



Encontro Paranaense de Educação Matemática  
Curitiba, 26 a 28 de setembro de 2024.

## **ARBORIZAÇÃO DE UM LOTEAMENTO: UMA EXPERIÊNCIA COM A MODELAGEM MATEMÁTICA**

Jeniffer Paula da Cruz  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
jepaula2001@gmail.com

Gislaine Ferreira Gomes  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
gisfg@hotmail.com

Karina Alessandra Pessoa da Silva  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
karinasilva@utfpr.edu.br

### **Resumo**

Este texto visa relatar uma experiência com a Modelagem Matemática de duas mestrandas no primeiro ano, ao desenvolver, enquanto alunas, uma atividade com o tema "Arborização". Entendemos que a Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica em que podemos abordar uma situação não matemática com auxílio da matemática. A atividade em questão foi desenvolvida durante o primeiro semestre de 2023, em uma disciplina intitulada Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino. A temática da atividade foi sugerida pela professora regente da disciplina e durante dois encontros presenciais e momentos online, as mestrandas escolheram arborizar um loteamento e planejaram a forma como isso poderia acontecer. No processo de desenvolvimento da atividade, buscas por informações foram realizadas, recursos tecnológicos, tais como o Google Earth, foram mobilizados, hipóteses foram levantadas, um modelo de arborização foi construído e avaliado pelas modeladoras. O desenvolvimento desta atividade proporcionou às mestrandas conhecimento quanto às responsabilidades confiadas aos alunos e responsabilidades do professor em atividades de segundo momento de familiarização.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Experiência com modelagem matemática. Arborização.

### **Introdução**

Ao trabalhar com o ensino de matemática compreende-se que, por mais que o planejamento seja o mesmo, para o mesmo nível de escolaridade, a implementação sofre modificações devido ao desenvolvimento assumido pelos alunos. O que modifica a experiência com as aulas são as ações que diferentes turmas decidem tomar. A Modelagem Matemática, assim como outras alternativas de ensino, possui a mesma característica, o que nos leva a compreender que a modelagem é possível

em diferentes níveis de escolaridade, o que muda são as ações que ocorrem e as orientações que o professor realiza.

Entendemos que a modelagem, enquanto alternativa pedagógica, é um caminho para ensinar matemática. Pode ser um caminho sobretudo “para o “fazer” Matemática em sala de aula, referindo-se a observação da realidade (do aluno ou do mundo) e, partindo de questionamentos, discussões e investigações, defronta-se com um problema que modifica ações na sala de aula, além da forma que se observa o mundo” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2019, p. 79).

Compreende-se que a Modelagem Matemática pode ser trabalhada em sala de aula em diferentes níveis de escolaridade, sendo assim sugere-se ao professor realizar um planejamento em que sejam apresentados “desafios para seus alunos, que sejam adequados em termos de sua formação e pré-requisitos” (Niss; Blum, 2020, p. 94, tradução nossa).

Este texto tem como objetivo apresentar o relato de uma atividade de modelagem desenvolvida em uma disciplina de mestrado, ministrada pela terceira autora. Nele buscamos apresentar a visão das alunas de um grupo, primeira e segunda autoras, ao desenvolverem um modelo de arborização para um loteamento. Durante o desenvolvimento da atividade, a professora da disciplina sugeriu o tema e os professores em formação, em grupos, buscaram as informações sobre o tema, coletaram os dados, formularam o problema, definiram as hipóteses, obtiveram e validaram o modelo matemático encontrado.

De modo a estruturar e apresentar o relato da experiência, organizamos este texto em seções: Modelagem Matemática, Encaminhamentos Metodológicos, o Relato da atividade de modelagem matemática desenvolvida e, por fim, as Considerações Finais.

## **Modelagem Matemática**

A Modelagem Matemática, na Educação Matemática, pode ser entendida como uma alternativa pedagógica que possibilita abordar diversos conteúdos matemáticos partindo de situações do contexto real do aluno. Segundo Almeida e Silva (2017, p. 209), “a introdução e o uso da modelagem matemática nos diversos níveis de escolaridade e em diferentes cursos e disciplinas remete, entretanto, ao uso, à aplicação e à construção de conhecimento em Matemática”.

Para Bassanezi (2010, p. 16), “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Sendo assim, durante as aulas com modelagem matemática realiza-se a investigação de situações não essencialmente matemáticas com o auxílio da matemática, neste

processo os conhecimentos matemáticos são trabalhados conforme a situação necessita deles para a sua resolução.

A Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica “permite o estudo da Matemática a partir de temas diversos da realidade, sejam eles matemáticos ou não, oportunizando ao estudante o transitar entre a linguagem natural do fenômeno sob investigação e a linguagem matemática” (Tortola, 2016, p. 16). Portanto, para além do trabalho com conteúdos matemáticos, os alunos realizam o trabalho de investigação da situação, buscando dados, elencando informações, tomando a iniciativa e avaliando seus modelos.

A Modelagem Matemática ao ser implementada nas práticas pedagógicas pode seguir diferentes configurações, no entanto, o que se preza é o fato de que os alunos “precisam transcender a situação do mundo em que um problema é formulado, convertendo esta situação na estrutura organizada em linguagem matemática” (Almeida, 2018, p. 19). Esta estrutura organizada é o que a literatura convencional caracterizar como modelo matemático. Um modelo:

é um objeto (que muitas vezes é em si mesmo uma agregação de objetos), que deve significar – representar – outra coisa. O modelo destina-se a capturar apenas certas características da realidade que representa e, portanto, é uma representação simplificada dessa realidade (Niss; Blum, 2020, p. 6, tradução nossa).

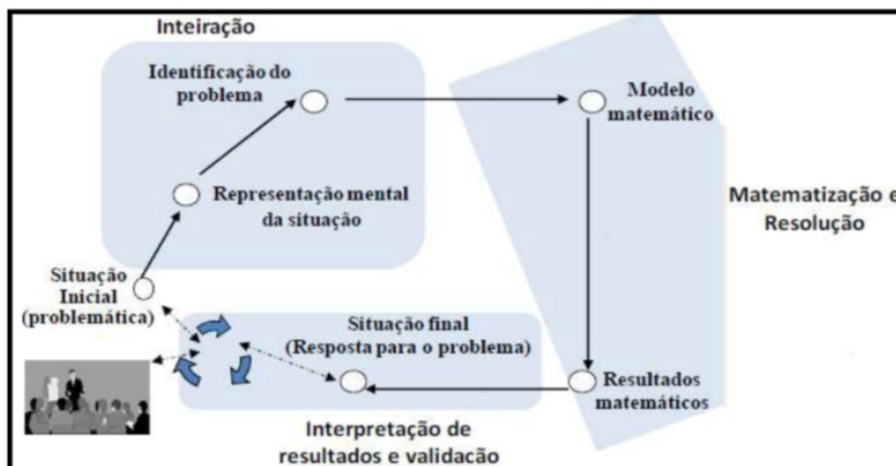
Neste sentido, em atividades de modelagem matemática, o modelo matemático captura certas características da realidade, via abordagem matemática com o intuito de uma solução à problemática em estudo. Durante a construção de um modelo matemático, os conteúdos matemáticos podem ser requeridos, em que “os alunos tanto ressignificam conceitos já construídos quanto constroem outros diante da necessidade de seu uso” (Borssoi, 2013, p. 50).

Ao implementar atividades de modelagem matemática em sala de aula, é importante familiarizar os alunos de maneira gradativa, variando quanto à atuação do professor e a dos alunos. A familiarização do aluno pode ocorrer em três momentos diferentes. Em um primeiro momento de familiarização, o professor coloca os alunos em contato com uma situação-problema por ele escolhida, fornece todos os dados e as informações necessárias para a sua resolução, cabe aos alunos construírem o modelo matemático de acordo com a problemática e informações disponíveis. No segundo momento, uma situação-problema é sugerida pelo professor, porém os dados e as informações necessárias para resolver a situação ficam sob a responsabilidade do aluno, configurando uma independência no que se refere à definição de procedimentos para a situação investigada. No terceiro momento, cabe aos alunos a identificação de uma situação-problema, como também a coleta e análise dos dados (Almeida; Silva; Vertuan, 2012).

