

## MODELAGEM MATEMÁTICA: DIFERENTES ENCAMINHAMENTOS PARA UM MESMO TEMA

Élida Maiara Velozo de Castro  
Colégio Estadual Professor Antonio Emilio Antonelli  
elidamaiara.vc@gmail.com

Michele Regiane Dias Veronez  
Universidade Estadual do Paraná  
miredias@gmail.com

### Resumo:

O presente trabalho tem como objetivo discutir os diferentes encaminhamentos assumidos pelos alunos ao desenvolverem uma atividade de modelagem matemática a partir do tema Fumicultura. Assim, apresentamos os encaminhamentos adotados por dois grupos de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, destacando a dinâmica proporcionada por atividades de modelagem matemática no contexto das aulas de matemática. Este trabalho segue orientações da abordagem qualitativa, uma vez que considera-se observações em sala de aula, transcrições das gravações em áudio, registros escritos e demais produções dos alunos. Os resultados apontam que, em um ambiente de Modelagem Matemática, uma mesma temática, estudada por grupos distintos, embora possa apresentar alguns aspectos tratados de maneira semelhantes, se diferencia em vários outros aspectos, como, por exemplo, os conceitos matemáticos utilizados em cada atividade, trazendo à tona diferentes conhecimentos matemáticos e não matemáticos dos alunos.

**Palavras-chave:** Atividades de modelagem matemática. Fases da Modelagem Matemática. Encaminhamentos.

### Introdução

A crítica ao modelo de ensino tradicional e conteudista nos remete a pensar a necessidade de metodologias, alternativas e práticas pedagógicas capazes de incentivar o aluno a desenvolver capacidades de criar, de construir e de aprender conceitos que permitam uma leitura e compreensão do mundo real.

A ideia de formação de indivíduos aptos a aprender por meio de atividades que envolvam fenômenos de seu cotidiano, da sua realidade, buscando explicá-los matematicamente, agindo e decidindo em determinadas circunstâncias, pode ser proporcionada pela Modelagem Matemática.

Embora existam diversas concepções e abordagens que tratam da Modelagem Matemática na Educação Matemática, segundo Tortola, Rezende e Santos (2010), todas elas possuem a mesma essência, que é a ideia de utilizar situações cotidianas para o ensino e aprendizagem da Matemática. O desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em

sala de aula possibilita trabalhar competências dos alunos ao mesmo tempo em que se é favorecido explorar situações que os levem a mobilizar seus conhecimentos e complementá-los à medida que se envolvem com o tema que originou o problema em estudo e buscam uma resposta para tal problema.

Dessa forma, o tema de investigação que orienta a atividade de modelagem matemática pode gerar inúmeras possibilidades de estudo e atender a diferentes propósitos pedagógicos. Nesse trabalho olhamos para os diferentes modos que dois grupos de alunos trataram um tema que originou, portanto, duas atividades de modelagem. Esse fato nos remete a considerar que um mesmo tema pode conduzir os alunos a diferentes problemas, encaminhamentos e estratégias, elucidando o caráter “aberto” e flexível de uma atividade de modelagem matemática.

Assim, temos por objetivo discutir os diferentes encaminhamentos assumidos por dois grupos de alunos de um 8º ano ao desenvolverem atividades de modelagem matemática a partir de um mesmo tema. Para tanto, abordamos as fases da Modelagem Matemática, apresentamos os aspectos metodológicos do estudo, elucidamos a análise realizada com base nos encaminhamentos assumidos pelos alunos em cada fase da atividade e, por fim, tecemos algumas considerações sobre esse estudo que culminou neste relato.

### **A Modelagem Matemática e suas fases**

De modo geral, uma atividade de modelagem matemática, segundo Veronez e Veleda (2016, p.1238) “parte de um problema da realidade, sendo que na busca por soluções para esse problema utiliza-se conhecimentos matemáticos”. A Modelagem Matemática consiste, portanto, em partir de uma situação inicial, também conhecida como problemática, e chegar a uma situação final, que corresponde à solução para a problemática, que vem associada a uma representação ou modelo matemático<sup>1</sup> (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013).

