PROCESSOS MENTAIS DE DREYFUS (2002) E O ENSINO EXPLORATÓRIO (2005): DISCUSSÃO E POSSÍVEL INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA

Christian James de Castro Bussmann
Universidade Estadual do Norte do Paraná
christian@uenp.edu.br

Michelle Andrade Klaiber
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
michelle@utfpr.edu.br

Daniele Peres da Silva
Universidade Estadual de Londrina
dani-peres@hotmail.com

Resumo:
Considerando a necessidade de discussões que se remetam a refletir acerca de aspectos que envolvem o ensino e aprendizagem da matemática, bem como sobre o desenvolvimento desse pensamento, destacamos duas abordagens teóricas: a teoria de Dreyfus (2002) com relação aos processos mentais de representação e abstração e a abordagem metodológica de Ensino Aprendizagem Exploratório, segundo Ponte (2005). Nesse contexto, temos como objetivo proporcionar uma discussão teórica que incide sobre a importância dessas perspectivas teóricas e uma possibilidade frutífera de implementação em sala de aula no que se refere ao desenvolvimento do pensamento matemático avançado. Conhecer tais teorias e a partir delas realizar intervenções em sala de aula pode oportunizar momentos de reflexão a fim de potencializar a aprendizagem dos estudantes.
Palavras-chave: Pensamento Matemático Avançado. Ensino Aprendizagem Exploratório. Educação Matemática.

Introdução

Muitas são as pesquisas atuais em Educação Matemática que buscam investigar questões referentes ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, que se debruçam em discutir os diversos desafios que permeiam esse processo, especialmente no que diz respeito às dificuldades enfrentadas por estudantes na aprendizagem de conceitos matemáticos nos diferentes níveis de ensino. Para legitimar essa preocupação, Masola e Allevato (2016) retratam e discutem, a partir de pesquisas publicadas, dificuldades na aprendizagem matemática de estudantes ingressantes no Ensino Superior.

Nesse sentido, pesquisadores de diferentes linhas de pesquisa desenvolvem investigações considerando essa preocupação e, consequentemente, tendo como objetivo reverter tal cenário, que aponta para resultados insatisfatórios com relação à aprendizagem da matemática.

Em uma linha de pesquisa cognitivista, destacamos um grupo de pesquisadores denominado de *Advanced Mathematical Thinking Group*, o qual foi fundado durante um evento Internacional de Psicologia da Matemática nos anos de 1980. Esse grupo desenvolveu teorias a respeito do Pensamento Matemático, sendo que desde então, desenvolvem investigações envolvendo aspectos referentes ao seu desenvolvimento nos estudantes, nos diferentes níveis de ensino (TALL, 1991 e DOMINGOS, 2006). Dentre os investigadores desse campo de pesquisa, nesse artigo, daremos ênfase à abordagem do educador matemático Tomy Dreyfus (2002) que, em seu trabalho, discute processos pelos quais é possível evidenciar o Pensamento Matemático Avançado (PMA).

Na perspectiva desse autor, o PMA ocorre na mente do indivíduo por meio de um processo que envolve uma gama de subprocessos que interagem entre si, e dividem-se em dois grupos: os processos de representação e os processos de abstração. Dentro desse enfoque, a representação de um conceito matemático, e mais que isso, a utilização de várias representações para um mesmo conceito matemático podem contribuir para a compreensão de um objeto matemático e, consequentemente, para o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado.

Consideramos que ter conhecimento de teorias que versam sobre como ocorre o desenvolvimento do pensamento matemático nos indivíduos é essencial para oportunizar momentos de reflexão a fim de propiciar intervenções em sala de aula com o intuito de potencializar a aprendizagem dos estudantes. Da mesma forma, também é fundamental ter conhecimento sobre a maneira como provocar reflexões dessa natureza nos estudantes.