Para a investigação realizada em atividades de modelagem matemática, a literatura indica um conjunto de procedimentos característicos, denominados fases/estágios/etapas (Blum; Ferri, 2009, Almeida; Silva; Vertuan, 2012). Almeida, Silva e Vertuan (2012) indicam quatro fases: Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de resultados e validação. Para os autores:

O termo "inteiração" remete a "ato de inteirar-se", "informar-se sobre", "tornar-se ciente de". Em termos da atividade de Modelagem Matemática, essa etapa representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação. Implica, portanto, cercar-se de informações sobre essa situação por meio da coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos. [...] A situação-problema identificada e estruturada na fase de inteiração, de modo geral, apresenta-se em linguagem natural e não parece diretamente associada a uma linguagem matemática, e assim gera-se a necessidade da transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática). Essa linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido. A busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características. [...] Resolução consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo. [...] A interpretação de resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema. A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da representação para a situação (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 15-16).

As fases podem ser representadas por meio de um esquema que se convencionou chamar ciclo de modelagem. As fases caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012) podem ser organizadas segundo o ciclo apresentado na Figura 1.



**Figura 1** – Ciclo da Modelagem Matemática

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 19)

Diante das considerações sobre a Modelagem Matemática, uma atividade foi desenvolvida com o tema arborização sugerido pela professora em uma disciplina de mestrado, seguindo as fases para seu desenvolvimento e configurações de segundo momento de familiarização.

### Encaminhamentos Metodológicos

A atividade sobre a arborização foi desenvolvida com cinco alunos, em uma disciplina de mestrado intitulada Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino, ministrada pela terceira autora deste relato, durante o primeiro semestre de 2023. Nesta disciplina, realizamos estudos de textos sobre a modelagem matemática, visando conhecê-la, desenvolvemos algumas atividades de modelagem, em diferentes momentos de familiarização, planejamos e implementamos práticas com modelagem.

Este relato visa mostrar a perspectiva de um grupo, composto por duas alunas, primeira e segunda autoras do texto, ao desenvolver a atividade enquanto modeladoras, durante dois encontros da disciplina de três horas cada. A primeira autora é professora de matemática há dois anos e atua com alunos do Ensino Médio, já a segunda autora é professora de matemática dos anos finais do ensino fundamental e ensino médio há 16 anos e professora dos anos iniciais do ensino fundamental há 3 anos.

Apresentamos, além de registros escritos, as memórias das alunas e algumas figuras, visando relatar detalhes das escolhas realizadas para a construção do modelo de arborização de um loteamento. É importante ressaltar que as alunas deste grupo já haviam desenvolvido outras atividades de modelagem durante a disciplina.

A atividade se configura como de segundo momento de familiarização, sendo assim a professora regente propôs a temática de arborização e, em grupos, os alunos realizaram a escolha do local a ser arborizado, a busca por informações necessárias para a arborização, a construção e a interpretação dos modelos de arborização.

Em nosso relato discorremos sobre todo o processo realizado nesta atividade, as ideias iniciais de arborização, a escolha do local a ser arborizado, as pesquisas feitas sobre as restrições para o plantio de árvores, a escolha do tipo de árvore a ser plantada, o uso de um software para visão superior do local escolhido, o processo de alocação das árvores no local e a interpretação realizada da possível arborização para o local.

### **Relato da atividade de modelagem matemática desenvolvida**

Nosso relato está organizado segundo as quatro fases da Modelagem Matemática caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012): Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação dos Resultados e Validação. De modo geral, há uma sequencialidade das fases em nosso processo de modelagem, no entanto, por vezes recorremos a fases anteriores quando necessário.

No início da primeira aula, voltada ao desenvolvimento da atividade de arborização, como *inteiração*, a professora regente nos explicou que, em grupos, iríamos desenvolver um projeto de arborização de um local a nossa escolha, ela nos disponibilizou um texto introdutório sobre o tema, disposto na Figura 2.

**Arborização**

Arborização é o termo utilizado para o conjunto de vegetação com espécies predominantemente arbóreas natural. A arborização urbana consiste nesse conjunto de vegetação cultivada em áreas privadas e públicas de uma localidade urbana.

Além de proporcionar sombra, amenizar a temperatura, aumentar a umidade relativa do ar e melhorar sua qualidade, a arborização desempenha funções importantes nas cidades, relacionadas a aspectos ecológicos, estéticos e sociais.

Vamos escolher uma região da cidade que precisa ser arborizada e fazer um plano de arborização.



**Figura 2** – Texto introdutório do tema arborização

Fonte: da professora regente

Dois grupos foram formados, com dois e três alunos, e iniciamos as escolhas do local a ser arborizado. Ao discutir os possíveis locais decidimos por desenvolver um projeto de arborização de um espaço em um novo loteamento na cidade de Araçongas, no bairro Jardim Paraná. Uma das integrantes desse grupo é residente na cidade de Araçongas e compartilhou com sua dupla que a cidade possui um plano de arborização urbana<sup>1</sup>, com sugestões de árvores típicas da cidade e orientações de espaçamento a ser mantido para o plantio dessas árvores.