Nesta transição da situação inicial para a final são mobilizados um conjunto de procedimentos e conceitos. Tais procedimentos compreendem o entendimento da situação por parte dos alunos e são manifestados por eles na organização das informações, no levantamento de hipóteses, nos conceitos matemáticos, ou seja, nos encaminhamentos que assumem enquanto investigam o problema que se propuseram estudar.

---

<sup>1</sup>Modelo matemático, nesse caso, “é o que ‘dá forma’ à solução do problema” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p.15). Nessa compreensão o modelo matemático se apresenta por meio de uma estrutura matemática, podendo ser uma tabela, um gráfico, uma expressão, uma equação, uma função.

Na intenção de amparar, orientar e, de certo modo, organizar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2013) sugerem algumas fases para a Modelagem Matemática: *inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação*. Entretanto, segundo os autores, como atividades dessa natureza têm caráter aberto e flexível, a ordem em que essas fases aparecem pode variar, bem como o tempo destinado a cada uma delas, de acordo com a dinâmica que demanda cada situação e com o movimento de “ida e vinda” entre as fases<sup>2</sup>. No Quadro 1 destacamos as principais características evidenciadas em cada uma dessas fases:

FASE	PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS
<b>Inteiração</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Inteirar-se do assunto.</li> <li>- Consultar diferentes fontes de pesquisa.</li> <li>- Conhecer aspectos relativos ao tema.</li> <li>- Coletar, discutir, registrar e selecionar informações.</li> <li>- Formular ou identificar um problema a resolver.</li> <li>- Definir metas para a resolução do problema.</li> </ul>
<b>Matematização</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Traduzir a situação problema da linguagem natural para a linguagem matemática.</li> <li>- Selecionar variáveis.</li> <li>- Levantar hipóteses.</li> <li>- Evidenciar técnicas e procedimentos matemáticos que podem auxiliar na resolução do problema em estudo.</li> </ul>
<b>Resolução</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizar conceitos, técnicas, métodos e representações matemáticas.</li> <li>- Recorrer a ferramentas tecnológicas e/ou computacionais.</li> <li>- Construir e/ou utilizar modelos matemáticos.</li> <li>- Responder às questões e à problemática admitida na situação inicial.</li> </ul>
<b>Interpretação de Resultados e Validação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Analisar o(s) resultado(s) obtido(s).</li> <li>- Verificar se os métodos e/ou procedimentos matemáticos utilizados foram adequados para responder ao problema em estudo.</li> <li>- Certificar-se que a(s) solução(ões) encontrada(s) satisfaz(em) o problema identificado.</li> </ul>

**Quadro 1:** As fases da Modelagem Matemática e suas características.

**Fonte:** Adaptado de Almeida; Silva; Vertuan (2013).

Convém destacar que não necessariamente todas essas características devem acontecer em uma mesma atividade, nem mesmo há uma ordem para que elas aconteçam. Contudo, a situação problema que dá início a atividade; os procedimentos de resolução e as soluções, ainda alheios ao conhecimento dos envolvidos; o processo de investigação de um problema; os conceitos matemáticos utilizados e; a análise interpretativa da solução são o que vão sustentar as características que vêm associadas às fases da Modelagem Matemática.

Isso implica reconhecer que tão importante quanto a solução para o problema são os encaminhamentos e procedimentos que medeiam a transição da situação inicial para a situação final.

A resposta para o problema depende, de modo geral, dos encaminhamentos e procedimentos adotados pelos alunos e de seus conhecimentos e das

<sup>2</sup>Neste trabalho, não é nosso foco mostrar a não linearidade entre as fases.

intervenções realizadas pelo professor. Todavia, é importante que tais intervenções e a independência dos alunos mantenham certo grau de equilíbrio, de forma a garantir autonomia dos alunos frente ao problema em estudo e em relação às estratégias de resolução adotadas (VERONEZ, 2013, p.27).

A ação do professor em atividades de modelagem matemática é de mediador entre o conhecimento matemático dos alunos e os encaminhamentos por eles assumidos. Na busca por responder ao problema identificado, decorrente da situação a ser investigada, é que as intervenções docentes acontecem. Porém, elas devem oportunizar a autonomia do aluno na tomada de decisões, na escolha de estratégias e na adoção de procedimentos e encaminhamentos que visam construir soluções para o problema que originou a atividade.