Nesse sentido, neste artigo, trazemos uma discussão acerca da teoria de Dreyfus (2002) com relação ao desenvolvimento de processos mentais e a perspectiva do Ensino Aprendizagem Exploratório (PONTE, 2005), a qual tem como intenção proporcionar e mobilizar a reflexão e a aprendizagem por meio da seleção e resolução de “tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão colectiva” (CANAVARRO, 2011, p. 11). É nesse contexto que essa discussão se insere, ou seja, a fim de trazer um diálogo a respeito da importância de tais perspectivas nos processos de ensinar e aprender e também oportunizar uma discussão que se remete à possibilidade e contribuição da utilização dessas abordagens.

Esse artigo tem a seguinte estrutura: iniciaremos uma discussão referente a aspectos internos à teoria do desenvolvimento do pensamento matemático, segundo Dreyfus (2002), bem como seus processos mentais; em outra seção, traremos um diálogo de como se insere a abordagem do Ensino Aprendizagem Exploratório (PONTE, 2005) na sala de aula, sobre suas características, possibilidades, enfim, sobre a natureza dessa abordagem. Após essas discussões, apresentaremos apontamentos acerca da importância dessas perspectivas e uma possibilidade frutífera de implementação dessas no que se refere ao desenvolvimento do PMA.

Pensamento Matemático Avançado: os processos de Dreyfus (2002)

Antes de discutirmos as ideias apresentadas por Dreyfus (2002) em seu trabalho intitulado *"Processos do Pensamento Matemático Avançado"* e como essas podem contribuir para o Ensino Aprendizagem Exploratório proposto por Ponte (2005), é necessária uma breve explicação sobre o Formalismo[1] apontando suas vantagens e desvantagens, e a partir desses apontamentos apresentar algumas diferenças entre os termos *entender*, *conhecer* e *esquematizar* e assim discutir as concepções apresentadas pelo autor.

Tomando como base o texto de Ponte, Boavida, Graça e Abrantes (1997) intitulado *Didáctica da Matemática*, mais especificamente no capítulo A Natureza da Matemática, os autores apresentam alguns conceitos sobre o formalismo matemático. Um entendimento sobre o assunto é de que o formalismo matemático é essencialmente o estudo de sistemas simbólicos formais, considerando a Matemática como uma coleção de desenvolvimentos abstratos em que os termos são meros símbolos e as afirmações são apenas fórmulas envolvendo tais símbolos, sua base não está plantada na lógica, mas em uma coleção de sinais ou símbolos pré-lógicos e num conjunto de operações com esses sinais.

Nessa perspectiva, a Matemática perde o caráter concreto contendo apenas elementos simbólicos, e assim, a demonstração constitui uma base importante e necessária do programa formalista, sem a tal, todo o estudo perde seu sentido.

Essa característica da Matemática acabou sendo enraizada no ensino, ou seja, ainda hoje os livros didáticos estão "carregados" de formalismo, tal fato apresenta vantagens e também desvantagens. De acordo com Dreyfus (2002), a principal vantagem se encontra na organização, pois os conteúdos estão postos de forma previsível, ou seja, primeiro estuda um

[1] Corrente filosófica da Matemática que enfatizava o desenvolvimento axiomático da Matemática.

conteúdo, depois outro e assim segue. Tal estrutura pode até funcionar para alguns estudantes, mas para a maioria ocorre um processo inverso, pois tal inflexibilidade faz com que não consigam se adaptar levando-os a crer que a Matemática é um produto pronto e acabado.

No entanto, livros da História da Matemática argumentam que a construção da Matemática não foi baseada em um sistema formal-dedutivo, mas pelo contrário, na tentativa e erro e na intuição, sendo que essa forma é pouco abordada tanto nos livros didáticos como até mesmo na prática do professor, refletindo assim no desinteresse dos estudantes por tal disciplina.

Diante deste cenário, Dreyfus (2002) acredita que é possível fazer com que os estudantes tenham um aproveitamento significativo, e para tal faz uma afirmação bem contundente: “Entender, mais que conhecer ou fazer esquemas”[2] (DREYFUS, 2002, p.25, tradução nossa).