Realizamos uma pesquisa quanto às orientações de arborização da cidade e identificamos as seguintes distâncias mínimas a serem consideradas para áreas urbanas: 4 (quatro) metros de postes da rede de energia elétrica; 6 (seis) metros das esquinas; 1 (um) metro de portão; 2 (dois) metros de boca de lobo; 1 (um) metro de caixa de passagem.

Essas informações nos fizeram observar que não iríamos realizar apenas a disposição das árvores no loteamento, mas também seria necessário posicionar portões, bocas de lobo e postes. O plano de arborização também especifica que em calçadas com largura inferior a 1,50 m não é recomendável o plantio de árvores, pois dificulta o trânsito de pedestres, principalmente de deficientes físicos. O espaço livre mínimo nas calçadas para o trânsito de pedestres é de 1,20 m, conforme preconiza a NBR 9050/94.

Tendo em vista a necessidade de disposição de postes e bocas de lobo, realizamos pesquisas sobre orientações de alocação destes. As informações indicam que deve haver uma boca de lobo a cada 60 metros no máximo para evitar que a enxurrada forme uma lâmina mais funda do que a capacidade de escoamento da sarjeta. Em ruas largas, as distâncias entre as bocas de lobo devem ser menores, pois o volume da enxurrada é maior. Em relação aos postes de iluminação das vias residenciais, o vão médio deve ser entre 35 metros e 40 metros.

A cidade de Araçongas possui algumas árvores que são características de sua arquitetura e, para conhecê-las, realizamos pesquisas quanto a esses espécimes e decidimos que, por se tratar de um bairro e que o plantio de árvores seria feito nas calçadas, uma árvore de pequeno porte seria a mais indicada. Escolhemos o Cambuí, pois uma de suas principais características é de atrair pássaros. Araçongas é considerada a Cidade dos pássaros. Esta árvore possui altura entre 4 e 6 m, a copa com 2 m de diâmetro, o tronco de 20 a 30 cm e a distância mínima entre as árvores deve ser de 5 m.

---

<sup>1</sup> PMAU – Plano Municipal de Arborização urbana de Araçongas-PR:  
<https://www.aracongas.pr.gov.br/downloads/legislacao/meioambiente/20210408190418.pdf>

Com o auxílio do *Google Earth*<sup>2</sup>, buscamos a localidade - Jardim Paraná - e uma vista superior do loteamento escolhido para o projeto de arborização, com vistas a nos certificarmos de algumas medidas do local (Figura 3). Utilizando a ferramenta de Medição do aplicativo, estimamos que as calçadas possuem 2,65 metros de largura, as quadras possuem 188 metros cada e os terrenos possuem cerca de 14,65 metros de comprimento frontal. Com o aplicativo, visualizamos que já existem ruas com casas no local, porém ainda com poucas residências, muitas delas ainda estão em construção, o que teoricamente facilita o plantio de árvores nas calçadas.



**Figura 3** – Área do Jardim Paraná escolhida

Fonte: *Google Earth*

A partir das informações coletadas, decidimos investigar: *Qual o número de mudas de árvores para arborizar uma área de um loteamento localizado no Jardim Paraná?*. Tendo em vista a situação-problema em estudo, a *Matematização*, passou a ser a fase de desenvolvimento da atividade sob a qual nos atentamos, com a definição de algumas hipóteses, como:

- a distância entre bocas de lobo é de 60 m;
- a distância entre os postes é de 35 m;
- a distância mínima entre as árvores é de 6 m;
- a largura da calçada é de 2,65 m;
- o comprimento da quadra 188 m;
- distância de 5 m da esquina para o posicionamento de postes, por uma questão de segurança.