Segundo Vertuan (2010), atividades de modelagem matemática evidenciam “uma representação da realidade sob a ótica daqueles que investigam a situação. Isso implica no fato de que diferentes grupos de alunos podem construir representações distintas de uma mesma realidade, ou seja, de uma mesma situação” (p.2). Dessa maneira, cada situação pode ser vista sob diferentes ângulos e admitir inúmeras possibilidades de problemas a serem explorados, o que suscita também diversos resultados, válidos ou não.

Nesse contexto Veronez (2013), escreve que “se o ponto de partida de uma atividade de modelagem matemática é uma situação, diversas são as possibilidades de investigação a seu respeito” (p.21). Para esta autora são inúmeras as possibilidades de encaminhamentos que podem ser assumidos para uma mesma situação, já que após realizar “um recorte” de tal situação os problemas evidenciados podem ser distintos, conduzindo diversas formas de investigações. Trazemos na próxima seção, os aspectos metodológicos que subsidiaram o presente estudo.

### **Aspectos metodológicos**

A presente investigação, que segue orientações da abordagem qualitativa, considera os registros dos alunos, as anotações e observações feitas pela professora e as transcrições, das gravações em áudio, dos diálogos dos alunos obtidos ao longo do desenvolvimento de duas atividades de modelagem matemática, por dois grupos de alunos de turmas distintas.

As atividades de modelagem matemática relatadas neste trabalho foram realizadas por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental de um colégio da rede pública de ensino, em uma comunidade rural, em que a primeira autora era também professora da disciplina de Matemática nas turmas referidas. Nessas atividades a escolha do tema ficou a critério dos alunos, a partir

do convite da professora aos grupos, solicitando que escolhessem um tema de seu interesse ou que apresentassem alguma relação com sua realidade.

Os dois grupos de alunos são de turmas distintas, um da turma A e outro da turma B, escolheram como tema “Fumicultura”, ou seja, cultivo e produção de tabaco/fumo. O grupo A, constituído por três meninos aos quais trataremos como A1, A2 e A3 e o grupo B, formado por três meninas, nominamos B1, B2 e B3. Todos esses alunos têm idade entre 13 e 14 anos.

### **Diferentes encaminhamentos para um mesmo tema em Modelagem Matemática**

Ambos os grupos que desenvolveram as atividades aqui discutidas justificaram a escolha do tema Fumicultura pelo fato de seus pais trabalharem no cultivo de tabaco. Apesar de o tema ser o mesmo, o direcionamento adotado por cada grupo foi distinto, ou seja, o encaminhamento que um grupo adotou no seu trabalho se diferenciou do outro grupo e essa diferença é o foco de estudo do presente trabalho.


Sendo membros de famílias de fumicultores, a maioria das informações coletadas pelos alunos, foi obtida com os pais e/ou com representantes de indústria fumageira. Essa atitude se aproxima da assertiva de D’Ambrósio (2016, p.2), ao enfatizar que “a ação resulta de estratégias motivadas pela necessidade e/ou desejo que tem cada indivíduo de explicar, conhecer, entender, lidar, manejar, conviver com a realidade, e obviamente resulta da informação que o indivíduo dela recebeu”. Tal fato fica evidenciado nesses relatos dos alunos: “*nós achamos que fosse ser fácil*”, “*porque sei sobre o tema*” e “*porque tem muita matemática*”.

No grupo A, partindo da situação inicial “processos de produção de fardos de fumo”, a fase *inteiração* consistiu em obter informações a partir de entrevistas com familiares, de pesquisa de campo. Os dados coletados se relacionavam a conhecimentos diversos como: importância econômica da fumicultura para a região, perigo dos agrotóxicos, uso dos EPI’s<sup>3</sup>, malefícios do tabaco, processo de produção. A partir disso, os alunos selecionaram as informações relacionadas ao tamanho da folha, quantidade de folhas por boneca<sup>4</sup>, quantidade de bonecas em um fardo, quantidade de cabinhos que cabem em uma estufa, entre outras de conhecimento cotidiano. Ilustramos algumas dessas informações no Quadro2.

