

O ENSINO DE GEOMETRIA SOB A LUZ DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DAS MÍDIAS TECNOLÓGICAS

Fernanda Caroline Cybulski
Universidade Estadual do Centro-Oeste
fercybulski@gmail.com

Márcio André Martins
Universidade Estadual do Centro-Oeste
prof.mmartins@gmail.com

Resumo:

O objetivo desse trabalho é propor uma abordagem para o ensino de Geometria considerando-se as tendências metodológicas: Resolução de Problemas e Mídias Tecnológicas. Neste sentido propõe-se a atividade “Geometria das abelhas: mínimo custo, máxima produção”, a qual possui como questão norteadora “por que as abelhas constroem seus alvéolos de forma hexagonal?”. A metodologia utilizada consiste da elaboração de uma Unidade Didática, com proposições de encaminhamentos para a sala de aula. Como ferramenta tecnológica é utilizado o *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra 3D, com uma abordagem investigativa e colaborativa. Com a execução desse trabalho foi possível perceber a viabilidade em integrar estas tendências em Educação Matemática.

Palavras-chave: GeoGebra 3D. Geometria das abelhas. Unidade Didática.

Ensino de Geometria

A disciplina de Matemática está dividida em eixos, sendo um deles a Geometria. Entretanto, muitas vezes, em nível de Ensino Fundamental II e Ensino Médio, esses eixos não são abordados com o mesmo interesse e profundidade pelos professores. De acordo com Barbosa (2003) *apud* Rinaldi (2016, p.14), “os professores abandonam o ensino dessa parte da Matemática, abrindo com isso uma grande lacuna no aprendizado do aluno, trazendo-lhe conseqüentemente grandes dificuldades posteriores”.

É de suma importância que a Geometria seja valorizada na escola, uma vez que está presente em várias situações do cotidiano do aluno, desenvolve raciocínio, noções de espaço e, segundo Borsoi (2016), “[...] a Geometria exige que o aluno acione a intuição, a percepção e a representação para interpretar o mundo e compreender a matemática” (p. 21). Nessa perspectiva, fica evidente a relevância de se trabalhar Geometria, principalmente quando focada nas necessidades dos alunos e de forma que seu aprendizado seja significativo.

No ensino tradicional, utilizando livros, cadernos e quadro,

[...] o aluno apenas ‘ouve’, logo não é incentivado a ter uma postura investigativa (ativa) e nem sendo desafiado a construir seu próprio conhecimento. Numa aula de Geometria o professor enuncia conceitos, definições e propriedades que, muitas vezes, são apenas memorizados ou decorados e futuramente reproduzidos pelo aluno sem sua devida compreensão (NASCIMENTO, 2012, p. 17).

A Geometria é de especial importância no ensino de Matemática, uma vez que suas aplicações estão presentes no cotidiano dos alunos. Devido a isso é necessário um ensino contextualizado, que relacione o conteúdo da sala de aula com o ambiente exterior.

O estudo da *Geometria* deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida (BRASIL, 2006, p.75).

Um ensino pautado nas necessidades dos alunos, na função que a matemática representa na vida das pessoas, é desejável, uma vez que é importante que o aluno associe o que aprende na escola com seus problemas do cotidiano, que saiba utilizar os conceitos apreendidos durante a vida escolar para situações práticas futuras. Cabe destacar ainda que um ensino contextualizado possui mais significado para o aluno, ou seja, ele internalizará mais rápida e eficientemente os conteúdos propostos se estes estiverem embasados em fatos conhecidos, do que se forem abordados apenas com memorizações de fórmulas e conceitos, por exemplo. Pois,

A aprendizagem da Matemática consiste em criar estratégias que possibilitam ao aluno atribuir sentido e construir significado às ideias matemáticas de modo a tornar-se capaz de estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar. Desse modo, supera o ensino baseado apenas em desenvolver habilidades, como calcular e resolver problemas ou fixar conceitos pela memorização ou listas de exercícios (PARANÁ, 2008, p.45).

O presente trabalho está inserido nesse cenário, e busca contribuir com as opções de encaminhamentos em sala de aula visando uma aprendizagem efetiva, onde o aluno possa contextualizar os conteúdos que aprende nas aulas com o que está presente ao seu redor.

Sobre a Resolução de Problemas e as Mídias Tecnológicas no ensino de geometria

Nesta seção, será abordada a possibilidade de se aliar Resolução de Problemas e Mídias Tecnológicas, visando uma aprendizagem mais significativa de Geometria.

