

## NA MINHA CASA TEM MATEMÁTICA: uma proposta à luz da Pesquisa de Desenvolvimento (*Design Research*)

Cleiton Antonio Marino<sup>1</sup>  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
cleitonmarino@gmail.com

Marcele Tavares Mendes<sup>2</sup>  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
marceletavares@utfpr.edu.br

### Resumo:

Este artigo apresenta resultados parciais de uma pesquisa qualitativa em andamento que visa construir um produto educacional para professores e alunos de 6º ano do Ensino Fundamental, atualmente composto por 14 tarefas que integram conteúdos de domínios matemáticos como geometria, número e medição. O contexto que permeia as tarefas são elementos que compõem a casa de cada aluno e a própria sala de aula, representados em plantas baixas. Os pressupostos de ensino e aprendizagem considerados fundamentam-se na abordagem de ensino Educação Matemática Realística e os procedimentos metodológicos foram construídos à luz da Pesquisa de Desenvolvimento (*Design Research*). Os objetivos primeiros deste texto consistem em: apresentar aspectos dos procedimentos metodológicos da Pesquisa em Desenvolvimento e reconhecê-los nesta pesquisa; apresentar e discutir uma tarefa em seu estado atual. Um objetivo subjacente deste trabalho reside em provocar um repensar o ensino de matemática por meio de tarefas matemáticas em contextos ricos, à luz da Educação Matemática Realística.

**Palavras-chave:** Educação Matemática Realística. Trajetória de ensino e aprendizagem. Tarefas matemáticas. Pesquisa de Desenvolvimento.

### Introdução

Na busca por caminhos que possam contribuir para os processos de ensino e de aprendizagem, Educadores Matemáticos e Pesquisadores vêm desenvolvendo estudos e publicando estratégias focadas na interação do aluno com situações cotidianas. Uma característica dessas estratégias é o aluno ser protagonista de seu processo de aprendizado. Característica que ainda precisa ser fortemente inserida nos contextos da sala de aula, na qual devem ocorrer mudanças da tradicional abordagem de ensino para outras que possibilitem esse protagonismo (SARAIVA, PONTE, 2003; MARIN, 2012; WEININGER, 2001; FARIA, 2004).

---

<sup>1</sup> Mestrando do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal Tecnológica do Paraná (UFTPR), campus de Londrina, Londrina-PR, Brasil.

<sup>2</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal Tecnológica do Paraná (UFTPR), campus de Londrina, Londrina-PR, Brasil.

Nessa direção, no presente trabalho, apresentamos uma pesquisa em andamento que, com base na abordagem de ensino Educação Matemática Realística, visa elaborar um produto educacional<sup>3</sup> composto por tarefas matemáticas que serão compiladas em uma trajetória de ensino e de aprendizagem para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental que vai ao encontro de um currículo que integra conteúdos de domínios matemáticos distintos.

Ao explorar uma tarefa, o aluno pode desenvolver estratégias para a resolução, analisar as relações do seu cotidiano com a matemática e até mesmo (re)descobrir a matemática. Entre as inúmeras possibilidades de contextos a serem explorados em tarefas para promover a aprendizagem matemática, escolhemos os elementos que compõem a casa do aluno e a própria sala de aula, representados em uma planta baixa. Elaborar, reproduzir e rascunhar plantas baixas é uma prática que pode desenvolver importantes habilidades no contexto escolar, como o desenvolvimento da percepção espacial, a capacidade de conversão de medidas para o uso adequado de escalas dos projetos e o estudo de adição e multiplicação de números decimais para o cálculo do perímetro e da área de cada cômodo representado.

Selecionamos a abordagem Educação Matemática Realística (*Realistic Mathematic Education* – RME), desenvolvida na Holanda, principalmente pelo imigrante alemão Hans Freudenthal (1905-1990). A escolha desta abordagem se deu pela maneira como a Matemática é vista nesta perspectiva (uma atividade humana), pelo papel que o professor exerce (professor guia e companheiro dos processos de aprendizagem), pelo protagonismo do aluno em seu processo de aprendizagem (inventor de uma sua matemática), assim como pelos princípios que a norteiam e que buscaremos apresentá-los em nossa discussão.

Ao longo do texto, nos propusemos a apresentar e discutir o processo de construção desse produto educacional em desenvolvimento à luz da Pesquisa de Desenvolvimento (*Design Research*) por meio da: proposição da abordagem de ensino escolhida e seus princípios; exposição de aspectos dos procedimentos metodológicos da Pesquisa em Desenvolvimento e reconhecê-los nessa pesquisa; apresentação e discussão de uma tarefa em seu estado atual. Um objetivo subjacente deste trabalho consiste em provocar um repensar o ensino de matemática por meio de tarefas matemáticas em contextos ricos.