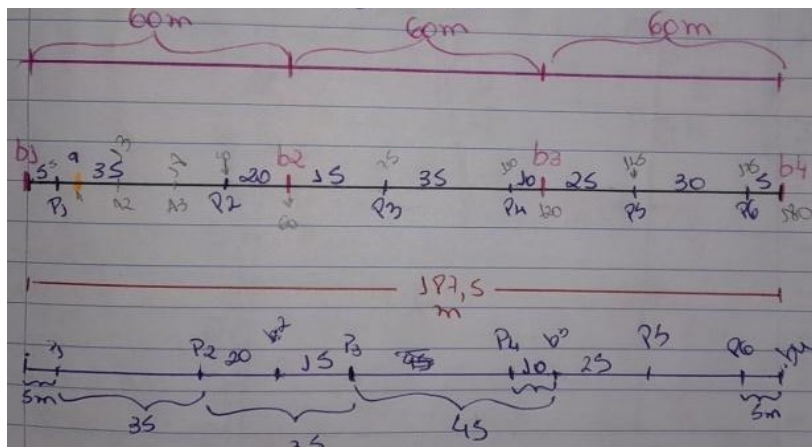
Com estas definições, iniciamos a análise do local, na fase de *Resolução*. Para isso, realizamos o esboço de uma das quadras do loteamento no papel, pois verificamos que a maioria

---

<sup>2</sup> O *Google Earth* é um programa que permite a visualização tridimensional do globo terrestre, usando imagens de satélites para poder apresentar a visão superior de diferentes localidades. Disponível no link: <https://earth.google.com/web/>



das quadras do loteamento possui a mesma medida. Em nosso esboço procuramos representar o local em escala reduzida, mantendo a escala para as árvores, postes (P1 a P6), terrenos e bocas de lobo (B1 a B4) como mostra a Figura 4.



**Figura 4** – Esboço da quadra e disposição dos itens

Fonte: as autoras

Na construção do esboço, descontamos a medida de 5 metros de cada esquina, pois segundo recomendações, postes e árvores não devem ficar próximos a esta área. Disponibilizamos as bocas de lobo. Considerando que não há restrições de espaço para as bocas de lobo das esquinas e as quadras de 188 m, então cada quadra terá quatro bocas de lobo.

Realizamos a divisão dos terrenos, em que foi necessário medir um dos terrenos no local, para manter o mesmo espaço para todos, obtivemos que os terrenos possuem cerca de 14,5 m de comprimento frontal cada um, sendo assim cada quadra possui treze terrenos de cada lado da rua, essa nova informação se tornou outra hipótese.

Após definido o espaço dos terrenos, realizamos a disposição de postes e árvores, mas neste momento a professora nos questionou quanto à entrada de carros para as casas, pois esse espaço deve ser considerado. Realizamos então uma busca em que consideramos que a guia rebaixada para cada residência precisa ser de 2 m, portanto, em frente a cada terreno seria necessário manter esse espaço livre, algo que não tínhamos feito no esboço inicial (Figura 4). Essa busca por novas informações é característica da fase de inteiração, portanto neste momento recorreremos a ela.

Foi necessário definir novas hipóteses, tais como: todas as casas construídas nessa região têm sua garagem posicionada no canto esquerdo das residências; os terrenos possuem comprimento frontal de 14,5 m; e todas as ruas arborizadas contam com 13 terrenos. Com as novas considerações

e informações foi necessário definir novas hipóteses, esta ação é característica da fase de matematização.

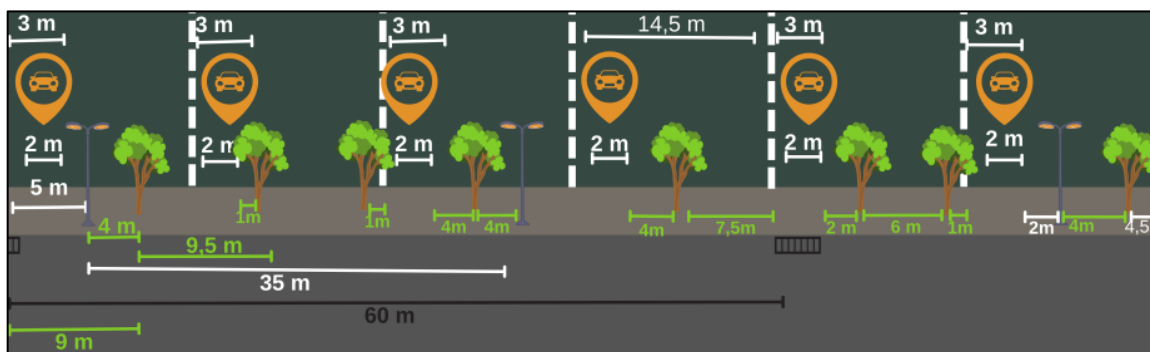
Construímos uma representação de um lado de uma rua contendo as bocas de lobo, os terrenos, as guias rebaixadas, os cinco metros de segurança nas esquinas, os postes e as árvores. Para isso, lançamos mão do Canva, visto que a organização da distribuição dos elementos necessitava remanejamentos que eram difíceis na produção escrita. A Figura 5 é a legenda contendo a descrição dos ícones utilizados.