Para contextualizar o ensino de Matemática, especificamente a Geometria, o professor poderá utilizar-se de diversos recursos a fim de atingir seus objetivos, sendo a Resolução de Problemas um eficiente aporte para o professor. “A Resolução de Problemas pode ser entendida como um meio de desenvolver os conteúdos matemáticos e fazer conexões com outras áreas” (ONUICHIC, 2012, p.11). Com relação à Geometria, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), apontam que

[...] é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades, etc (p. 51).

A Resolução de Problemas pode tornar a Geometria da sala de aula mais significativa ao aluno. Para Nunes (2010), a “resolução de problemas desenvolve nos estudantes a crença de que eles são capazes de fazer matemática e de que ela faz sentido” (p.87). Esta metodologia possui um papel importante em sala de aula, pois ao resolver um problema o aluno terá a possibilidade de utilizar o que aprendeu para solucioná-lo, compreender para que finalidade tal conteúdo poderá ser empregado, bem como desenvolver raciocínio, estratégia e interpretação.

De acordo com os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (2000), é necessário “utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos” (p.42). Ainda, nos Parâmetros Curriculares Nacionais dos terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), um dos objetivos para essa etapa da formação do aluno é resolver situações-problema, utilizando-se de variadas estratégias e processos de resolução, visando o desenvolvimento do raciocínio e de sistemas intuitivos e análogos para a obtenção de resultados. Para isso, deverá servir-se de ferramentas e recursos matemáticos, além de instrumentos tecnológicos que estejam acessíveis.

Cabe destacar que as novas tecnologias estão presentes no cotidiano da maioria das pessoas, e com isso é de suma importância que seja usufruída na sala de aula. As Mídias Tecnológicas configuram uma tendência atual em Educação Matemática (PARANÁ 2008),

e podem ser consideradas de forma integrada com a Resolução de Problemas. Neste contexto, o Ensino de Geometria deixa de envolver apenas instrumentos como papéis, livros, quadros e outras ferramentas estáticas, as quais podem restringir o aprendizado, a visualização e a verificação do aluno acerca dos conteúdos estudados.

Na era da imagem e do movimento, a Geometria não pode continuar a ser ensinada de forma estática, seguindo o estilo introduzido por Euclides. Em geral, os alunos não manipulam os objetos geométricos, estando habituados apenas a ver as figuras nos livros. Nesse caso, os conceitos geométricos são apresentados apenas através de figuras bem regulares e simétricas, com lados paralelos às bordas das páginas do livro. Como consequência, as crianças podem formar uma imagem incompleta de determinado conceito (NUNES, 2010, p.158).

Os *softwares* de Geometria Dinâmica caracterizam instrumentos didáticos potenciais, nos quais é possível trabalhar com movimento de elementos que antes só eram estudados de forma estática. Com o rápido e contínuo desenvolvimento da ciência e tecnologia são muitas as opções de *softwares* para o professor de matemática trabalhar Geometria, o que requer muitas vezes traços e medidas precisas além da repetição de construções para a sua validação. Em um ambiente de geometria dinâmica o estudante poderá testar hipóteses, verificar a validade de conjecturas e até mesmo resolver exercícios, situações-problemas (BRASIL, 2006).

Há inúmeras possibilidades do professor de matemática ensinar Geometria de forma contextualizada e significativa, contudo a opção por uma abordagem integrada envolvendo a resolução de problemas aliada à utilização de *softwares* é um importante caminho a ser considerado, visando o desenvolvimento matemático dos alunos.

Os recursos tecnológicos, como o *software*, a televisão, as calculadoras, os aplicativos da Internet, entre outros, têm favorecido as experimentações matemáticas e potencializado formas de resolução de problemas (PARANÁ, 2008, p.65).

Nesse encaixo, o *software* GeoGebra é muito utilizado por pesquisadores do assunto, tanto por possuir uma plataforma interativa, com várias ferramentas e utilidades para as mais variadas áreas da Matemática, como por ser de fácil acesso, livre e gratuito.

O aplicativo GeoGebra foi desenvolvido por uma equipe de programadores da Universidade de Salzburgo, dirigida pelo professor Doutor Markus

Hohenwater, com o objetivo de melhorar o ensino de matemática nas Instituições de Ensino Básico e Superior (VASCONCELOS, 2015, p.22).