## **A abordagem de ensino Educação Matemática Realística**

---

<sup>3</sup> Esse produto educacional está em desenvolvimento pelo primeiro autor, sob a orientação da segunda, durante seus estudos de pós-graduação em um Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.

Na abordagem Educação Matemática Realística, os papéis do professor e do aluno são distintos dos convencionais<sup>4</sup>. Os alunos constroem uma matemática a partir do lidar com tarefas em um contexto rico de significado. Por intermédio dessas tarefas, ocorre o processo de matematização, que é a organização de uma realidade por meio da matemática (DE LANGE, 1987). O professor, por sua vez, planeja e coordena todo esse processo, providencia e disponibiliza os materiais necessários, auxilia e instiga o aluno com orientações e questionamentos. O professor guia e acompanha o processo de aprendizagem de cada aluno.

Segundo Gravemeijer (2005).

[...] o professor continua a ser a autoridade na sala de aula, mas de uma forma diferente, ele passa a definir as regras do que é a Matemática e o que significa aprender Matemática na sua sala de aula. Além disso, o professor escolhe as atividades de ensino, escolhe tópicos para discussão, e orquestra as discussões em grupo turma, de tal forma que estas contribuam para a Matemática que se pretende ensinar. Ao fazê-lo, têm de descobrir um equilíbrio entre o “guiar” e o “re(inventar)”. Resumidamente, é o professor que molda a inovação curricular que está aqui implícita (GRAVEMEIJER, 2005, p. 22).

Um dos pressupostos dessa abordagem de ensino é a matemática como atividade humana. Esse pressuposto tem reflexo direto no ensino da matemática, uma vez que revela a essência da matemática que o aluno deve vivenciar em sala de aula. Conforme descrevem Ferreira e Buriasco (2016).

[...] a essência da Educação Matemática não reside no ensino dos objetos matemáticos simplesmente, mas sim na atividade: um processo de organização e tratamento de um assunto por meio desses objetos. Sendo a matemática vista como uma ação, não faz sentido ensiná-la como uma sucessão de conteúdos “prontos para o consumo” sem dar aos alunos diferentes oportunidades para experienciar a matemática como uma “atividade humana” Nesse sentido, os conteúdos, conceitos, objetos, ideias, algoritmos, propriedades matemáticas emergem dos fenômenos com os quais os alunos podem se envolver ao lidar com um assunto, em vez de ser o ponto de partida (FERREIRA, BURIASCO, 2016, p. 243).

As situações pelas quais podem emergir a matemática sistematizada na perspectiva da Educação Matemática Realística são os contextos ricos de significados, com base nos quais ocorre o processo de matematização.

A reinvenção guiada é a estratégia de ensino inerente à RME (GRAVEMEIJER, 2005). O processo de matematização dos alunos envolvidos em uma reinvenção guiada ocorre a partir do lidar com uma tarefa. Nessa estratégia, é determinante o conjunto de orientações e

---

<sup>4</sup> Consideraremos convencionais os papéis em que o professor é o detentor do conhecimento e esse deve repassá-lo para seus alunos, geralmente por meio de aulas expositivas, e os alunos que, como receptores, devem reproduzir os conteúdos estudados.

questionamentos do professor durante o processo de ensino e aprendizagem. Desse modo, o professor guia o processo de matematização, tornando possível a sistematização de conhecimentos matemáticos construídos ao longo de séculos.

O professor guia com o intuito de acompanhar o aluno em suas produções, a fim de elaborar intervenções para que ele próprio (aluno) construa seu conhecimento a partir do lidar com a matemática como uma ferramenta (MENDES, 2014).

Em sua dissertação, Silva (2015) fez uma revisão bibliográfica de diversos estudos publicados a respeito da Educação Matemática Realística, para apresentar uma configuração da reinvenção guiada. Um dos aspectos destacado por ele é o fato de domínios do conhecimento matemático serem considerados entrelaçados. Esse aspecto se refere a um dos princípios da RME: o princípio do entrelaçamento.

O princípio do entrelaçamento significa que os domínios do conhecimento matemático como número, geometria, medidas, e tratamento da informação não são considerados como capítulos isolados no currículo, mas como fortemente integrados (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010b, p. 5).

Além do entrelaçamento, Van Den Heuvel-Paunhuizen (2010), apresenta outros cinco princípios da Educação Matemática Realística: *da atividade*, que se refere à matemática como atividade humana; *da realidade*, pois o processo de matematização ocorre a partir de um contexto rico; *de níveis*, em que os alunos perpassam por distintos níveis de compreensão, partindo dos processos informais até que, de modo progressivo, atinjam os modelos mais formais; *da interatividade*, pois se a matemática é uma atividade humana, ela também se dá por meio da socialização; *de orientação*, pois o uso da estratégia de ensino reinvenção guiada direciona o aluno à oportunidade de descobrir a matemática.