---

<sup>3</sup> Equipamento de Proteção Individual.

<sup>4</sup> Conjunto de aproximadamente 10 folhas amarrada, depois de secas.

<p>1) Por quantos reais é vendido o fardo de fumo? R.: Se for um fardo de fumo amarelo, uns 200 reais cada. Mas o preço varia dependendo da classe.</p> <p>2) Quantos “cabinhos” cabem dentro de uma estufa? R.: 600 cabinhos.</p> <p>3) Quantas bonecas são necessárias para fazer um fardo? Qual é o peso de um fardo? E quanto pesa cada boneca? [sic] R.: 120 bonecas. O fardo “pesa” 50 kg e cada boneca “pesa” de 350 a 400 gramas.</p> <p>4) Quantos meses demoram a realizar a primeira colheita? R.: Quase 3 meses.</p> <p>5) Quantas bandejas cabem em um canteiro? R.: 30 bandejas.</p>
<p>Trecho de entrevista realizada com pai de aluno.</p> <p>O tabaco pode medir 102 cm de altura e tem coloração verde claro a verde escuro. As folhas de formato elíptico alteram-se no caule e medem em geral de 40 a 70 cm podendo chegar a 1 m. Quando o fumo é amarelo (igual à folha ao lado), é da classe BO1, e seu preço é R\$ 9,20. Eu não fumo cigarro porque faz mal para a saúde, mas sei que a produção do tabaco é importante para a economia do município e também é a fonte de renda da nossa família.</p> 
<p>Trecho de texto produzido pelos alunos.</p>

**Quadro 2:** Informações sobre produção de fumo.

**Fonte:** Registros dos alunos (Grupo A).

Ao analisar os elementos obtidos na pesquisa que realizaram, ainda decorrente da fase *inteiração*, o grupo chegou ao problema: “Qual o volume que as bonecas de fumo diminuem ao serem prensadas na enfardadeira?”.

A partir disso, os alunos passam as fases *matematização e resolução*, que os leva a considerar as dimensões da enfardadeira utilizada pelos familiares de um dos alunos do grupo como hipótese, reconhecendo que podem existir outros tamanhos. Também definem as variáveis e dados considerados para o desenvolvimento da atividade com ênfase nas dimensões de uma caixa enfardadeira. Sendo assim, os alunos identificam as medidas da “caixa de enfardar”, a qual é utilizada para prensar o fumo formando fardos. Num primeiro momento, eles conheciam a medida do comprimento e da altura, 60 cm e 1 m, respectivamente, porém, para calcular o volume eles ainda precisariam da medida do comprimento da enfardadeira. O Episódio 1 retrata a dificuldade em chegar a um consenso, vivenciada pelos alunos.

**Episódio 1**

**A1:** É 45 cm.

**A2:** Da onde? Não é essa medida!

**Professora:** Vamos pegar duas régua para ver. Olhem, 45 cm é mais ou menos desse tamanho aqui.

**A2:** Está vendo. Falei que é maior.

**A1:** A nossa enfardadeira é desse tamanho! Vamos usar essa medida?

Após chegar ao consenso de usar as medidas apresentadas por A1, os alunos esboçaram o desenho da enfardadeira. Assim, assumiram as dimensões da caixa como sendo 1m de altura, 60 cm de comprimento e 45 cm de largura e passaram ao cálculo do volume. Depois de debater acerca de alguns questionamentos e de uma breve explicação da professora, os alunos conseguiram compreender o conceito de  $m^3$  e, a partir de então, construir a ideia de volume. Ou seja, compreenderam o que significa o volume enquanto grandeza ao calcular o volume de um paralelepípedo retângulo, pode se dar a partir da expressão:  $v=c.l.a$ , em que  $v$  é volume;  $c$  comprimento;  $l$  largura e;  $a$  altura.

Porém, eles estavam trabalhando com unidades diferentes (cm e m) e deveriam fazer a transformação de unidade de medidas para, posteriormente, realizar o cálculo de volume. Os resultados expressos no Quadro 3 ilustram o cálculo do volume realizado pelos alunos.