O GeoGebra propicia uma aproximação e melhor visualização dos processos de construção, transformação e observação de elementos geométricos. Além de tornar o aluno um agente ativo de seu aprendizado, o que está em consonância com a Resolução de Problemas. Do mesmo modo, o professor passa a transformar sua função, muitas vezes exclusiva de detentor do conhecimento, transmissor de conteúdos, para mediador, auxiliar dos processos de ensino e aprendizagem.

O software Geogebra, quando bem utilizado pelo professor, poderá possibilitar ao aluno um ambiente favorável para a construção e reconstrução da aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento de estruturas cognitivas que capacitem à generalização das informações conceituais e colocando, acima de tudo, o professor como mediador no processo de organização e elaboração das ideias matemáticas e o aluno como um sujeito ativo desse processo (VASCONCELOS, 2015, p.20).

Da atividade proposta

A seguir, será descrita uma proposta de atividade a ser realizada em Geometria utilizando o *software* GeoGebra 3D. Com o intuito de focar em uma aprendizagem efetiva que contemple a Resolução de Problemas e o *Software* GeoGebra, propõe-se uma sequência de problemas na atividade intitulada “Geometria das abelhas: mínimo custo, máxima produção”, a qual tem como questão norteadora o porquê das abelhas construírem seus alvéolos de forma hexagonal. Primeiramente, visando expor o motivo de se estudar Geometria, serão mostradas aos alunos, imagens (como exemplificado nas Figuras 1 e 2) que ilustram sua presença na natureza e no cotidiano.



Figura 1: Geometria no cotidiano
Fonte: Pixabay¹



Figura 2: Geometria na natureza, alvéolos
Fonte: Pixabay²

¹ Disponível em: < <https://pixabay.com/pt/geom%C3%A9trico-fundo-concretos-791808/>> acesso em: 20/03/2017

² Disponível em: < <https://pixabay.com/pt/abelha-africana-abelhas-colmeia-927527/>> acesso em: 27/03/2017

Em umas dessas imagens estão retratados alvéolos de um favo de mel, com isso os alunos serão questionados sobre seus conhecimentos acerca das abelhas e suas construções, bem como se conhecem alguma produção de apicultura em sua região. Cabe ressaltar que, para a realização deste trabalho a autora pesquisou previamente e constatou a existência de produção de mel na região. Em seguida, propõe-se a exposição de um vídeo com o objetivo de contextualizar o tema e mostrar aos alunos que a produção de mel não é algo isolado de suas vivências, e instigar sua curiosidade. Neste trabalho foi utilizado o vídeo intitulado “Unicentro promove projeto de apicultura em Prudentópolis”³.

Na sequência, como questão provocadora, considera-se: *como as abelhas armazenam mel?*. Assim, pretende-se que os alunos exponham seus conhecimentos, interesses e curiosidades sobre o assunto, com um diálogo conduzido pelo professor sobre a forma geométrica dos alvéolos e o que sabem sobre ela. O próximo passo prioriza o registro pelos alunos, ou seja, são propostas questões para resposta individual por escrito, como exemplo: *com relação a estrutura dos alvéolos, como constatado na imagem, percebe-se que suas bases são de forma hexagonal (6 lados). Mas, seria possível e conveniente que essas bases fossem formadas por uma estrutura circular ou círculo? Justifique.*

A partir das respostas individuais, é conduzida pelo professor uma discussão em plenária com o objetivo de socializar as respostas e obter uma conclusão. Neste sentido, deverão ser abordados aspectos inerentes aos espaços resultantes entre os círculos, na tentativa de preencher a superfície, conduzindo-os a perceber que não seria tão conveniente.

Aqui se recomenda o uso do GeoGebra, em que os alunos poderão testar suas hipóteses dos possíveis polígonos regulares (lados congruentes) que podem ser dispostos a fim de formar um plano sem espaços vazios (Figura 3).