Valendo-nos de reflexões acerca destes princípios da RME, consideramos pertinente elaborar uma trajetória de ensino e aprendizagem para que, ao explorarem um contexto rico, os alunos tenham a oportunidade de sistematizar conhecimentos geométricos, numéricos, de medidas e de tratamento da informação apoiados no material didático.

Desse modo, a matemática escolar não deve ser vista ou vivenciada como uma ciência pronta e acabada, com uma lista de conteúdos que precisam ser trabalhados com base em conceitos e relações matemáticas já sistematizadas. Os conhecimentos matemáticos precisam ser encarados como uma ferramenta que favorece a organização de diversas situações ou contextos. É necessário que o aluno desenvolva o processo de matematização a partir de uma situação imaginável para que surjam os conceitos, propriedades, relações e teoremas matemáticos.

A produção de materiais, pelo professor, como uma trajetória de ensino e aprendizagem, que contém tarefas e reflexões das mesmas, elaborada a partir de um contexto rico, pode ser suporte adequado para que os alunos desenvolvam o processo de matematização com a utilização da estratégia de ensino reinvenção guiada. É neste momento de planejamento que o professor prevê como irá conduzir as tarefas, de modo que favoreça a aprendizagem.

De modo geral, o principal objetivo de uma trajetória de ensino e aprendizagem refere-se a possibilitar que o professor tenha, por meio de uma descrição, uma visão geral do que poderá desenvolver com os alunos. Desse modo, a trajetória também possibilita uma visão geral de como os processos de ensino e de aprendizagem podem se desenrolar durante o trabalho com os alunos na reinvenção guiada (SANTOS, 2014, p. 36).

Considerando a Educação Matemática Realística como uma abordagem que pode contribuir para a superação das dificuldades de muitos alunos na disciplina de matemática, é necessário o aprofundamento dos estudos desta abordagem, a fim de que professores adotem em suas práticas o emprego de materiais que possuam potencial para favorecer o processo de matematização.

### **Pesquisa de Desenvolvimento - a abordagem metodológica selecionada**

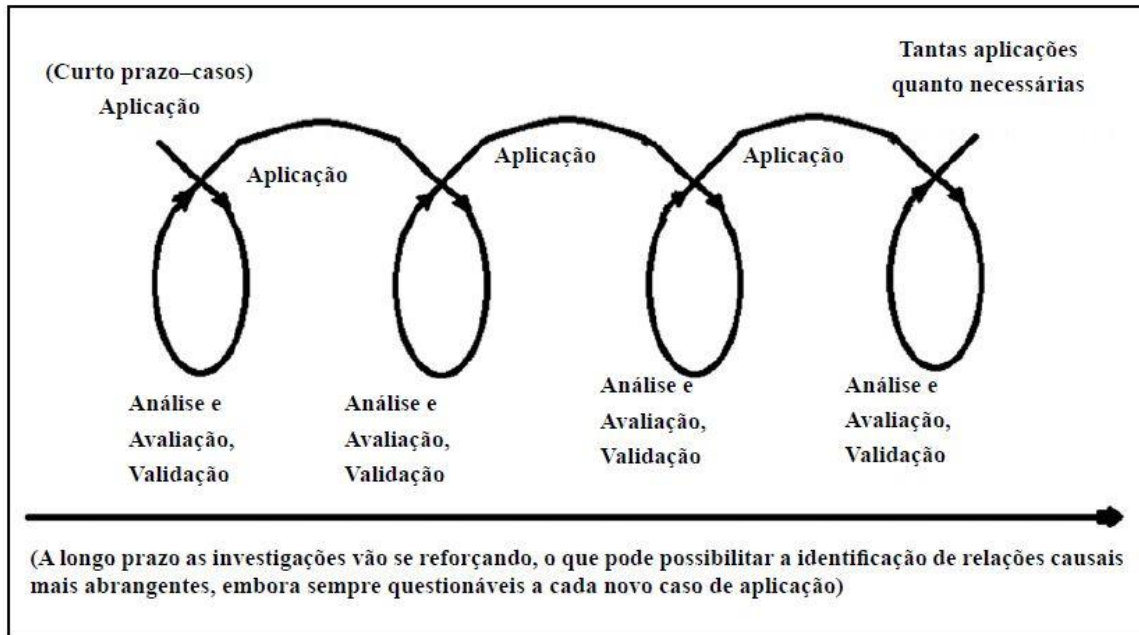
O processo de elaboração das tarefas que integrarão a trajetória de ensino e aprendizagem vem ocorrendo a partir de uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, à luz da Pesquisa de Desenvolvimento, conhecida internacionalmente como *Design Research*, *Design-based Research* ou *Development Research*. Trata-se de uma pesquisa que envolve várias fases para o desenvolvimento de um produto.