O autor afirma ainda que o entendimento sobre um determinado conteúdo Matemático acontece por meio de um processo mental e individual podendo ocorrer de duas maneiras:

> [...] como um processo muito rápido, um clique no cérebro; ou mais frequente, é baseado em uma longa sequência de atividades de ensino durante a qual ocorre uma variedade de processos mentais e interações[3] (DREYFUS, 2002, p. 25, tradução nossa)

Com relação à como ocorre a aprendizagem, o autor menciona que além do clique no cérebro, também apresenta a possibilidade de aprendizado por meio de uma sequência de atividades, dessa forma, cabendo ao professor elaborar atividades de ensino, questionamentos e discussões fazendo com que o processo passe a ser mais social do que individual.

Nesse sentido, a respeito da sequência de atividades, essa não pode ser encarada somente como um processo algorítmico, mas também como uma tentativa de fazer com que o estudante construa as propriedades de um conceito, tendo como auxílio as tarefas conduzidas pelo professor. De acordo com Dreyfus,

> [...] Os estudantes devem então construir as propriedades de um tal conceito por meio de dedução a partir da definição. Eles podem se envolver por meio de atividades que promovam a abstração da parte deles chamando sua atenção para o que está sendo feito, que este é o objetivo do exercício[4] (DREYFUS, 2002, p. 25, tradução nossa).

---

[2] Understanding, more than knowing or being skilled.

[3] ... it may be quick, a click of the mind; more often, it is based upon a long sequence of learning activities during wich a great variety of mental process occour and Interact.

[4] Students must then construct the properties of such a concept through deduction from the definition. They may involve being through activities that promote abstraction on their part and it has to be brought to their attention that this is what is being done, that this is the aim of the exercise.

Outro ponto, que pode contribuir, é que o docente ao adotar esse tipo de estratégia de ensino faz com que se preocupe mais com o processo do que somente com o resultado final. Essa forma possibilita ao professor começar a estabelecer relações entre o procedimento e o conceito matemático, podendo utilizar alguns componentes que sãos fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático, tais como: Representação Mental e Simbólica, Tradução, Visualização e Dedução. Cabe destacar que esses elementos, segundo a abordagem de Dreyfus (2002), são subprocessos do processo de *representação.*

O processo de Representação também está ligado com a prática do professor, pois ao trabalhar com um conteúdo matemático este necessita em vários momentos do uso de símbolos considerados primordiais para a Matemática. Assim, o professor ao apresentar um conceito matemático, de acordo com Dreyfus (2002), intuitivamente faz com que o estudante crie uma representação mental. Ou seja, a ação do professor pode contribuir para que o estudante construa suas próprias representações.

Ao conectar a representação simbólica com a prática do professor e como estas podem auxiliar na representação mental dos estudantes, outra componente pode contribuir nesse processo, a Visualização, pois ela permite a transformação de um processo mental em algo que pode ser visto. Dreyfus ainda afirma que, o sucesso na aprendizagem da Matemática pode ocorrer quando conseguimos construir diversos tipos de representação.

As várias representações, por exemplo, algébrica, tabular e gráfica, para um objeto matemático, podem contribuir de forma significativa na construção da própria matemática, pois de acordo com o autor “[...] a mudança deve sempre ser realizada entre representações existentes. Em nosso contexto, significa passar de uma representação de um conceito matemático a outro.”[5] (DREYFUS, 2002, p. 32, tradução nossa).

A afirmação acima evidencia que a Matemática não é um órgão isolado, mas sim um sistema que se conecta não só com outros conceitos matemáticos, mas também com outras áreas do conhecimento.

Nesse processo de ensino e de aprendizagem no qual se discute a importância das diferentes representações de um conceito matemático, o uso do computador pode contribuir, pois essa ferramenta possibilita a exploração de diferentes representações, bem como estabelecer um vínculo entre essas, auxiliando na compreensão dos conceitos matemáticos.