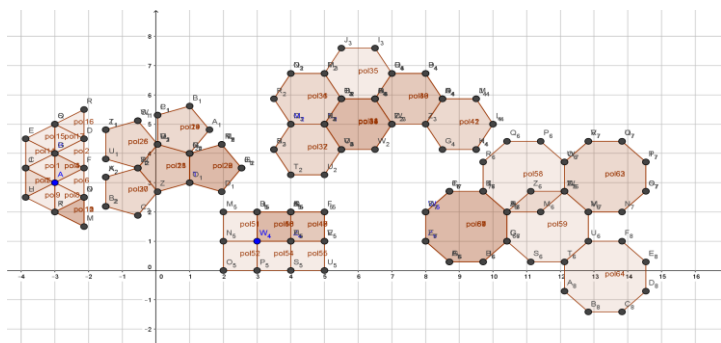


Figura 3: Teste de ladrilhamento do plano utilizando polígonos regulares
Fonte: A autora

³ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=hWkQ5iyITfU>> acesso em: 24/03/2017

Como resultado, a fim de formar “paredes”, a experimentação no *software* deve permitir a verificação de que é possível ladrilhar a superfície somente se utilizarem as figuras regulares: triângulo equilátero, quadrado e hexágono. Ressalta-se que serão testadas apenas formas regulares porque as abelhas constroem seus alvéolos de forma regular, e também para facilitar as observações e cálculos posteriores. Neste momento a investigação tem como foco a exclusividade, isto é, os três casos formam ângulos de 360° em seus encontros, e essa é a condição necessária para o ladrilhamento. Com a ferramenta “ângulos” esta conjectura pode ser verificada no ambiente dinâmico (Figura 4).

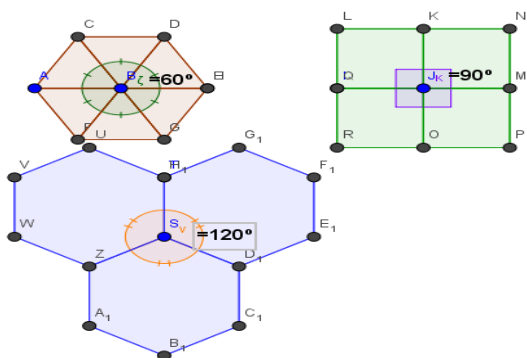


Figura 4: Verificação do ângulo formado pelo encontro dos vértices
Fonte: A autora.

Como uma próxima questão propõe-se: *se os prismas capazes de se combinarem formando paredes comuns, isto é, sem espaços vazios, são os prismas regulares triangulares, quadrangulares e hexagonais, por que as abelhas constroem seus alvéolos apenas com prismas hexagonais?*

Na busca de uma percepção em consonância, com um direcionamento sobre os estudos de perímetro e volume, conduz-se uma discussão envolvendo aspectos de otimização. O objetivo é fazer com que os alunos percebam que o motivo pelo qual as abelhas constroem de forma hexagonal é aproveitar o máximo de espaço possível.

Passa-se então, a experimentar e verificar, construindo no *software* GeoGebra os prismas regulares triangulares, quadrangulares e hexagonais (Figura 5), com perímetro das bases pré-determinados e comum aos três, para que em todos, a área lateral permaneça a mesma, e assim a quantidade de cera gasta para construí-los seja equivalente. Porém seus volumes diferem, uma vez que como a altura é constante nos três, o “fator decisivo” é a base, sendo a de maior área a do hexágono. Para calcular, áreas, perímetros e volumes, são utilizadas as ferramentas do *software*, sendo dispensáveis nesse momento os cálculos, contudo, estes conceitos são lembrados com os alunos, para que entendam os processos.

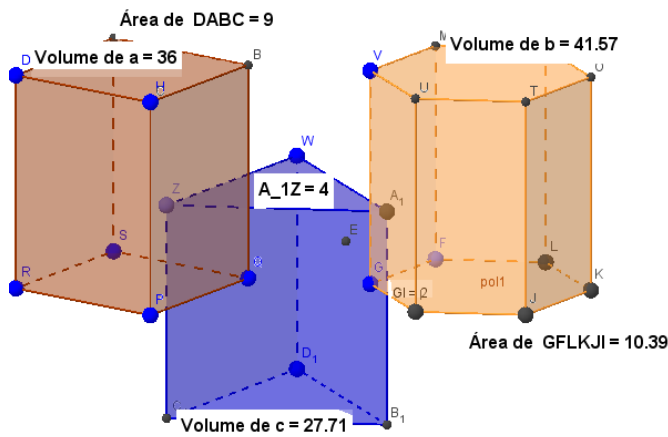


Figura 5: Prismas no GeoGebra
Fonte: A autora

Propõe-se uma discussão com os alunos sobre as conclusões obtidas anteriormente, enfatizando a meta principal da atividade que é perceber como as abelhas “produzem mais gastando menos”. Em seguida, coloca-se a seguinte questão, com o objetivo de comparar o volume de prismas com áreas laterais equivalentes, a qual deverá ser resolvida de forma individual e por escrito: *dados dois prismas regulares, um quadrangular e outro hexagonal, ambos de perímetro “p” da base e altura “h”, qual a diferença relativa entre o volume desses prismas?*