De maneira geral, podemos dizer que uma “pesquisa de desenvolvimento” refere-se àquelas investigações que envolvem delineamento, como a elaboração do artefato em sua primeira versão, sendo que o desenvolvimento refere-se ao processo contínuo de seu refinamento por meio da avaliação sistemática (BARBOSA; OLIVEIRA, 2015, p. 527).

No contexto da educação, essa abordagem de pesquisa pode ser desenvolvida com intenção de elaborar produtos educacionais. O estudo se inicia com a definição do problema, com uma consulta entre os sujeitos envolvidos; passa pela formulação da questão de pesquisa; e ocorre o estudo do contexto e a literatura. Em um segundo momento, ocorre o desenvolvimento do produto, embasado em uma construção teórica, visando apresentar uma solução para o problema definido. Posteriormente, o produto deverá ser testado, ou seja,

aplicado no contexto definido. Após a implementação, os pesquisadores observam quais são as modificações necessárias, a fim de aprimorar o produto por meio de análises, avaliações e validações; as alterações são realizadas e novamente ocorre a utilização do produto com o público-alvo (MATTA, SILVA, BOAVENTURA, 2014). Esse ciclo pode ser repetido várias vezes com a finalidade de refinar cada vez mais o produto, conforme observamos na Figura 1:

**Figura 1:** Ciclo de aplicação, análise, avaliação e validação da DBR<sup>5</sup>.



Fonte: Matta, Silva e Boaventura (2014, p.29)

O Quadro 1, a seguir, elaborado por Matta, Silva e Boaventura (2014), apresenta um passo a passo dos tópicos de cada uma das fases da abordagem metodológica de pesquisa e propõe algumas posições.

**Quadro 1**– Fases da pesquisa DBR e elementos para a construção do documento de Proposta da Pesquisa

FASE DA DBR	TÓPICOS	POSIÇÃO DA PROPOSTA
Fase 1: Análise do problema por investigadores, usuários e/ou demais sujeitos envolvidos em colaboração.	Definição do problema.	Definição de problema, ou introdução, ou Fundamentação, ou Contexto.
	Consulta recíproca entre sujeitos engajados na práxis e investigadores.	
	Questões de pesquisa.	Questões de Pesquisa.
	Contextualização e/ou revisão de literatura.	Contexto, ou Revisão de Literatura.
	Construção Teórica.	Quadro teórico.

<sup>5</sup> Os autores do referido artigo consideraram o nome em inglês *Design-Based Research* (DBR).



Fase 2: Desenvolvimento da proposta de solução responsiva aos princípios de design, às técnicas de inovação e à colaboração de todos os envolvidos.	Desenvolvimento de projeto de princípio para orientação do plano de intervenção.	
	Descrição da proposta de intervenção.	Metodologia.
Fase 3: Ciclos interativos de aplicação e refinamento em práxis da solução.	Implementação da intervenção (primeira interação)	Metodologia.
	Participantes.	
	Coleta de informações.	
	Análise das informações.	
	Implementação da intervenção (segunda interação)	
	Participantes.	
	Coleta de informações.	
	Análise das informações.	
Fase 4: Reflexão para produzir “Princípios de Design” e melhorar implementação da situação.	Princípios de design. Artefato(s) implementado(s). Desenvolvimento profissional.	Metodologia.

**Fonte:** Matta, Silva e Boaventura (2014, p. 30)

A implementação da intervenção com os participantes, a coleta de informações e sua análise na Fase 3, como descrevemos anteriormente, pode se repetir quantas vezes forem necessárias, considerando o tempo disponível para pesquisa, com a finalidade de refinar o produto educacional. Esse é o principal motivo que nos levou a escolher essa metodologia, entre outras vantagens que ela proporciona. Eerde (2013), pesquisadora do Instituto Freudenthal na Holanda, pontua as vantagens de utilizar essa abordagem metodológica nas pesquisas em Educação Matemática.

- Modela problemas que promovem o pensamento e o aprendizado do aluno;
- Elabora hipóteses sobre o ganho de conhecimento do estudante;
- Conjectura sobre seus próprios papéis como professores a promover e guiar o aprendizado dos alunos;
- Faz questões abertas e de acompanhamento;
- Observa de perto o que os estudantes fazem e dizem;
- Analisa e interpreta o que os estudantes fazem e dizem;
- Remodela problemas e suposições sobre o aprendizado dos alunos baseada nos dados (EERDE, 2013, p. 9, **tradução nossa**).

Exposta a abordagem metodológica do trabalho em andamento, prosseguimos para o detalhamento dos passos do estudo proposto.

### Os passos percorridos

A proposta de problematização emergiu da práxis docente do primeiro autor em discussões com sua orientadora (segunda autora). Observamos uma fragmentação curricular de conteúdos matemáticos abordados no 6º ano de Ensino Fundamental o que acreditamos dificultar os processos de ensino e de aprendizagem. Em face desta constatação, a proposta foi apresentada e aceita no contexto escolar em que o primeiro autor atua.