[5] switching must always be carried out between existing representations. In our context, it means going over from one representation of a mathematical concept to another one.

Acreditamos que a partir do momento em que o estudante constrói e muda de representações, o professor pode iniciar uma discussão sobre a *Abstração*, pois é nesse processo que é possível o desenvolvimento de habilidades para entendê-lo. E de acordo com Dreyfus (2002), existem alguns subprocessos que podem contribuir para um entendimento, destaca-se a Generalização e a Sintetização e por último a Abstração.

Para esse trabalho apresentaremos uma definição de cada um desses subprocessos, iniciando com a Generalização, sendo ela uma "[...] derivação ou indução de particularidades, identificando os pontos comuns e expandido seus domínios"[6] (DREYFUS, 2002, p. 35, tradução nossa), ainda segundo o autor esse processo é importante para determinar alguns resultados em larga escala.

Já no processo de Sintetização, a discussão ocorre na possibilidade de estabelecer conexões entre os assuntos da própria disciplina e dessa forma experienciar a evolução do pensamento matemático dando a oportunidade de elaborar questionamentos e podendo até, em alguns momentos, instigar a curiosidade dos estudantes a respeito do conteúdo matemático. Tal processo é conhecido como Sintetização e alguns autores afirmam que esse processo é possível, deixando de ver somente conceitos e operações, mas olhando de forma detalhada para o conteúdo no qual conceitos e operações são importantes para o início desse processo.

Na Abstração o foco de estudo se encontra na relação entre os objetos, ou seja, é preciso entender as relações do objeto com os seus semelhantes e com os diferentes e, além disso, aceitar que o objeto não é derivado de uma regra específica.

Desta forma, se o processo de Abstração está ligado ao estudo das relações entre os objetos, então uma maneira pela qual se pode iniciá-lo é por meio da Generalização. Segundo o autor "o processo de abstração está intimamente ligado ao de generalização" (DREYFUS, 2002, p. 36, tradução nossa), e olhando novamente a definição de Generalização apresentada por Dreyfus, notamos que nesse processo se encontra a busca de pontos comuns e uma expansão de seus domínios, levando em conta que a Abstração se preocupa com o estudo das relações entre seus objetos. Assim, ao saber quais são os pontos comuns e como eles podem expandir seu raio de atuação, acreditamos que exista uma ligação entre ambos os processos.

---

[6] is to derive or induce from particulars, to identify commonalities, to expand domains to validity.

A Sintetização também contribui para o processo de Abstração, pois dá oportunidade ao estudante de estabelecer regras unificadoras a uma quantidade de situações que antes eram estudadas isoladamente.

Com base no contexto acima, nas relações entre os processos de *representação* e *abstração* e a importância do desenvolvimento desses processos para o sucesso no pensamento matemático avançado, na próxima seção trazemos uma discussão sobre a abordagem metodológica de Ensino Aprendizagem Exploratório, segundo Ponte (2005), a qual consideramos poder contribuir como uma possibilidade de propor um diálogo entre os diversos tipos de representações.

Ensino Aprendizagem Exploratório da Matemática

Segundo Ponte (2005) o Ensino Aprendizagem Exploratório é uma estratégia fundamental de ensino na qual o professor não assume papel central expondo e explicando o conteúdo, mas orienta seus alunos para que realizem a descoberta e a construção deste.

Não se trata de uma estratégia em oposição ao ensino expositivo[7] – no qual o professor assume papel central apresentando conteúdos e exemplos e o aluno é um ouvinte que pratica o que ouviu resolvendo exercícios – mas de uma alternativa de ensino que prioriza tarefas exploratórias e investigativas e momentos de reflexão e discussão por parte dos alunos, caracterizando o trabalho do professor em sala de aula (PONTE, 2005).

