemos nossas considerações sobre a pesquisa.

O Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas e a Proposição de Problemas

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) indica a Resolução de Problemas como uma forma privilegiada de se fazer Matemática. Além disso, os resultados da pesquisa de Mendes (2019) revelaram também que a Resolução de Problema é a principal abordagem de ensino utilizada pelos professores do Estado do Paraná. Nesse sentido, sua importância é dada tanto nos documentos norteadores da Educação quanto na prática dos professores de Matemática, mas cabe ressaltar que sua visão não é uníssona.

Porém, há distintas formas de se trabalhar a Resolução de Problemas. Schroeder e Lester Junior (1989) apontam três maneiras: o ensinar *sobre* a Resolução de Problemas, na qual as fases da resolução de problemas, como as de Polya (1995) são apresentadas aos alunos para desenvolverem o processo de resolução. O ensinar *para* a Resolução de Problemas ressalta a importância de utilizar o conhecimento matemático e, nessa abordagem o professor se preocupa que o aluno saiba transferir esses conhecimentos utilizados em um problema para outros problemas. Por fim, o ensino *via* Resolução de Problemas aborda o problema como ponto de partida de um tópico.

Nesse mesmo contexto, em concordância com Schroeder e Lester Junior (1989), Proença (2018) propõe o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), o qual considera o problema como ponto de partida para o ensino de um conteúdo. Isso se diferenciaria, no caso, de uma abordagem tradicional a qual começa com definição, exemplo e resolução de exercícios. Com ênfase, Proença (2018) definiu:

> [...] que uma situação de Matemática se torna um problema quando a pessoa precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente para chegar a uma resposta. Não se trata, assim, do uso direto de uma fórmula ou regras conhecidas – quando isso ocorre, a situação tende a se configurar como um exercício (Proença, 2018, p. 17-18).

Isso revela a importância de o professor mudar o esquema tradicional da aula e começá-la com um problema. Diferentemente, o exercício serve para uma memorização, um reforço da aprendizagem, um treino, como afirma Silva (2016, p. 2): “o exercício é uma atividade de treinamento (adestramento) no uso de alguma habilidade ou conhecimento matemático adquirido anteriormente pelo aluno, por exemplo, a aplicação de uma fórmula ou um algoritmo”. Considerando tal definição de problema, Proença (2018) apresenta uma sequência de cinco ações para o EAMvRP, sendo elas: escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

A primeira ação, a *escolha do problema*, é uma ação fundamental, pois o desenvolvimento das ações seguintes depende dela. Essa ação possui três aspectos importantes:

> [...] utilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente [...] levá-los a construir o conteúdo/conceito/assunto a ser introduzido [...] que os alunos estabeleçam relações entre os conhecimentos matemáticos utilizados e entre estes e o novo conhecimento (Proença, 2018, p. 46).

Proença (2018) ressalta que o problema escolhido deve possibilitar mais de uma estratégia de resolução, o que o torna mais vantajoso para o aluno. A ação *introdução ao problema* corresponde ao momento de contato entre o professor e o aluno dentro da sala de aula. Apresenta-se "a situação de Matemática como ponto de partida no ensino de determinado conteúdo/conceito/assunto" (Proença, 2018, p. 50). O autor ainda destaca que é nesse momento que a situação de matemática pode se configurar, de fato, como um problema para os alunos.

A terceira ação, *auxílio aos alunos durante a resolução*, é a ação em que, de acordo com Proença (2018, p. 51), o professor tem o papel de "observador, incentivador e direcionador da aprendizagem, apoiando os alunos a desenvolver autonomia frente ao processo de resolução". Na quarta ação, a *discussão das estratégias dos alunos*, ocorre a socialização das resoluções feitas pelos alunos. Assim, o professor tem como objetivo "levar os alunos a perceberem a necessidade de se avaliar a racionalidade da resposta encontrada" (Proença, 2018, p. 52). Por fim, a última ação consiste na *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, segundo a qual "o papel do professor é utilizar pontos centrais de uma estratégia e tentar relacioná-la ao conceito ou a uma expressão matemática" (Proença, 2018, p. 52). Entretanto, caso não seja possível essa relação, o professor pode apresentar a resolução de forma direta.