<p>Em <math>\text{cm}^3</math>: <math>V = c.l.a</math>  <math>V = 60.45.100</math>  <math>V = 270.000 \text{ cm}^3</math></p>	<p>Em <math>\text{m}^3</math>: <math>V = c.l.a</math>  <math>V = 0,6 .0,45 .1</math>  <math>V = 0,27 \text{ m}^3</math></p>
---	---

**Quadro 3:** Cálculo do volume da enfardadeira cheia de bonecas de fumo.

**Fonte:** Registros dos alunos (Grupo A).

Ao conhecer o volume da caixa de enfardar, os alunos poderiam calcular o volume do fardo de fumo prensado (Quadro 4), para isso, a professora questionou-os sobre quantos cm consegue-se prensar o fumo, ou seja, quanto diminui ou “abaixa” o fardo ao ser prensado. Os alunos relataram que diminui em média 50 cm, ou seja, pela metade, mas que às vezes pode diminuir um pouco menos. Portanto, o fardo do fumo teria dimensões iguais a 50 cm de altura, 60 cm de comprimento e 45 cm de largura, visto que as medidas de comprimento e de largura não sofrem alteração.

<p>Em <math>\text{cm}^3</math>: <math>V = c.l.a</math>  <math>V = 60.45.50</math>  <math>V = 135.000 \text{ cm}^3</math></p>	<p>Em <math>\text{m}^3</math>: <math>V = c.l.a</math>  <math>V = 0,6 .0,45 . 0,5</math>  <math>V = 0,135 \text{ m}^3</math></p>
--	---

**Quadro 4:** Cálculo do volume das bonecas de fumo prensadas.

**Fonte:** Registro dos alunos.

Um fato interessante nesse momento da atividade de modelagem foi que os alunos perceberam que uma das medidas sendo reduzida à metade, teria o volume das bonecas também diminuído à metade. Porém, relatam que essa redução nem sempre acontece nessa proporção, porque ao passar pelo processo de compressão para fabricação de fardos de fumo, o volume das bonecas de fumo classificado e seco, pode diminuir entre 40% a 50%, dependendo da classe de fumo enfardada. No caso estudado, o volume diminuiu de  $0,27 \text{ m}^3$  para  $0,135 \text{ m}^3$ , ou seja, a metade, porque foi considerado uma diminuição de 50% no processo de compressão.

Na fase *interpretação e validação de resultados* os alunos passam a conferir as medidas reais tanto da enfardadeira e quanto fardo de fumo pronto, bem como verificar se os cálculos realizados estavam corretos, para então validar os resultados, com vista à possível aceitação dos resultados obtidos.

Os alunos elaboraram um cartaz com informações que consideravam relevantes e construíram uma réplica da enfardadeira, utilizando papelão e tinta, como elemento auxiliar visual para facilitar o entendimento do trabalho e expor a situação final, que se apresentava



como o cálculo do volume de uma enfardadeira cheia de bonecas de fumo e volume do fardo já com as bonecas de fumo prensadas.

Ao comunicar os resultados os alunos focalizaram as dimensões utilizadas para descrever o tamanho da enfardadeira, porém as medidas utilizadas pelo Grupo A foram contestadas por um aluno (A4) de um outro grupo, que também tinha conhecimento sobre o tema em estudo, conforme diálogo apresentado no Episódio 2.

#### **Episódio 2**

*A4: Mas desse tamanho é muito pequena. A nossa é maior.*

*A1: Mas a nossa é desse tamanho mesmo.*

*A2: Eu também achava que era maior.*

*A5: Mas é que existem tamanhos diferentes gente! Depende de onde compra ou encomenda para fazer sob medida. Nós temos da grande e da pequena.[sic]*

O aluno A5 que, assim como A4, pertencia a outro grupo apresentou a possibilidade de existirem caixas de enfardar de diferentes tamanhos, o que levou os alunos a concluir que os cálculos realizados estavam corretos para a situação específica colocada por A1.