Isto não significa que em uma aula de matemática baseada no Ensino Aprendizagem Exploratório não deva haver momentos de exposição e sistematização dos conceitos pelo professor, estes momentos são sim importantes, pois direcionam as discussões e reflexões dos alunos na construção do conhecimento.

Nesse aspecto, Cyrino e Teixeira (2016, p. 96) afirmam que, em relação aos alunos, para que estes

> [...] não se sintam constrangidos em justificar suas resoluções e argumentar em favor delas, é importante que o professor promova, em sala de aula, uma atitude de respeito e interesse pelas diferentes resoluções apresentadas e ressalte que pode haver saídas distintas para uma mesma tarefa.

Oliveira, Menezes e Canavarro (2013, p. 34) complementam que “as intenções do professor têm dois objetivos principais distintos, mas interrelacionados: (i) promover as

[7] Ou ensino direto, que tem subjacente a ideia da transmissão do conhecimento (PONTE, 2005).

aprendizagens matemáticas dos alunos; e (ii) gerir os alunos e a turma e o funcionamento da aula".

Além disso, no Ensino Exploratório[8] um ponto relevante é quanto à escolha das tarefas que serão trabalhadas em sala de aula, estas devem ser elaboradas levando em conta os alunos envolvidos, as limitações da escola, o contexto social no qual a escola está inserida, e também é preciso que "envolvam os alunos em atividade matemática significativa e favoreçam o seu raciocínio e a compreensão dos conceitos e processos matemáticos" (CYRINO e OLIVEIRA, 2016, p. 23).

Para a escolha e elaboração das tarefas pelo professor, Ponte (2005) apresenta duas dimensões fundamentais das tarefas: o grau de desafio e o grau de estrutura. O primeiro relaciona-se à dificuldade e esforço despendidos pelo aluno na realização da tarefa, oscilando entre "reduzido" e "elevado"; já o segundo relaciona-se à clareza dos objetivos da tarefa, ao que é dado e pedido na tarefa e ao que tem aspecto indeterminado na mesma, oscilando entre tarefa "fechada" e "aberta".

De acordo com estes parâmetros, Ponte (2005) apresenta um quadro que relaciona, de acordo com suas características, alguns tipos de tarefas bem conhecidas pelos professores de matemática: o exercício, o problema, a investigação e a exploração.

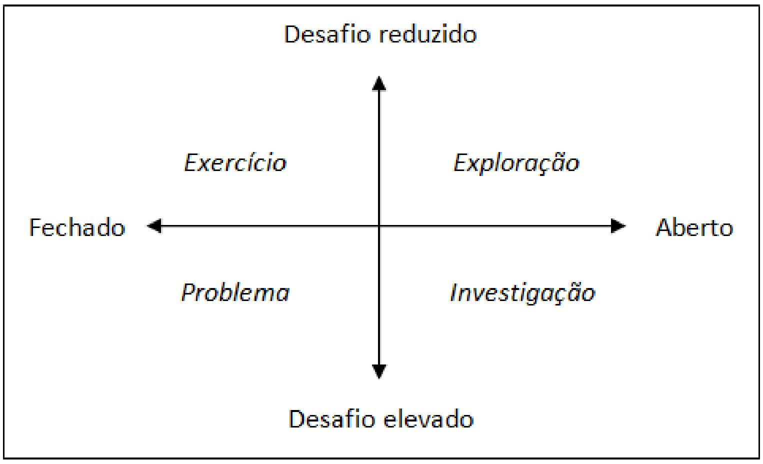

Figura 1: Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura.

Fonte: Adaptado de Ponte (2005, p. 8).