Cabe ressaltar que na 3ª e 4ª ações do EAMvRP o professor deve desenvolver um processo de análise das resoluções em termos de etapas. Proença (2018) aponta quatro etapas: representação; planejamento; execução e monitoramento. Na primeira etapa, com base no contexto do problema, a pessoa busca compreendê-lo principalmente mobilizando seus conhecimentos linguístico (conhecimento da língua materna que o problema foi escrito), semântico (conhecimento dos significados dos termos matemáticos e as relações entre esses termos) e esquemático (conhecimento sobre a natureza do problema, ou seja, se envolve, álgebra, geometria, e entre outros). A etapa de planejamento "implica utilizar uma estratégia para resolver o problema" (Proença, 2018, p. 28) e, tal etapa envolve que o aluno utilize seu conhecimento estratégico e para Proença (2018, p. 28), "as estratégias são um conjunto de conhecimentos particulares da pessoa, dependendo das suas preferências por este ou aquele caminho ou da forma que pensa ser mais fácil para seguir na busca da solução".

A terceira etapa, a execução, corresponde a executar a estratégia planejada na etapa anterior, a pessoa deve utilizar seu conhecimento procedimental (conhecimento da execução de cálculos, algoritmos, técnicas e de fazer desenhos). Por fim, a última etapa é o monitoramento, o qual envolve dois aspectos. Um deles é a verificação da resposta apresentada e o outro é rever a solução do problema a qualquer momento do processo de busca pela solução do problema.

Nesse sentido, concordamos com Mendes e Proença (2020, p. 12) ao apontar que os aspectos teóricos do EAMvRP "mostram que o uso do problema como ponto de partida para abordar conteúdos pode levar os alunos a compreenderem conceitos e procedimentos matemáticos". Deste modo, a BNCC (Brasil, 2018) ressalta que para a aprendizagem de determinado conceito é necessário ter um contexto significativo para que o aluno possa desenvolver sua capacidade de abstração, de relação e aplicação de tal conceito em outros contextos. Assim, para propiciar a abstração:

> é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas. Assim, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto (Brasil, 2018, p. 209).

Desta forma, Malaspina (2016) aponta que o desenvolvimento e avaliação das competências matemáticas dos estudantes tem como base os problemas de matemática. O autor ressalta que o processo de criação de problemas deve fazer parte da formação de futuros professores dado que "[...] poderão não apenas criá-los para propor aos seus alunos problemas que respondam à realidade e às motivações deles, mas também poderão estimular que seus alunos aprendam criando, resolvendo e refletindo sobre problemas criados por eles mesmos" (Malaspina, 2016, p. 322, tradução nossa[1]). Malaspina (2016) aponta que ao estimular esse processo de proposição de problemas há uma contribuição para o desenvolvimento de uma educação matemática mais rica e significativa, que prepara os alunos para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo. Nesse sentido, o autor sugere que uma boa maneira de iniciar o processo de proposição de problemas é pela variação de problemas dados.

[1] "[...] podrán no sólo crearlos para proponer a sus alumnos problemas que respondan a la realidad y las motivaciones de ellos, sino que podrán también estimular a que sus alumnos aprendan creando, resolviendo y reflexionando problemas creados por ellos mismos" (Malaspina, 2016, p. 322).

No caso do nosso estudo, conduzimos aulas na abordagem do EAMvRP seguida da proposição de problemas para tratarmos da compreensão de um conteúdo da álgebra, o de sistemas lineares. Alguns processos matemáticos de resolução de sistemas lineares seriam: método da adição, método da comparação, método da substituição, método do escalonamento e método da regra de Cramer. O referido conteúdo está presente desde os anos finais do Ensino Fundamental até alguns cursos do Ensino Superior. Entretanto, por mais que seja um conteúdo que apresente conceitos básicos, Ponte, Branco e Matos (2009) apontam que as dificuldades dos alunos com sistemas lineares podem ser divididas em três categorias, sendo uma delas "compreender os processos de resolução de sistemas de equações e ser capaz de os executar corretamente até obter a solução" (Ponte, Branco, Matos. 2009, p. 151).

Metodologia

Este estudo classifica-se como uma pesquisa qualitativa que, segundo Moura (2021, p. 10) "tem como objetivo compreender e interpretar os significados de um determinado grupo social", apoiando-se, segundo o autor, em uma base interpretativa sobre os múltiplos significados dos indivíduos. Para além, tomamos o caminho de uma pesquisa descritiva, ao objetivarmos descrever uma determinada situação, suas eloquências e os procedimentos adotados neste processo (Gil, 2002).

O contexto desta pesquisa desenvolveu-se com oito estudantes do curso de Bacharelado em Física de uma universidade pública do norte do Paraná, os quais cursavam a disciplina de Álgebra Linear e estavam no 2º ano do curso. Os estudantes criaram três grupos de resolução sendo o G1 com 2 acadêmicos, o G2 com 2 acadêmicos e o G3 com 4 acadêmicos. O conteúdo que fora ensinado era o de sistemas lineares, voltando-se para a técnica de Escalonamento de matrizes, em que se teve o intuito de não apenas trabalhar o algoritmo, mas aplicá-lo em outros contextos da Física por meio da proposição de problemas. Apresentamos a organização do processo de ensino no Quadro 1.