	Entrada de carros
	Árvores
	Boca de Lobo
	Postes de Luz
	Divisa das casas
	Distância da árvore
	Distância dos postes
	Distância das bocas de lobo

**Figura 5** – Legenda dos itens utilizados

Fonte: as autoras

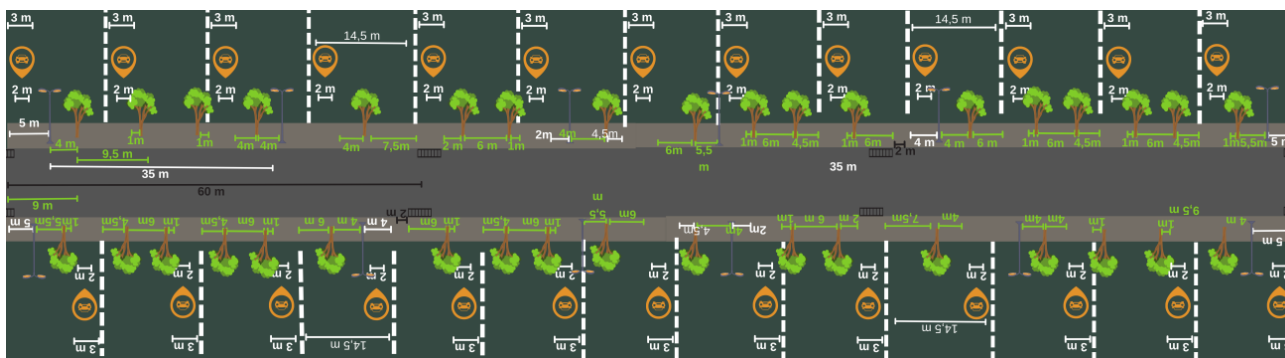
Primeiro representamos a rua, calçadas e espaço para terrenos, em seguida incluímos a distância de segurança de 5 m das esquinas. Alocamos os 13 terrenos no espaço definido e também o espaço, de 3 m considerados adequados, para as entradas de carro, inserimos as bocas de lobo e os postes, tomando cuidado para as distâncias necessárias e por fim inserimos as árvores. A Figura 6 mostra a representação de parte da rua, com 6 terrenos, reduzimos a imagem para garantir melhor visualização da disposição feita.



**Figura 6** – Representação de parte da rua

Fonte: as autoras

Realizamos as disposições dos itens em frente aos 13 terrenos, em seguida espelhamos esta disposição para o outro lado da rua. Temos então a disposição dos itens, segundo as orientações pesquisadas, para uma das ruas do loteamento, como mostra a Figura 7.



**Figura 7** – Uma das ruas do loteamento arborizada

Fonte: as autoras

Por fim, verificamos que a área escolhida possui 14 ruas de tamanho parecido, sendo assim consideramos que a disposição dos itens seria a mesma em todas elas. Com isso, obtivemos como resultado que são necessárias 36 árvores em cada rua, sendo 18 em cada calçada, e 504 mudas de árvores para arborizar as 14 ruas de parte do loteamento.

Na *Interpretação de resultados e validação*, para arborizar este loteamento, levando em consideração as normas da cidade, a árvore escolhida e também as hipóteses definidas previamente e durante o processo de construção do modelo, serão necessárias 504 mudas da árvore Cambuí para arborizar esta área do loteamento no Jardim Paraná.

A validação dos resultados ocorreu ao observar se nossas investigações responderam à questão pesquisada (*Qual o número de mudas de árvores para arborizar uma área de um loteamento localizado no Jardim Paraná?*) e, ainda, ao considerar se a construção do modelo cumpre aos propósitos aos quais ele inicialmente foi construído.