Por sua vez, o grupo B partiu da situação inicial “Produção das colheitas baixeira e ponteira do fumo”. Na fase *inteiração* realizaram a coleta dos dados por meio de entrevista com familiares, entrevista com funcionário de indústria tabageira, análise de notas de produtor rural e pesquisa em sites relacionados. As informações obtidas atendiam a conhecimentos diversos tais como: produção, consumo e estoque de fumo ao longo dos anos, exportação e consumo mundial de fumo, trabalho infantil na produção de fumo, vantagens do cultivo de fumo em relação a outras culturas, histórico da introdução da fumicultura na região e as etapas de cultivo. No Quadro 5 aparecem algumas das informações coletadas pelos alunos.

<p><b>O fumo na nossa região</b> A produção do fumo passou a ganhar espaço a partir de 1492. Um dos primeiros produtores e incentivador dessa cultura foi Cristoball Collon, no país de Cuba. Na nossa região o fumo é uma das principais fontes de renda e embora nem todos os anos a produção seja boa e nem sempre o lucro seja certo, os agricultores da nossa comunidade continuam a cultivá-lo. Isso porque, os agricultores daqui têm pouco recurso e pequenas propriedades de terra, além disso, não exige muitos equipamentos modernos. Sendo assim, o Fumo acaba se tornando a melhor coisa a ser cultivada nessa região.</p>
<p>Trecho do texto produzido pelos alunos.</p> <p>1) Quantas bandejas são colocadas em cada túnel? Quantas mudas são produzidas em cada bandeja? R.: 60 bandejas de 200 mudas cada.</p> <p>2) Quanto tempo leva para secar uma “estufada” de fumo? [sic] R.: Depende do tamanho (capacidade) da estufa, uma pequena geralmente demora 6 noites, já a grande de 8 a 9 noites.</p> <p>3) Quanto tempo demora para realizar a primeira colheita do fumo? [sic] R.: Em média 70 dias, caso esteja maduro.</p> <p>4) Quantos túneis devemos fazer para plantar 90 mil pés de fumo? [sic] R.: 9 canteiros de 12 mil mudas, porque sempre é preciso repor alguma muda que estraga, não nasce ou replantar as que não vingam.</p> <p>5) Quantos metros de lenha são utilizados para secar uma estufa cheia de fumo? R.: De 4 a 5 metros.</p> <p>6) Quantas mudas e quantos arcos cabem em um canteiro? R.: Um total de 12 mil mudas. Cabem 11 arcos.</p>
<p>Trecho da entrevista com um pai de aluno.</p>

**Quadro 5:** Informações sobre produção de fumo.



Fonte: Registro dos alunos (Grupo B).

A definição de um problema a resolver causou muitas divergências e indecisão. Por ser um tema muito amplo, as alunas tiveram dificuldade em delimitar um problema para ser explorado, conforme aparece no Episódio 3.

### Episódio 3

**Professora:** Olha, pensem que vocês podem escolher algum aspecto que vocês conhecem em parte e que gostariam de aprender mais sobre ele.

**B1:** Eu queria pesquisar sobre preço ou a quantidade produzida em cada colheita.

**B2:** Pois é, mas a gente sabe os preços das classes.

**B3:** Eu não entendo muito.

**B2:** E se nós estudássemos sobre o lucro de cada colheita?

**B1:** Baixeiro dá menos e ponteira dá melhor!

**Professora:** Primeira e última colheita é isso?

**B2:** Sim. Vamos pesquisar a diferença entre elas?

Ainda na fase *inteiração*, depois de muito diálogo e com o auxílio da professora, as alunas optam por estudar o seguinte problema: “Em uma colheita, qual é a produção estimada de fumo (considerando ele seco, sua classe e a produção em Kg)? Qual a diferença de produção do baixeiro e da ponteira?”

Após a definição do problema, as alunas passam às fases *matematização e resolução*. Nas referidas fases, primeiramente, começam por identificar os dados a serem considerados e as variáveis que precisariam definir para ajudar a resolver o problema, sendo elas: quantidade de fumo cultivada (90 mil pés), produção de fumo seco na primeira colheita (baixeira), produção de fumo seco na última colheita (ponteira), classificação das folhas de fumo seco, preço pago ao agricultor por kg e por classe de fumo seco. Uma das alunas, B1, ficou encarregada de levantar informações complementares com seus pais, enquanto B2 falaria com uma pessoa de seu conhecimento que trabalha como instrutor em uma indústria de fumo.