Por fim, expor aos alunos a título de informação outras “curiosidades” acerca dos favos de mel que as abelhas constroem: como o fato de o fundo dos alvéolos não ser uma superfície plana hexagonal, e sim três losangos inclinados, que iniciam em parte da área lateral da estrutura e configuram certa inclinação específica de $70^{\circ}32'$, a qual permite o mesmo volume que o alvéolo teria se fosse “fechado” com a superfície plana. Porém, essa configuração facilita o encaixe de um alvéolo no outro, além de economizarem cerca de 2% de material. Para ilustrar essas informações a fim de facilitar o entendimento e compreensão dos alunos, considera-se apropriado um terceiro vídeo intitulado “Abelhas matemáticas”⁴, que aborda tanto este como os assuntos anteriores além de um aspecto histórico sobre as pesquisas e descobertas em relação ao assunto.

Considerações finais

⁴ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=AY--UJdipZI>> acesso em 27/03/2017.

O presente trabalho teve por objetivo subsidiar o ensino de geometria buscando a contextualização por meio da Resolução de Problemas aliada ao uso do *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra 3D. Com este fim, primeiramente foi necessário verificar na literatura aspectos do ensino de Geometria; constatou-se que esta parte da Matemática muitas vezes é deixada de lado pelos professores, prevalecendo o ensino da Álgebra e Aritmética. E quando é ensinada, em sua maioria, restringe-se a exercícios mecânicos nos quais o principal objetivo é a memorização de fórmulas, isto é, não há uma preocupação em contextualizar com a realidade, com o conhecimento de mundo do aluno o que é ensinado, a fim de uma aprendizagem mais efetiva dos conteúdos.

Posto isso, a Resolução de Problemas aparece como uma tendência que visa primordialmente um ensino pautado na contextualização. Todavia, esta abordagem pode ser melhorada em certos aspectos, como na utilização de um ambiente dinâmico e tridimensional, que permite uma compreensão sobre as propriedades dos objetos geométricos em estudo. Assim, as Mídias Tecnológicas com o uso dos *softwares* de Geometria Dinâmica, especificamente neste trabalho o GeoGebra, aliadas à Resolução de Problemas, auxiliam o professor a ter melhores resultados nas aulas de Geometria, uma vez que será um ensino contextualizado, focado no aluno, em suas necessidades e percepções.

O professor nesse momento terá um papel de mediador do conhecimento, auxiliador, pois o aluno será agente de seu aprendizado. Nesta perspectiva a avaliação, assume um papel diagnóstico e contínuo, realizada com base na observação docente participante e nas produções escritas dos estudantes.

Com a atividade proposta, pretende-se que os alunos sintam-se instigados a aprender e descobrir o que leva as abelhas serem tão específicas e peculiares em suas construções, além de perceberem que a Matemática, está presente em tudo e que pode ser útil para a resolução de problemas do dia a dia e da natureza, ou seja, não é algo que se estuda na escola apenas para as provas.

Referências

BORSOI, Caroline. **Geogebra 3D no ensino médio**: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial. 2016. 159f. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** 2006. 135p.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/** Secretaria de educação Fundamental.- Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

_____. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio/Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** 2000.

NASCIMENTO, Eimard Gomes Antunes do. **Avaliação do software Geogebra como instrumento psicopedagógico de ensino em geometria.** 2012. 112f. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Fortaleza.

NUNES, Célia Barros. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático matemáticas na formação inicial de professores de matemática.** 2010. 430f. Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade estadual Paulista, Rio Claro.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **A Resolução de Problemas na Educação Matemática: onde estamos e para onde iremos?** In: IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática, 2012, Passo Fundo. Anais do IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática. Passo Fundo, 2012.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática.** Paraná/SEED. 2008.

RAFAEL, Deborah Martins; SALLUN, Elvia Mureb. **Oficina 3: As abelhas conhecem Geometria.** ANAIS DA MOSTRA DO CAEM 2015: 30 anos de formação continuada de professores.

RINALDI, Bárbara Leister. **Investigação do uso de software de geometria dinâmica no ensino da geometria para o ensino fundamental.** 2016. 77f. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos.

VASCONCELOS, Francisco Ricardo Nogueira de. **Resolução de problemas de congruência de triângulos com auxílio do software geogebra.** 2015. 119f. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.