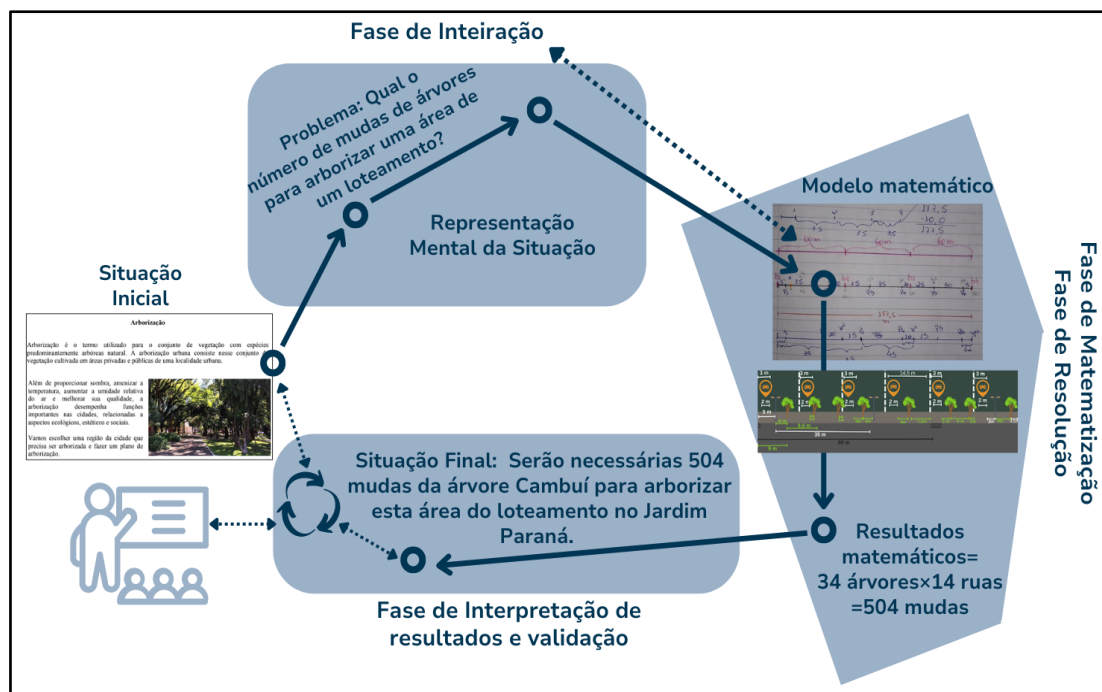
As hipóteses levantadas, quanto à distribuição de itens (postes, bocas de lobo, árvores), direcionaram o modelo a seguir as instruções de infraestrutura da cidade, para que então o número de mudas fosse adquirido, consideramos que poucas aproximações foram realizadas em sua construção, o que traz ao modelo uma maior correspondência com a realidade do local de estudo.

Os propósitos para a construção do modelo de realizar a arborização de um local, que a princípio foi desmatado para a construção do loteamento, se justificam ao posicionar novas vegetações em meio a área urbana, sem que atrapalhe a habitação das pessoas que irão alocar casa

nesse local. E ainda com o tempo, com as árvores crescidas, poderíamos investigar se a sombra é boa para o local, se proporciona o refrescamento para a área.

Sendo assim, nosso processo de validação ocorreu ao observar “o que se pode dizer de uma situação da realidade mediante a modelagem matemática constitui uma resposta adequada, ainda que essa adequação possa ser circunstancial e provisória” (Almeida; Kowalek, 2024, p. 335), pois este modelo é uma opção adequada a ser seguida ao considerar as especificações requeridas na cidade.

De modo a estruturar os encaminhamentos que empreendemos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática relatada, construímos o ciclo percorrido, como mostra a Figura 8.



**Figura 8** – Ciclo de Modelagem Matemática da atividade da arborização

Fonte: as autoras

O ciclo apresentado na Figura 8 contém o resumo das ações que desenvolvemos a cada fase da atividade de modelagem. Nele, as linhas cheias representam a passagem de uma ação a outra em cada fase, já as linhas pontilhadas indicam o trânsito (ida e vinda) entre as ações e fases. Durante a fase de matematização, houve a necessidade de retorno à inteiração para coletar novos dados, assim como durante o processo de comunicação de nossos resultados retomamos aspectos da situação inicial que fazem parte da interpretação de nossos resultados.

## Considerações finais

Nesta experiência de modelagem, a temática da atividade foi sugerida pela professora, no entanto, a escolha pelo loteamento a ser arborizado e o planejamento de como o processo aconteceria, foi realizado pelas alunas, utilizando diferentes recursos tecnológicos. Com isso, na construção deste modelo maiores responsabilidades foram destinadas às modeladoras.