Com base em algumas informações, as alunas simularam situações que lhes permitiram elaborar os Quadros 6 e 7 que, juntamente com as observações e argumentações finais, tende a responder ao problema evidenciado no início da atividade.

Quadro 6: Estufada de fumo de ponteira.

Estufada de fumo de ponteira – 90 mil pés				
Classe	Preço Médio (Kg)	Fardos	Peso dos fardos (Kg)	Total (R\$)
BO1	9,70	6	300	2.910
BO2	8,43	4	180	1.517,40
CO3	7,12	3	129	918,48
-----	-----	13	509	5.345,88

Fonte: Registros dos alunos.

Quadro 7: Estufada de fumo de baixeiro.

Estufada de fumo de baixeiro – 90 mil pés				
Classe	Preço Médio (Kg)	Fardos	Peso dos fardos (Kg)	Total (R\$)
CO2	6,50	5	210	1.365
KL	3,42	2	80	273,60
MN	3,40	1	39	132,60
KM	2,63	2	74	194,62
-----	-----	10	403	1.965,82

Fonte: Registros dos alunos.

Olhando para as duas fases de colheitas a diferença foi de 3 fardos, 106 kg e R\$ 3.380,06. Isso significa que a produção de fumo baixeiro corresponde, em média, a aproximadamente 36,77% do valor total pago pela produção de fumo ponteira.

Apesar de aceita a resposta, as alunas enfatizaram alguns pontos importantes a serem considerados acerca do resultado. Tais considerações podem ser observadas no Quadro 8.

- Os resultados obtidos são válidos para determinada safra. Os resultados não valem para todos os anos.
- Os preços variam todos os anos, ou seja, a valorização pode ser maior em um ano e menor em outro. Isso depende da Companhia e do mercado do tabaco.
- A produção depende de vários fatores como: condições de tempo, preparo da terra, forma de secar, entre outros.
- Nem tudo é lucro. Parte é para pagar os gastos com a produção (insumos, agrotóxicos, mão de obra, luz, etc).

**Quadro 8:** Restrições à solução construída

**Fonte:** Diálogo dos alunos.

Para verificar a validade dos resultados encontrados, as alunas confrontaram suas respostas com notas de produtor rural e certificaram as soluções com fumicultores, para então, o resultado ser interpretado e validado. Essa fase da atividade de modelagem matemática pode ser descrita como *interpretação e validação de resultados*. Após aceitar a resposta como válida e próxima do que acontece na realidade e realizar as observações necessárias, as alunas realizaram argumentação e comunicação dos resultados aos demais colegas de classe.

### **Algumas Considerações**

Neste relato a escolha do tema Fumicultura, a qual os alunos tinham familiaridade e entendiam ser mais fácil buscar informações, além de permitir compreender e descrever situações reais utilizando conhecimentos matemáticos, viabilizou o entendimento de que mesmo os alunos tendo optado por uma mesma temática, os encaminhamentos assumidos por eles podem ser distintos, levando, portanto, ao desenvolvimento de duas atividades de modelagem matemática.

Daí a proximidade desse estudo com o que Barbosa (2001) expõe quando afirma que “conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade” (p.5). Também, se a Modelagem Matemática pode ser entendida como uma oportunidade para os alunos indagarem situações da realidade ou de seu interesse por meio da matemática, sem procedimentos pré-estabelecidos, há possibilidades diversas de encaminhamentos.

A ação do professor em um ambiente de modelagem matemática de possibilitar aos alunos a escolha de um tema de seu interesse e/ou de sua realidade revelou que eles, diante de

um mesmo tema, podem seguir diferentes encaminhamentos e assumir diferentes procedimentos, dependendo do interesse de cada grupo.