A construção de um produto educacional não é suficiente para resolver esse problema, todavia, é preciso desenvolver pesquisas que possam apresentar contribuições no intuito de superar parte desse problema. Assim, estabelecemos a seguinte questão de pesquisa: *Quais são as características de uma proposta de ensino em que vários conhecimentos matemáticos, classificados em conteúdos estruturantes distintos, são abordados de modo entrelaçado?*

Para responder essa questão, o objetivo geral da pesquisa é desenvolver um produto educacional que serve aos processos de ensino e aprendizagem. Esse produto irá abordar conteúdos de domínios matemáticos distintos e será direcionado para o 6º ano do Ensino Fundamental.

A leitura de artigos, livros, dissertações e teses que versam sobre a abordagem de ensino Educação Matemática Realística (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010; DE LANGE, 1987; GRAVEMEIJER, 2005; FERREIRA, 2013; SILVA, 2015; SANTOS, 2014) serviram de suporte teórico para elaboração do protótipo da proposta didática que foi desenvolvida pelo primeiro autor, em um trabalho de conclusão de um curso de especialização, orientado pela segunda autora.

O contexto selecionado originou-se do *hobby* da infância e adolescência do primeiro autor, que passava suas tardes esboçando plantas baixas. Essa prática contribuiu para o desenvolvimento de várias habilidades como a conversão de medidas do sistema métrico para o uso adequado da escala e a multiplicação e adição de números decimais para o cálculo de área e perímetro dos cômodos e de suas representações no projeto. Assim, pode também servir de ponto de partida para que os alunos aprendam a lidar matematicamente com a representação de sua casa ou da sala de aula.

O Quadro 2 apresenta uma descrição sintetizada de cada uma das 14 tarefas presentes no atual estado da trajetória de ensino e de aprendizagem (produto educacional em construção).

**Quadro 2** - Tarefas que compõem o protótipo da trajetória de ensino e aprendizagem

Tarefa	Nome	Descrição sintetizada da tarefa
1	Desenhe sua casa	Desenhar a forma como é dada a divisão dos cômodos da casa, como se estivesse vendo de cima,



		sem o telhado, sem tomar as medidas.
2	Pesquisa	Pesquisa do conceito de planta baixa.
3	Trocando ideias	Interação entre dois alunos para descrever as diferenças de plantas baixas de duas casas.
4	Planta baixa da sala de aula	Em grupo, tomar as medidas da sala de aula das paredes, janelas e porta da sala de aula e esboçar a planta baixa da mesma.
5	Momento de reflexão	Reflexão sobre cada passo da tarefa anterior.
6	Pesquisa	Pesquisa do conceito de escala. E interação com um colega sobre a pesquisa
7	Faça em casa	Esboço da planta baixa do quarto do aluno.
8	Observação da tarefa do colega	Interação entre dois alunos para verificar se foi respeitado o conceito de escala na planta baixa.
9	Área e Perímetro do seu quarto	Cálculo da área e do perímetro do quarto do aluno, mesmo que as medidas forem com números decimais.
10	A cozinha	Esboço da planta baixa com o uso adequado da escala e cálculo de área e perímetro.
11	A casa do colega	Cálculo da área e do perímetro da cozinha ou do quarto da casa que o professor solicitar.
12	A planta baixa da sua casa	Refazer a tarefa 1.
13	Comparação entre as plantas baixas	Elaborar uma redação, comparando as plantas baixas esboçadas nas tarefas 1 e 12.
14	A casa dos sonhos	Criar a planta baixa da casa dos seus sonhos.

**Fonte:** autores.

### Os próximos passos metodológicos

A trajetória de ensino e aprendizagem, desenvolvida no curso de especialização, será submetida ao processo de delineamento de acordo com as alterações demandadas a partir das análises, avaliações e validações referentes à aplicação das tarefas com os alunos. Para a primeira aplicação será selecionado um grupo de seis alunos de 6º ano do Ensino Fundamental das salas em que o pesquisador não atua como professor, em período de contraturno de seus estudos regulares. O segundo ciclo será realizado com uma turma de 6º ano na qual o pesquisador atua como professor, durante o período de aula. Já a terceira aplicação, durante o período de aula, ocorrerá com turmas em que o pesquisador não atue como professor.

Para cada uma das três aplicações com os participantes, a coleta de dados ocorrerá por meio da produção escrita do aluno, do diário do professor e de gravação de áudio dos diálogos entre o professor e o aluno e entre os próprios alunos. As informações coletadas serão analisadas e poderão subsidiar a avaliação do material, estabelecendo um quadro comparativo entre a expectativa estabelecida e as análises das informações coletadas. Em busca do

aperfeiçoamento do produto, realizaremos as alterações necessárias, considerando a práxis docente e a investigação da pesquisa para validação de cada tarefa.