Momento	Hora aula	Descrição
1º dia	2	Ensino do conteúdo de Escalonamento seguindo das 3 primeiras ações de Proença (2018), a saber: Escolha do problema, introdução do problema e auxílio aos alunos durante a resolução
2º dia	2	Ensino do conteúdo de Escalonamento seguindo as 2 últimas ações de Proença (2018), a saber: Discussão das estratégias dos alunos e Articulação das estratégias dos alunos.

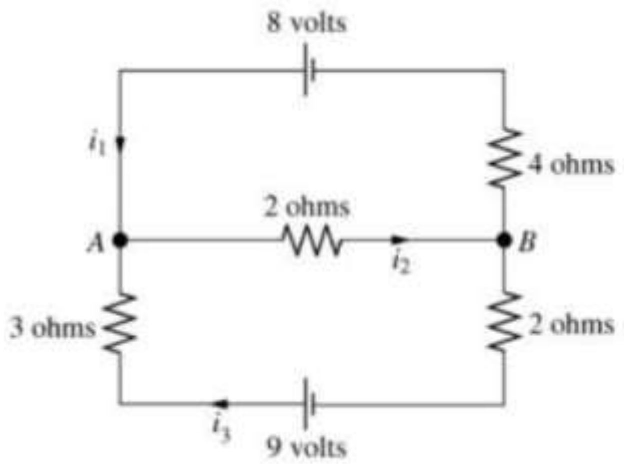
		Obs: O algoritmo do escalonamento foi apresentado de forma direta.
3º dia	2	Proposição de um problema (construção em grupos) que envolvesse um conteúdo da Física e a resolução de um sistema por meio do escalonamento
4º dia	2	Troca dos problemas propostos entre as equipes para resolução.

Quadro 1 – Organização do processo de ensino

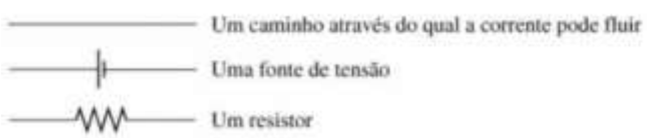
Fonte: Os autores

Com base no Quadro 1, observa-se que o processo de ensino durou oito horas-aula, sendo dividido em duas semanas. No 1º e 2º dias, foi abordado o EAMvRP com um problema que envolvia tensão elétrica, como mostra o Quadro 2. Esse se dá a ação de escolha do problema.

Em uma rede elétrica, é possível determinar a intensidade da corrente em cada ramo em elementos das resistências e das tensões. Um exemplo de circuito típico é mostrado na figura abaixo.



Os símbolos na figura têm os seguintes significados



A fonte na tensão é em geral uma bateria (com a tensão medida em volts) que alimenta a carga e produz uma corrente. A corrente flui a partir do terminal da bateria que é representado pela linha vertical mais longa. As resistências são medidas em ohms. As letras representam nós e os i representam as correntes entre os nós. As correntes são medidas em ampères. As setas indicam a direção das correntes. Determine as correntes em $i_1, i_2\ e\ i_3$.

Quadro 2 – Problema trabalhado com os estudantes

Fonte: Leon (2017, p. 18 – 19)

O problema foi entregue em papel constituindo a segunda ação, a de introdução do problema. Após, ocorreu a 3º ação. Para esta resolução, os estudantes levaram em consideração as Leis de Kirchhoff que diz que: a) Em qualquer nó, a soma das correntes entrando é igual à soma das correntes saindo; b) Ao longo de qualquer malha fechada, a soma algébrica de todos os ganhos de tensão deve ser igual à soma algébrica de todas as quedas de tensão. Além disso, vale destacar que as quedas de tensão *E* para cada resistor são dadas pela *Lei de Ohm*:

$$E = i\,R$$

onde *i* representa a corrente em ampères e *R* a resistência em ohms.

A resolução deste problema envolve uma matriz 4 x 4 que pode ser escalonada para se encontrar os valores de $i_1, i_2\ e\ i_3$. Os estudantes pesquisaram sobre o tema e conseguiram resolver o problema com métodos como o da substituição, mas nenhum deles utilizou do algoritmo do escalonamento. Nesse sentido, o algoritmo foi apresentado ao final pelo professor como resolução do problema, como mostra a seguir.