O estudo do tema “Fumicultura” contribuiu para a aprendizagem de conceitos matemáticos ao mesmo tempo em que situações de sua realidade era discutidas e analisadas, já que os alunos tinham interesse em investigar sobre tal tema. Sendo a Fumicultura um tema amplo, o problema a ser definido poderia tomar diferentes rumos, e foi o que de fato aconteceu. Essa variedade de problemas que pode emergir de um mesmo tema ratifica a natureza de uma atividade de modelagem matemática, ou seja, a característica de ser aberta e permitir diferentes olhares para determinado tema.

Embora as atividades de modelagem relatadas sejam distintas, inferimos que há algumas semelhanças na forma como os alunos conduziram tais atividades. Na fase *inteiração*, por exemplo, a busca por informações se deu, em ambos os grupos, por meio de entrevistas com pessoas que trabalham na produção do fumo. Além disso, existem aspectos semelhantes nas perguntas elaboradas pelos alunos como a quantidade de bandejas que cabem em um túnel/canteiro. Talvez o que fez com as atividades de modelagem tomassem rumos diferentes tenha sido as respostas obtidas pelos alunos, já que elas diferem de um grupo para outro. Daí o entendimento de que os dados coletados são variáveis importantes para a definição de um problema a resolver, principalmente se este não for evidenciado antes de tal coleta e, que a base de referência da coleta de dados pode sugerir caminhos distintos para a atividade de modelagem matemática.

Essas atividades de modelagem se destoam desde a definição problema e se acentuam na medida em que os alunos direcionam sua resolução. Assim, os conceitos matemáticos requeridos para resolver tal problema são diferentes e exigem dos alunos também competências distintas, mesmo que em ambas as atividades os conceitos utilizados sejam de conhecimento de alunos de 8º ano do Ensino Fundamental. Ou seja, na *matematização* e *resolução*, enquanto o Grupo A se utiliza de conhecimentos de geometria, por meio do cálculo de volume, e transformação de unidades, o Grupo B faz uso de conhecimentos de operações com números racionais, média aritmética e porcentagem.

Também cabe destacar que os encaminhamentos assumidos pelos alunos na fase *interpretação de resultados e validação* novamente são diferentes. Enquanto o Grupo A busca discutir e validar os resultados por eles obtidos entre os alunos do grupo e com os colegas de turma, o grupo B validam suas soluções conferindo-as com informações contidas em documentos e com os pais para, a partir de então, apresentar os resultados à turma.

Disso concluímos que uma mesma temática pode viabilizar estudo de conceitos matemáticos distintos e proporcionar olhares abrangentes, já que problemas diferentes conduzem a compreensões amplas do tema em estudo e podem suscitar o estudo de diversos conceitos matemáticos. Ainda, os encaminhamentos assumidos pelos alunos em atividades de modelagem dependem de diversos fatores, dentre eles: a criticidade e/ou a necessidade do aluno, a mediação do professor e o trabalho em grupo. Esses fatores podem se configurar como fonte de análise em estudos futuros.

## Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1.ed. 1ª reimpressão. SP: Contexto, 2013.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **Reunião Anual da ANPED**, 24, Caxambu. *Anais*. RJ: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

D'AMBROSIO, U. **Dos fatos reais à Modelagem** - Uma proposta de conhecimento matemático. Disponível em: <http://vello.sites.uol.com.br/modelos.htm>. Acesso em: 02/02/2016.

TORTOLA, E.; REZENDE, V.; SANTOS, T.S..Modelagem Matemática: Contribuições Para o Ensino e Aprendizagem da Matemática. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática Relato de Experiência. **X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador** – BA, 7 a 9 de Julho de 2010.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática**. 2013. 176p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERONEZ, M. R. D.; VELEDA, G.G. Reflexões sobre a Realidade em uma Atividade de Modelagem Matemática. **Revista do Programa de Pós-Graduação Em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso Do Sul (UFMS)** V 9, n 21, 2016.

VERTUAN, R.E.. Modelagem Matemática Na Educação Básica. **Modelagem Matemática: perspectivas interdisciplinares para o ensino e a aprendizagem de matemática**. IV EPMEM – Encontro Paranaense De Modelagem Em Educação Matemática. Maringá – PR, 11 a 13 de Novembro de 2010.