Assim, com o processo de delineamento descrito, refinaremos o produto em cada nova implementação. No Quadro 3, apresentamos um resumo dos passos da pesquisa.

**Quadro 3** – Caminho Metodológico da Pesquisa em Andamento de Acordo com as Fases da Pesquisa DBR de MATTA, SILVA E BOAVENTURA, 2014.

<b>FASE DA PESQUISA</b>	<b>TÓPICOS</b>	<b>PASSOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA EM ANDAMENTO</b>
Fase 1: Análise do problema por investigadores, usuários e/ou demais sujeitos envolvidos em colaboração.	Definição do problema.	Discussão entre os autores sobre a práxis docente do orientando.
	Consulta recíproca entre sujeitos engajados na práxis e investigadores.	Apresentação e aprovação da problematização com os pares no contexto escolar.
	Questões de pesquisa.	Quais são as características de uma proposta de ensino em que vários conhecimentos matemáticos, classificados em conteúdos estruturantes distintos, são abordados de modo entrelaçado?
	Contextualização e/ou revisão de literatura.	Definição da abordagem da RME para o produto educacional e revisão da literatura correspondente.
Fase 2: Desenvolvimento da proposta de solução responsiva aos princípios de design, às técnicas de inovação e à colaboração de todos os envolvidos.	Construção Teórica.	Estudo de textos científicos sobre a abordagem RME.
	Desenvolvimento de projeto de princípio para orientação do plano de intervenção.	Desenvolvimento da trajetória de ensino e aprendizagem durante o curso de especialização.
	Descrição da proposta de intervenção.	Conclusão da proposta didática, sem processo de implementação com alunos.
Fase 3: Ciclos interativos de aplicação e refinamento em práxis da solução.	Implementação da intervenção (primeira interação)	Escola que o primeiro autor trabalha como professor.
	Participantes.	Seis alunos de 6º ano do Ensino Fundamental se turmas em que o pesquisador não atua como professor.
	Coleta de informações.	Produção escrita do aluno, diário do professor e gravação de áudio dos diálogos entre os sujeitos.
	Análise das informações.	Análise da produção escrita.
	Implementação da intervenção (segunda interação)	Nova interação após reformulação do produto educacional na mesma instituição.
	Participantes.	Uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de 30 alunos na qual o pesquisador atua como professor.
	Coleta de informações.	Produção escrita do aluno, diário do professor e gravação de áudio dos diálogos entre os sujeitos.
	Análise das informações.	Análise da produção escrita.
Implementação da intervenção (terceira interação)	Última interação após reformulação do produto educacional na mesma instituição.	

	Participantes.	Uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de 30 alunos na qual o pesquisador atua como professor.
	Coleta de informações.	Produção escrita do aluno, diário do professor e gravação de áudio dos diálogos entre os sujeitos.
	Análise das informações.	Análise da produção escrita.
Fase 4: Reflexão para produzir “Princípios de Design” e melhorar implementação da situação.	Princípios de design. Artefato(s) implementado(s). Desenvolvimento profissional.	Professores e investigadores obterão uma nova concepção do produto educacional após o processo de refinamento.

**Fonte:** Adaptado de Matta, Silva e Boaventura (2014)

A seguir, apresentamos e discutimos a tarefa 5, como exemplo do trabalho que está em construção. O questionário traz diversos itens possibilitam a reflexão de como a Tarefa 4 foi desenvolvida (os alunos refletirão sobre o trabalho já realizado), o objetivo é que os alunos percebam a necessidade de padronizar uma escala de medidas entre o ambiente representado e o desenho da planta baixa. Conhecimentos matemáticos como conversão de medidas e ideias intuitivas de proporcionalidade podem ser explorados nesta tarefa.

### Descrição e análise de uma tarefa da trajetória de ensino e aprendizagem

A quarta tarefa propõe que os alunos desenhem a planta baixa da sala de aula, para isso é necessário disponibilizar instrumentos de medidas como trena ou metro a fim de que os alunos meçam as paredes e possam esboçar a planta baixa. Em seguida, na tarefa 5, propomos os questionamentos expressos no Quadro 4.