As tarefas de desafio reduzido, exercício e exploração, podem ser diferenciadas de acordo com os conhecimentos prévios do aluno, uma tarefa na qual o aluno já saiba que

[8] Ponte (2005) adota o termo *Ensino Aprendizagem Exploratório*, mas outros autores que deram continuidade a pesquisa sobre o assunto (CANAVARRO, 2011; OLIVEIRA, MENEZES e CANAVARRO, 2014; CYRINO e OLIVEIRA, 2016; CYRINO e TEIXEIRA, 2016) adotam a expressão *Ensino Exploratório* apenas, não por desconsiderar a importância da aprendizagem nesta perspectiva, mas por darem maior ênfase ao papel do professor nesta.

procedimento utilizar trata-se de um mero exercício, já uma tarefa em que o aluno necessite utilizar a intuição para desenvolver uma estratégia de resolução trata-se de uma exploração.

Para as tarefas de desafio elevado, problema e investigação, a segunda difere-se da primeira, pois "requerem sua participação (do aluno) desde a primeira fase do processo – a formulação das questões a resolver" (PONTE, 2005, p. 7).

Por outro lado, tarefas distintas podem proporcionar diferentes experiências para os alunos

> - As tarefas de natureza mais *fechada* (exercícios e problemas) são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados.
> - As tarefas de natureza mais *acessível* (explorações e exercícios), pelo seu lado, possibilitam a todos os alunos um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua auto-confiança.
> - As tarefas de natureza mais *desafiante* (investigações e problemas), pela sua parte, são indispensáveis para que os alunos tenham uma efectiva experiência matemática.
> - As tarefas de cunho mais *aberto* (explorações e investigações) são essenciais para o desenvolvimento de certas capacidades nos alunos, como a autonomia, a capacidade de lidar com situações complexas, etc. (PONTE, 2005, p. 17)

Em resumo, Canavarro (2011) argumenta que para uma boa organização de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório da Matemática e para uma condução produtiva das discussões durante essa aula, cinco práticas podem ser seguidas pelo professor, são elas: (i) Antecipar; (ii) Monitorar; (iii) Selecionar; (iv) Sequenciar; e (v) Estabelecer conexões.

A Antecipação se dá antes da aula, no momento em que o professor traça seus objetivos, escolhe as tarefas e faz uma previsão da atividade que será realizada pelos alunos durante a resolução das mesmas.

A Monitoração ocorre durante a aula, quando o professor dedica-se a

> [...] observar e ouvir os alunos ou grupos; avaliar a validade matemática das suas ideias e resoluções; interpretar e dar sentido ao seu pensamento matemático, mesmo que lhe pareça estranho e/ou não o tenha antecipado; ajudar os alunos em dificuldade a concretizar resoluções que tenham potencial matemático relevante para o propósito matemático da aula. (CANAVARRO, 2011, p. 13)

Selecionar e Sequenciar são ações que ocorrem também durante a aula, mas mais ao final da mesma, quando o professor identifica, seleciona e sequencia as resoluções mais importantes dos alunos, com vistas a proporcionar uma maior diversidade de estratégias matemáticas apresentadas, adequadas ou não à resolução da tarefa, para serem discutidas no momento seguinte.

E por fim, o professor deve Estabelecer Conexões confrontando diferentes resoluções e sintetizando processos, o que "inspira a produção de conjecturas, a apreciação do grau de generalidade dessas conjecturas, o teste e a refutação ou confirmação das conjecturas, a sua justificação matemática e eventual demonstração" (CANAVARRO, 2011, p. 16).

Uma aula pautada na perspectiva do Ensino Aprendizagem Exploratório exige reflexão para uma preparação do professor anteriormente à aula, visto que este precisa selecionar tarefas, prever resoluções e situações que podem decorrer, e também demanda constante acompanhamento e participação do professor na condução da aula, mas em contrapartida, proporciona uma situação de ensino onde a aprendizagem ocorre de forma coletiva, valorizando as conhecimentos prévios dos alunos e dando voz ativa a estes no processo de ensino e de aprendizagem.

Processos de Dreyfus e o Ensino Aprendizagem Exploratório: algumas possibilidades

Com as discussões propostas anteriormente, nesta seção temos como objetivo trazer implicações dos processos mentais de Dreyfus (2002) e a abordagem Ensino Aprendizagem Exploratório (PONTE, 2005) como uma possibilidade de intervenção em sala de aula visando contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático, em especial, o pensamento matemático avançado. Para realizarmos esse diálogo, ressaltamos a necessidade de retomada de alguns pontos essenciais acerca das teorias aqui abordadas.