Para o cálculo das correntes e em observação ao sistema apresentado, levando em consideração a primeira lei, temos que

$$i_1 - i_2 + i_3 = 0 \text{ (nós A)}$$

$$-i_1 + i_2 - i_3 = 0 \text{ (nós B)}$$

Pela segunda lei temos que

$$4i_1 + 2i_2 = 8 \text{ (malha superior)}$$

$$2i_2 + 5i_3 = 9 \text{ (malha inferior)}$$

A rede pode ser representada pela matriz aumentada

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

Assim, ocorre a discussão das estratégias dos alunos, sendo explicado aos estudantes as operações que poderiam ser feitas na matriz sem alterar seu resultado, a saber: a) troca de uma linha por outra; b) multiplicação por um escalar. Desta forma, na última ação, foi apresentado o algoritmo do escalonamento como mostra a Figura 1.

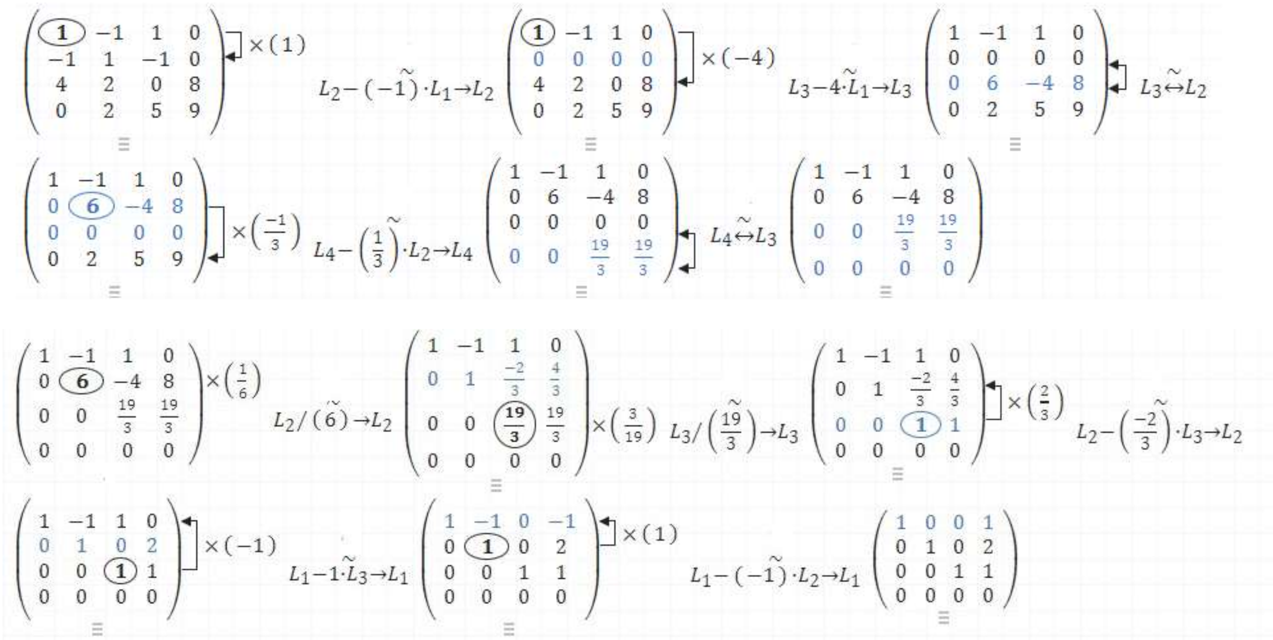


Figura 1 – Algoritmos do escalonamento na resolução do problema

Fonte: Adaptado de matrixcalculator.org

Explicado e feita a resolução passo a passo com os estudantes, observa-se que na matriz final encontramos o valor de $i_1 = 1, i_2 = 2 \; e \; i_3 = 1$, resolvendo o problema. Após discutidas as dúvidas dos estudantes, foi solicitado para que eles propusessem um problema do contexto da física que envolvesse a resolução por meio do escalonamento de matrizes. Neste caso, cada grupo iria propor o problema e entregar para outra equipe que o resolvesse. A elaboração destes problemas e a sua resolução são objetos de análise desta pesquisa. Para tanto, nos apropriamos da abordagem descritiva para apresentar tais resoluções.

Análise dos dados

O processo de proposição de problemas e resolução do outro grupo ficou da seguinte forma, a) G1 propôs e G3 resolveu; b) G3 propôs e G2 resolveu e c) G2 propôs e G1 resolveu. As referidas proposições e resoluções são apresentadas a seguir.