**Quadro 4 - tarefa 5**

Momento de Reflexão:

*A tarefa a seguir deverá ser realizada individualmente.*

- a) Como o seu grupo mediu o comprimento de cada uma das paredes?
- b) Qual é a medida do comprimento da parede na qual o quadro negro está localizado?
- c) Na planta baixa da sala de aula que você acabou de desenhar, qual é a medida do comprimento da linha desenhada que representa a parede do quadro negro?
- d) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa da parede em que se localiza a lousa representa quantos centímetros da parede real?
- e) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa da parede em que se localiza a lousa representa quantos metros da parede real?
- f) Qual é a medida do comprimento das paredes ao lado da parede na qual se localiza o quadro?
- g) Na planta baixa da sala de aula que você acabou de desenhar, qual é a medida do comprimento da linha que representa as paredes do lado da parede na qual o quadro está localizado?
- h) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa das paredes ao lado da parede em que se localiza o quadro representa quantos centímetros destas paredes reais?
- i) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa das paredes ao lado da parede em que se

- localiza o quadro representa quantos metros destas paredes reais?
- j) Um centímetro nas paredes correspondentes ao quadro negro e às paredes do lado do quadro, correspondem à mesma medida da parede?
- k) Comente o motivo da sua resposta no item “j”.
- l) Agora que você refletiu, refaça a planta baixa da sua sala de aula.
- m) Essa planta baixa tem alguma(s) alteração(ões) em relação à desenhada na tarefa anterior? Qual ou quais?

**Fonte:** autores.

As possibilidades de resposta do item “a” desta questão se referem à descrição de como a primeira parte da tarefa anterior foi desenvolvida. As respostas dos itens “b”, “f” dependem das medidas da sala de aula em que os alunos estudam, bem como os itens “c” e “g”, pois as respostas dependem das medidas destas paredes nas representações das plantas baixas. Nos itens “d” e “h”, por sua vez, o aluno precisará dividir a medida da parede pela medida da representação da parede no esboço da planta baixa. Para isso, é necessário que ambas estejam na mesma medida (centímetros ou metros). As respostas destes itens dependem das medidas destas paredes empregadas na representação da planta baixa.

Nos itens “e” e “i”, o aluno pode realizar a conversão de medidas de centímetro para metro em relação aos itens “d” e “h” ou refazer o cálculo dividindo a medida da parede (em metros) pela medida da mesma parede na planta baixa (em centímetros), pois a resposta depende da medida desta parede na representação da planta baixa. Assim, os alunos que ainda não souberem converter metros em centímetros, terão a oportunidade de lidar com relações entre medidas.

A intencionalidade pedagógica do item “j” é levar o aluno a refletir se a escala adotada nas paredes de medida distintas é a mesma. No item seguinte, é solicitada uma justificativa desta resposta, com o objetivo de que o aluno perceba a necessidade de os dois pares de paredes paralelas serem representados por meio da mesma escala.

Ao refazer a planta da sala, após as reflexões promovidas por vários itens deste questionário, cuja intenção é intervir no processo de construção do conhecimento dos alunos, esperamos que o aluno perceba a necessidade da utilização de um parâmetro de medidas entre o desenho da planta baixa e o ambiente representado, sem a necessidade de nominar esse conceito de escala, uma vez que a sistematização deste conceito ocorrerá na próxima tarefa. Outra intencionalidade pedagógica explorada no questionário é instigar os estudantes a verificarem como ocorre a conversão de medidas de centímetros para metros e de metros para centímetros.

O princípio dos níveis destaca-se na nesta tarefa, por meio da condução de cada item do questionamento. O aluno deve perceber a necessidade de 1 *cm* na planta baixa representar

a mesma medida em cada uma das paredes da sala de aula. Dessa forma, o aluno desenvolve o conhecimento por meio de uma situação baseada na tarefa desenvolvida, o que possibilita a evolução para um nível de conhecimento mais elaborado. As reflexões possibilitarão que o aluno desenvolva um conceito intuitivo de escala por meio da abordagem da RME.

Um aspecto importante desta abordagem é que cria oportunidades para os alunos desenvolverem o conhecimento matemático fundamentado em experiências do dia a dia. Mais importante ainda, deixa em aberto a conexão com essas fontes. Isto, por sua vez, permite aos alunos evoluírem para níveis de compreensão mais concretos, se eles resolverem problemas. Por isso, esta abordagem deixa espaço para os alunos trabalharem a diferentes níveis (GRAVEMEIJER, 2005, p.15).

Cabe salientarmos que essa tarefa, assim como as demais, passará pelo processo de refinamento. E, durante este procedimento, as análises, avaliações e validações das tarefas pertencentes à trajetória de ensino e aprendizagem poderão passar por alterações e, até mesmo, ser substituídas ou excluídas.

### **Algumas considerações: possibilidades acerca da pesquisa**

A elaboração de produtos educacionais para a utilização no contexto escolar, aliada às atitudes pedagógicas adequadas à Educação Matemática Realística é uma alternativa para que professores desta área possam explorar em sala de aula. No caso específico deste material em desenvolvimento, que propõe que os alunos assumam a posição de protagonista na construção do conhecimento, sendo estimulados pelo professor e os enunciados das tarefas a utilizarem a Matemática como ferramenta de organização, ou seja, a matematizarem.