No que se refere aos processos mentais propostos por Dreyfus (2002), já apresentados e discutidos, os quais estão divididos em dois grupos, os processos de *Representação* e de *Abstração*, para que o indivíduo possa ter sucesso no desenvolvimento do pensamento matemático avançado, sendo esse progresso no sentido de compreender tanto os procedimentos como também os conceitos envolvidos nos objetos matemáticos, segundo o autor, torna-se essencial a mobilização de experiências com esses processos mentais durante a aprendizagem da matemática.

Nessa mobilização, podemos nos referir, por exemplo, aos conceitos envolvidos no objeto matemático Função, com relação às várias representações matemáticas - gráfica, tabular, algébrica, linguagem natural, entre outras formas -; sobre como transitar entre essas representações; sobre a construção dessas representações e os significados associados a elas;

sobre as traduções dessas linguagens (simbólicas e verbais); sobre a compreensão de várias representações necessárias para a resolução de um problema a fim de expandir para outros contextos, neste caso a generalização, entre outros processos que se relacionam e são essenciais para a compreensão de um conceito matemático.

Desse modo, para que a mobilização de experiências durante a aprendizagem possam promover a construção e o desenvolvimento de tais processos, bem como a reflexão , é importante que as estratégias utilizadas nas aulas proporcionem momentos em que os estudantes sejam oportunizados a construírem tais relações e reflexões.

Sob essa ótica, o ambiente das aulas precisa valorizar o estudante de forma que este seja um sujeito ativo no processo de aprendizagem, deixando de ser um mero ouvinte, ainda, o desenvolvimento desses processos mentais requer aulas que permitam discussões e reflexões em grupo – justificando a necessidade da ação de "Antecipação" do professor, proposta no Ensino Aprendizagem Exploratório, para a elaboração dos objetivos e a escolha das tarefas – , sendo o diálogo coletivo, proposto no momento de discussão da tarefa, fundamental para a troca de experiências e a sistematização de ideias.

Logo, trazemos para essa discussão o Ensino Aprendizagem Exploratório (PONTE, 2005) como uma alternativa frutífera a fim de ser implementada durante as aulas, podendo otimizar o desenvolvimento do pensamento matemático e, consequentemente, a construção de processos mentais. Essa abordagem metodológica tem como intenção provocar a reflexão e a aprendizagem por meio de "tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão colectiva" (CANAVARRO, 2011, p. 11).

Como já discutimos em outro momento desse artigo, essa perspectiva traz uma discussão importante quanto à necessidade de reflexão sobre a escolha das tarefas a serem trabalhadas com os estudantes. Neste contexto, nessa escolha sistemática e repleta de critérios e intenções também fica evidente o caráter de proporcionar aos estudantes diferentes formas de operar com a matemática, bem como de utilizar diferentes representações, podendo levar à construção e reflexão de outros processos mentais, por exemplo, a *Abstração*, favorecendo assim, o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado.

O quadro abaixo relaciona os tipos de tarefas apresentados por Ponte (2005) com os Processos e Subprocessos do Pensamento Matemático Avançado discutidos por Dreyfus (2002). Ressaltamos que apresentamos algumas das potencialidades de cada uma dessas tarefas em relação a cada processo/subprocesso, não implicando que cada tarefa possa desenvolver apenas os processos/subprocessos indicados.