Durante o desenvolvimento da atividade, as escolhas das modeladoras guiaram suas ações, desde a definição do local até a avaliação do modelo construído, mesmo que não tenhamos seguido o desenvolvimento observando o que fazer a cada fase de modelagem elas estiveram presentes no processo, principalmente com as orientações da professora.

Em um primeiro momento, as alunas foram apresentadas à situação-problema, em que houve a inteiração, uma vez que tiveram o primeiro contato com o que se pretendia estudar e foram em busca da coleta de dados e informações referentes ao tema. Na fase da matematização, pensando nas informações que foram coletadas, decidiu-se o problema que seria investigado e definidas algumas hipóteses.

Durante a resolução, após definir as hipóteses, foi realizado o esboço do local em escala reduzida considerando as árvores, os postes, os terrenos e as bocas de lobo, recorrendo por vezes a fases “anteriores” para coleta de novas informações e definição de novas hipóteses, culminando na construção de um modelo que considera maiores informações e restrições para uma localidade urbana. Na fase de interpretação dos resultados chegou-se a uma solução para o problema inicial, esta foi considerada adequada e uma boa possibilidade de arborização para um local que até então possui pouca ou nenhuma vegetação.

Compreendemos também algumas diferenças na execução desta atividade, pois foi desenvolvida enquanto atividade de segundo momento de familiarização. O tema arborização foi escolhido pela professora regente da disciplina, além disso, durante a atividade a professora esteve presente, procurando compreender quais os nossos objetivos com o modelo, assim como pautando considerações sobre o trabalho do grupo.

Ao passar por essa experiência pudemos reconhecer que houve mais possibilidades de escolha do que pode ser investigado, sendo assim hipóteses são necessárias para orientarem as investigações, neste caso as orientações do professor são importantes para que, ao decorrer da atividade, os alunos não se percam nas escolhas e possam construir seus modelos.

No caso do modelo aqui relatado, o trabalho matemático foi realizado ao utilizar proporção para considerar um modelo em escala reduzida, uso de materiais de medida para construir modelos

adequados no papel. Mas outros grupos, com escolhas de investigação de locais diferentes requerem conteúdos diferentes, sendo assim é possível notar que em atividades de segundo momento há mais possibilidades de conteúdos matemáticos a serem requeridos, além de conteúdos matemáticos distintos, discussões quanto a própria questão a ser respondida podem emergir do processo.

As orientações nesta atividade de modelagem proporcionaram ao grupo o transitar pelas diferentes fases, ao realizar ações características de cada uma delas, o que proporcionou conhecimentos quanto aos processos desempenhados em atividades de modelagem. A experiência de desenvolver uma atividade de segundo momento nos fez perceber características do trabalho do professor e das responsabilidades destinadas aos alunos.

Enquanto professoras atuantes, consideramos que esta experiência com uma atividade de modelagem no segundo momento de familiarização, proporcionou conhecer os processos desempenhados pelos modeladores, compreendemos que com maiores responsabilidades serão destinadas aos alunos o professor terá de desempenhar um papel de orientar.

Atividades de segundo momento proporcionam uma maior variedade de modelos, sendo assim percebemos que o professor precisa prever algumas destas possibilidades e se preparar com orientações que enriqueçam o trabalho independente dos alunos. Em sala de aula, o professor precisa procurar conhecer o que seus alunos buscam compreender com seus modelos e auxiliar, se requerido e necessário, com espaços de busca de dados e com o uso da matemática.

Portanto esta atividade nos fez perceber que é importante e possível permitir maior liberdade aos alunos, realizando orientações para que ocorra a construção de um modelo matemático independente por eles, mas também garantido que não se percam com as possibilidades e não tornem barreiras a seus modelos os saberes matemáticos que não conhecem.

## Referências

ALMEIDA, L. M. W. de. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; KOWALEK, R. M. O processo de validação em atividades de modelagem matemática: em busca de um framework. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 26, n. 1, p. 313-338, 2024.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 202 - 219, abr. 2017.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2010.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.

BORSSOI, A. H. **Modelagem matemática, aprendizagem significativa e tecnologias: articulações em diferentes contextos educacionais**. 2013. 256 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina-PR, 2013.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. 4.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

NISS, M.; BLUM, W. **The Learning and Teaching of Mathematical Modelling**. Routledge, 2020.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.