Os princípios da abordagem de ensino Educação Matemática Realística estão fortemente presentes na proposta didática em desenvolvimento. O princípio do entrelaçamento com a integração de conteúdos de domínio matemáticos distintos, o princípio de níveis é identificado na tarefa 5, por exemplo, pois a mesma parte da atividade informal das medidas de um esboço de planta baixa para a compreensão da necessidade da utilização do conceito de escala, com o desenvolvimento da ideia intuitiva de proporcionalidade. O contexto rico selecionado favorece a identificação do princípio da realidade. A interatividade é reconhecida nas tarefas desenvolvidas em grupo, como a tarefa 4. O princípio da orientação ocorre pela utilização da estratégia de ensino reinvenção guiada e o princípio da atividade pode ser observado em tarefas não rotineiras propostas ao aluno no desenvolvimento de atividades humanas para emergir os conhecimentos matemáticos.

Essas tarefas podem subsidiar professores a superar uma abordagem convencional, uma vez que o aluno, primeiramente, tem contato com situações que potencializam o desenvolvimento de ideias matemáticas. Não temos intenção de propor a utilização do material em desenvolvimento como o único recurso utilizado para o trabalho pedagógico dos conhecimentos matemáticos explorados, mas como uma alternativa curricular que integra os conteúdos matemáticos a partir de uma situação real.

O processo de delineamento refinará a proposta didática inicial. Possivelmente ocorrerão exclusões de algumas tarefas, acréscimo de outras, alterações de enunciados, desmembramento de uma tarefa em duas ou mais, aglutinação de duas ou mais tarefas em uma, revisão da forma como será conduzida e dos objetivos com cada uma.

Possivelmente, a versão final da trajetória de ensino e aprendizagem será acompanhada de um guia, a fim de orientar professores que venham a fazer uso do produto educacional em desenvolvimento. Esse material contemplará direcionamentos de como conduzir o processo de ensino e aprendizagem com a abordagem Educação Matemática Realística em cada uma das tarefas.

A pesquisa para o desenvolvimento do produto educacional abrange, além do pesquisador e sua orientadora, os alunos que irão participar das três fases de aplicação da trajetória de ensino e aprendizagem, os sujeitos da práxis e os investigadores que irão validar os enunciados das tarefas após cada alteração. Dessa forma, além da elaboração do produto educacional para alunos e professores, a pesquisa poderá promover uma experiência enriquecedora para os sujeitos envolvidos.

## Referências

BARBOSA, J. C.; OLIVEIRA, A. M. P. Por que a pesquisa de desenvolvimento na Educação Matemática? **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 18, 2015.

DE LANGE, J. **Mathematics, Insight and Meaning**. Utrecht: OW & OC, 1987.

VAN EERDE, H.A.A. Design research: Looking into the heart of mathematics education. In: Proceeding The First South East Asia Design/Development Research (SEA - DR) International Conference, 2013, Sriwijaya University. **Anais...** Palembang: UNSRI, 2013, p. 1-10.

FARIA, E. T.O professor e as novas tecnologias. **Ser professor**, v. 5, p. 57-72, 2004.

FERREIRA, P. E. A. Enunciados de Tarefas de Matemática: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística. 2013. 121f. Tese (Programa de PósGraduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.



FERREIRA, P. E. A.; DE BURIASCO, R. L. C. Educação matemática realística: uma abordagem para os processos de ensino e de aprendizagem - **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 1, 2016.

GRAVEMEIJER, K.P.E. O que torna a Matemática tão difícil e o que podemos fazer para alterar. **Educação matemática: caminhos e encruzilhadas**. Lisboa: APM, p. 83-101, 2005.

MATTA, A. E. R.; DA SILVA, F. P. S.; BOAVENTURA, E. M. Design-based research ou pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa metodologia para pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa aplicada de inovação em educação do século xxi. **Revista da FAEEBA - Educação e Contemporaneidade**, v. 23, n. 42, 2014.

MENDES, M. T. **Utilização da Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo**. 2014. 275f. Trabalho Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2014.

SARAIVA, M.; PONTE, J. P. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Quadrante**, p. 25-52, 2003.

SANTOS, E. R. **Análise da produção escrita em matemática: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino**. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

SILVA, G. S. **Uma configuração da reinvenção guiada**. 2015. 94f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. Reform under attack – Forty Years of Working on Better Mathematics Education thrown on the Scrapheap? No Way! In: **The Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**, 2010, Australia, p. 3-7.

WEININGER, M. J. Do aquário em direção ao mar aberto: Mudanças no papel do professor e do aluno. In: LEFFA, Vilson J.. (Org.). **O Professor de Línguas Estrangeiras. Construindo a profissão**. Pelotas: Editora da Universidade Católica de Pelotas, 2001, p. 41-68.