Ensino Aprendizagem Exploratório (PONTE, 2005)	**Pensamento Matemático Avançado (DREYFUS, 2002)**	**Relações entre Tarefa e Processo/Subprocesso**
Tarefa	**Processo/ Subprocesso**	
Exercícios	Representação/ Representação Simbólica	Possibilitam que o aluno desenvolva o raciocínio matemático, reforce procedimentos e desenvolva habilidades como a utilização de símbolos e sinais matemáticos.
Explorações	Representação/ Representação Mental, Visualização e Dedução	Fazem com que os alunos utilizem a intuição para desenvolver uma estratégia de resolução, propiciando a criação de esquemas e quadros de referências (representação mental).
	Representação/ Tradução	Por meio da apresentação de diferentes contextos auxiliam para que o aluno explore e relacione diferentes representações (como tabular, gráfica e geométrica) de um conceito. O computador pode ser uma ferramenta muito útil para as explorações.
Problemas	Representação e Abstração/ Generalização	Possibilitam que os alunos estabeleçam relações entre dados e resultados (pois são *fechados*) e iniciem a transição de casos particulares para casos gerais, assim como podem desenvolver subprocessos da Representação como, por exemplo, a tradução de um enunciado em linguagem natural para linguagem matemática.
Investigações	Representação e Abstração/ Sintetização	Estimulam a formulação de questões (pois são *abertas*) e exigem um maior esforço cognitivo para que partes do conhecimento sejam combinadas formando o conceito como um todo. Nesse caso, essas tarefas podem contemplar todos os processos do PMA.

Quadro 1: Relação entre as Tarefas de Ponte (2005) e os Processos do PMA de Dreyfus (2002).
Fonte: Dos autores.

Julgamos que utilizar essa abordagem metodológica em aulas de matemática, assim como ter conhecimento acerca da necessidade da construção e desenvolvimento dos processos metais de *Representação* e *Abstração* pode trazer contribuições para mobilizar o progresso no pensamento matemático.

Com base no que foi exposto, ressaltamos a importância do professor a fim de que este possa proporcionar e mobilizar intervenções durante a ação docente, tendo como objetivo maximizar a aprendizagem dos estudantes. Logo, faz-se necessário que este tenha consciência e conhecimento acerca de teorias que investigam sobre como os indivíduos aprendem, e consequentemente, de abordagens que possibilitem potencializar a aprendizagem dos estudantes.

Referências

CANAVARRO, A. P. **Ensino Exploratório da Matemática**: Práticas e desafios. Educação e Matemática, Lisboa, 11-17, 2011.

CYRINO, Márcia C. de C. T.; OLIVEIRA, Hélia M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, Márcia C. de C. T. (Org.) **Recurso Multimídia para a Formação de Professores que Ensinam Matemática**, Londrina: Eduel, 2016. p. 19-32.

CYRINO, Márcia C. de C. T.; TEIXEIRA, Bruno R. O Ensino Exploratório e a Elaboração de um Framework para os Casos Multimídia. In: CYRINO, Márcia C. de C. T. (Org.) **Recurso Multimídia para a Formação de Professores que Ensinam Matemática**, Londrina: Eduel, 2016. p. 81-99.

DOMINGOS, A. Teorias cognitivas e aprendizagem de conceitos matemáticos avançados. In: **XVII Seminário de Investigação em Educação Matemática**, Setúbal, 2006.

DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking Process. In: **Advanced Mathematical Thinking**. Netherland: Kluwer Academic Publishers, 2002. p.25-41.

MASOLA, W. J. ; ALLEVATO, N. S. G. Dificuldades de Aprendizagem Matemática de Alunos Ingressantes na Educação Superior. **Revista Brasileira de Ensino Superior**, v. 2, p. 64-74, 2016.

OLIVEIRA, H.; MENEZES L. e CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, Lisboa, v. 22, n. 2, p. 29-53, 2013.

PONTE J. P; BOAVIDA, A; GRAÇA, M e ABRANTES, P. A Natureza da Matemática. In **Didática da Matemática**. Lisboa: Ministério da Educação, 1997.

PONTE, J. P. da. Gestão Curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p.11-34.

TALL, D. The psychology of advanced mathematical thinking. In: TALL, D. (Org.). **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, 1991, p. 3-21.