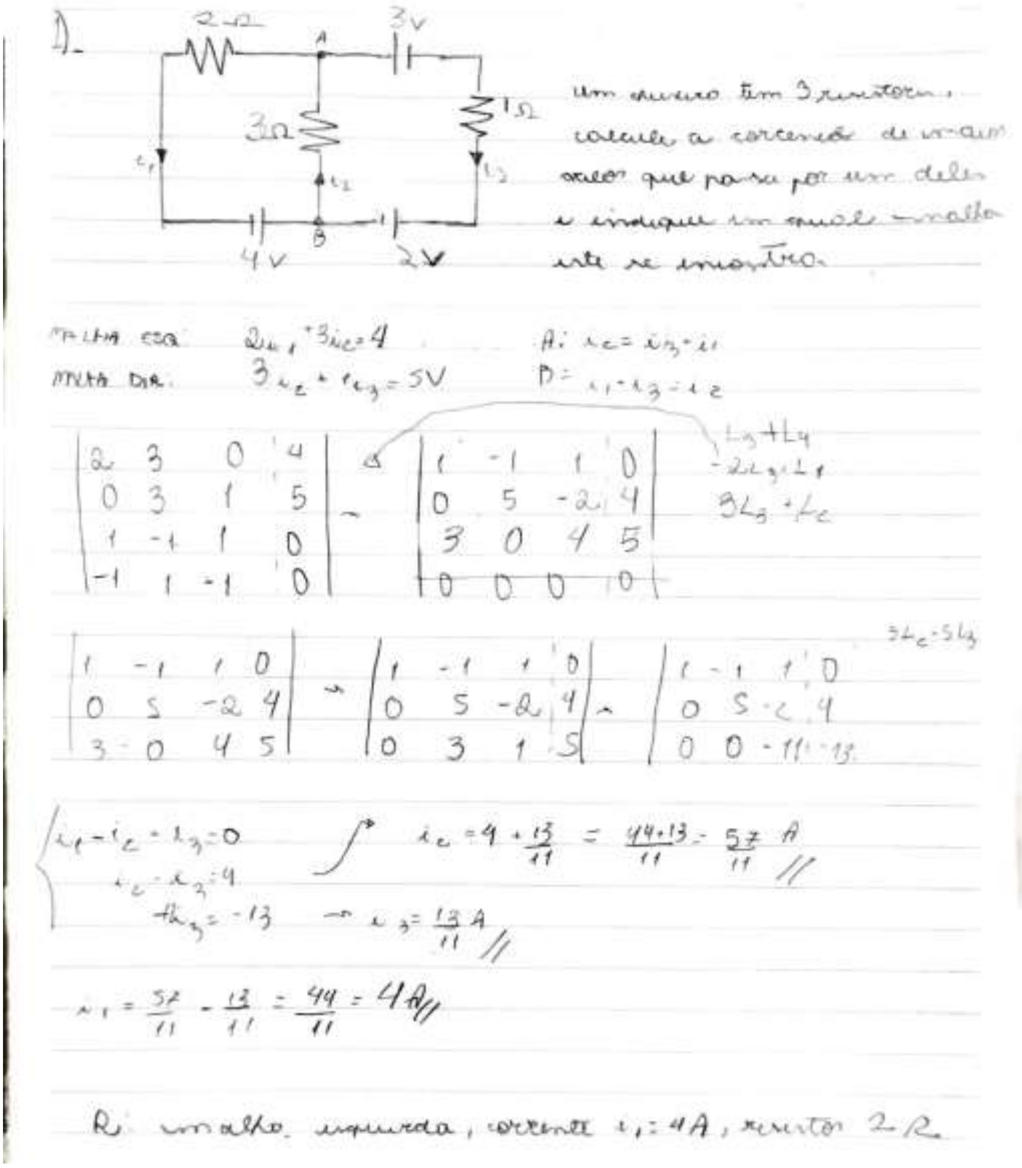


Figura 2 – Problema proposto pelo G1 e resolvido pelo G3 utilizando o conteúdo da Física sobre correntes elétricas

Fonte: Arquivo da Pesquisa

Conforme mostra a Figura 2, em relação a proposição do problema feita pelo G1, eles adaptaram o problema que já havia sido trabalhado em sala de aula, trazendo um sistema vertical. No entanto, eles ampliaram de 2 para 3 fontes de tensão. Além disso, o objetivo do problema não foi apenas encontrar os valores das correntes, mas encontrar qual a maior corrente o que revela um avanço no conteúdo. Nesse sentido, a proposição de um novo problema surgiu de uma variação do problema dado, assim como aponta Malaspina (2016).

Os estudantes do G3, que resolveram o problema, construiram de forma certa a matriz. Em sua resolução, fizeram a operação $L_3 + L_4$ de forma correta. No entanto, na operação $-2L_3 + L_1$ há erros de operações básicas, o que acabou gerando um resultado errado ao final. O resultado desta matriz seria $i_1 = \frac{1}{11}, i_2 = \frac{14}{11}$ e $i_3 = \frac{13}{11}$. É possível observar que os estudantes até acertaram o resultado de i_3, mas erraram os outros.

Além disso, uma vez que os estudantes não fizeram de forma organizada e passo a passo cada uma das matrizes, isso pode ter ocasionado uma perca do raciocínio na hora dos cálculos. Tal ocorrido aponta que os alunos não reviram a sua resolução, o que é apontado como um aspecto importante na etapa de monitoramento do processo de resolução de problemas de Proença (2018).

Porém, há de se destacar que a indicação das operações a serem feitas para zerar a primeira coluna estão corretas, o que revela que eles entenderam como utilizar o algoritmo do escalonamento. Desse modo, podemos considerar que abordar o EAMvRP favoreceu a aprendizagem do algoritmo do escalonamento, uma vez que os estudantes não sabia realizá-la. Contudo, outras fragilidades do conhecimento matemático atrapalharam para que a resolução fosse exata.

O G3 também seguiu o mesmo caminho e propôs ao G2 um problema adaptado do que foi trabalhado em sala de aula, como é apresentado na Figura 3.

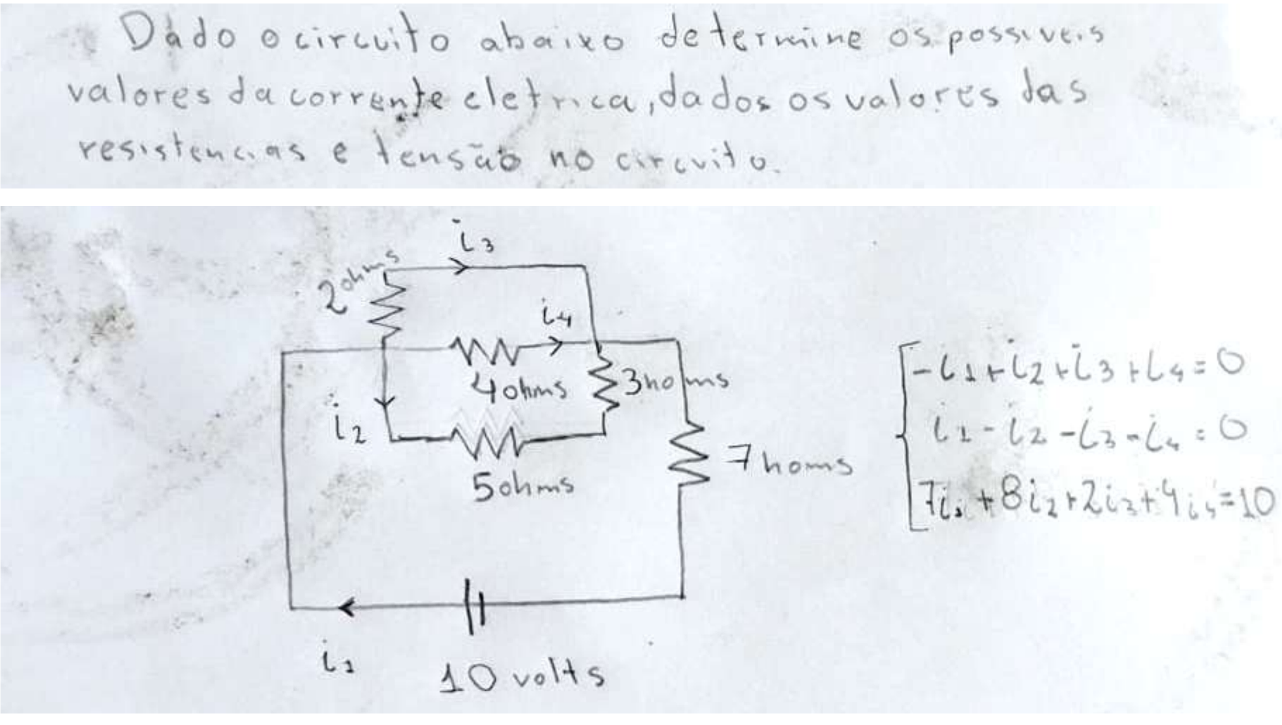


Figura 3 – Problema proposto pelo G3 e resolvido pelo G2 utilizando o conteúdo da Física sobre correntes elétricas

Fonte: Arquivo da pesquisa

Conforme mostra a Figura 3, o G3 estruturou o problema de forma diferenciada do que foi proposto na disciplina e acabaram já apresentando o sistema que poderia ser resolvido por escalonamento. Isso revela que o G3 também optou por uma variação de um problema dado, assim como sugere Malaspina (2016). No entanto, este sistema ao ter 3 linhas e 5 colunas, até poderia ser escalonado, mas chegaria a um sistema possível e indeterminado, sem encontrar o resultado para a corrente elétrica, o que acaba por evidenciar uma das dificuldades apontadas por Ponte, Branco e Matos (2009), ou seja, compreender o processo de resolução de sistemas lineares e ser capaz de executar os cálculos corretamente até obter a solução.

Analisando o ocorrido, isso revela que os estudantes tentaram ir além do problema proposto, tentanto avançar no conteúdo buscando desenvolver um problema com maior dificuldade. Contudo, duas fragilidades se revelaram: a primeia em relação a conseguir propor um problema com um resultado viável; e a segunda em favorecer que essa resolução fosse possível. Tais fragilidades sugerem que os estudantes não refletiram sobre o problema, dado que isso é um passo necessário dentro da criação de problemas (Malaspina, 2016).

O G2 propôs um problema para o G1 resolver, não abordando uma variação do problema como os outros dois grupos. O enunciado era o seguinte: “Dois irmãos trabalham em uma obra e precisam içar uma caixa de areia. Para isso, eles precisaram empurrar a caixa até a laje. Para evitar que a caixa caia da laje, um dos irmãos empurra do lado contrário ao anterior, fazendo com que a caixa fique estática. Analisando essa situação, descubra as forças que fazem que a caixa fique parada.”

$$\begin{cases} F_a & +F_b & -F_c & = 0 \\ F_a & -F_b & +0 & = 3 \\ F_a & +0 & +F_c & = 9 \end{cases}$$

Conforme o que foi apresentado pelo G2, analisamos que a proposição de problemas acaba por possibilitar a valorização da Matemática, uma vez que o conceito de escalonamento foi aplicado em um problema de um conteúdo diferente. Isso pode ampliar o arcabouço dos estudantes em pensar diferentes estratégias e situações para se utilizar um determinado conteúdo de Matemática.

A resolução pelo G1 é apresentada na Figura 4.

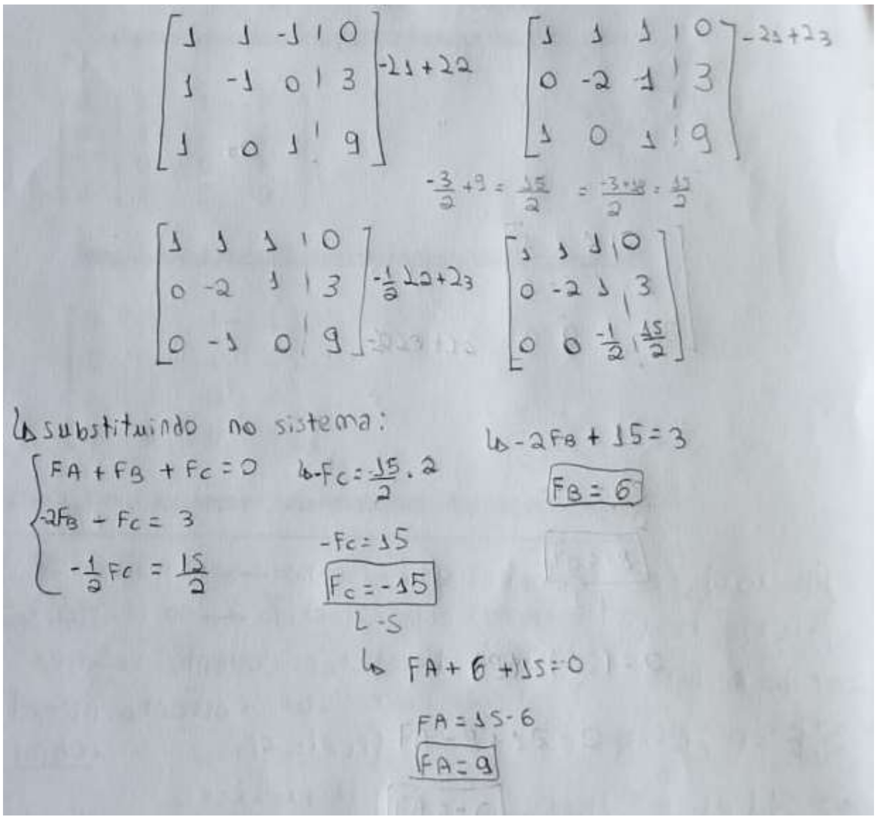


Figura 4 – Resolução feita pelo G1 do problema proposto pelo G2 sobre forças

Fonte: Arquivo da Pesquisa

Na resolução apresentada pelo G1, observa-se que na primeira operação $-L_1 + L_2$ os estudantes acabaram na segunda matriz deixando o valor de $F_c = -1$, quando deveria ser 1. Neste sentido, este erro de sinal acabou interferindo no resultado da matriz que deveria ser $F_a = 4, F_b = 1\ e\ F_c = 5$. Isso também revela que os estudantes não reviram a resolução do problema, como é proposto para ser feito na etapa de monitoramento de Proença (2018). No entanto, caso não fossem essas fragilidades de atenção nos cálculos, os estudantes teriam executado o processo de escalonamento de forma primorosa.

Considerações finais

Neste trabalho, o objetivo consistiu em evidenciar as potencialidades e fragilidades em um contexto de proposição de problemas trabalhada após o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP) para o conteúdo de escalonamento. Para tal, realizamos aulas em que os estudantes do curso de bacharelado em Física puderam avançar em suas compreensões do conteúdo abordado.

Como potencialidades, a proposição de problemas teve grande suporte do trabalho na abordagem das cinco ações do EAMvRP ao favorecer: a compreensão do método de escalonamento, o qual foi construído em sala de aula, possibilitando aos estudantes aplicarem tal conteúdo em problemas por eles criados; ao proporem novos problemas, os estudantes mostraram ser capazes de avançar no conteúdo estudado quando dois grupos propuseram contextos diferentes, relacionados a outras áreas do conhecimento, o que significa uma aprendizagem mais ampla sobre o conteúdo; sobretudo, a proposição de problemas de escalonamento possibilitou que os estudantes se desafiassem sobre os conteúdos de Física tendo um papel explicitamente ativo no processo de ensino.

Como fragilidades, podemos destacar: a dificuldade ou a falta de atenção em operações básicas durante o processo de escalonamento, o que acabou por comprometer a resolução de forma adequada; a dificuldade na etapa de monitoramento do processo de resolução de problemas, o que mostra que esses estudantes precisam se atentar a necessidade de rever suas resoluções. Portanto, o nosso estudo revela que a elaboração de problemas, seguida do EAMvRP, trouxe um desafio na construção de um problema, o que ao mesmo tempo favoreceu, possivelmente, a aprendizagem de escalonamento.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF: MEC, 2018.

FELMER, P.; PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. **Posing and solving mathematical problems**. Suíça: Springer International Publishing, 2016.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. Editora Atlas SA, 2002.

LEON, S. J. **Álgebra Linear com aplicações.** 8 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

LILJEDAHL, P.; SANTOS-TRIGO, M.; MALASPINA, U.; BRUDER, R. **Problem solving in Mathematics Education**. Hamburg, Germany: ICME-13 Topical Surveys, Springer Open, 2016.

MALASPINA, U. Creación de problemas: Sus potencialidades en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, v. 11, n. 15, p. 321-331, 2016.

MENDES, L. O. R. **A Gamificação como estratégia de ensino: a percepção de professores de matemática.** 2019. 188f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2019.

MENDES, L. O. R.; PROENÇA, M. C. de. Aspectos teóricos sobre o ensino-aprendizagem de Matemática via resolução de problemas. In: MENDES, Luiz Otavio Rodrigues; PROENÇA, Marcelo Carlos de (org.). **Ensino de funções via resolução de problemas**: teoria e propostas para a sala de aula. Maringá: Eduem, 2020. p. 9-12.

MOURA, Diego Luz. **Pesquisa qualitativa: um guia prático para pesquisadores iniciantes**. Editora CRV, 2021.

NCTM. **De los principios a la acción: Para garantizar el éxito matemático para todos**. Reston, Virginia, USA: NCTM, 2016.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo enfoque do método matemático. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P., BRANCO, N., MATOS, A. **Álgebra no ensino básico.** Lisboa: Ministério da Educação.2009.

PROENÇA, M. C. **Resolução de Problemas:** encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, M. C.; CAMPELO, C. S. A.; SANTOS, R. R. Resolução de problemas na BNCC: reflexões para a sua inserção no currículo e no ensino de matemática no ensino fundamenta. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. V. 13, n. 6, p. 1-20, 2022.

ROZARIO, T. A. **Ensino-aprendizagem de Área de Triângulo via Resolução de Problemas**: análise sob o enfoque do modelo dos campos semânticos. 2022. 135f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2022.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics.** Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SILVA, V. F. A resolução de problemas: concepções evidenciadas na prática e no discurso de professores de Matemática do ensino fundamental. In: X Simpósio Linguagens e Identidades Da/Na Amazônia Sul-Ocidental, 2016, Rio Branco. **Anais do X SLIASO**, Rio Branco: UFAC, 2016, p. 1-15.

TRAVASSOS, W. B. **A aprendizagem de inequação polinomial de 1º grau de uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental:** análise no contexto de uma sequência didática via resolução de problemas. 2023. 281 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2023.