DIDÁTICA DA MATEMÁTICA E OS DESAFIOS DA SALA DE AULA: uma experiência relacionada aos números irracionais

Veridiana Rezende
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
rezendeveridiana@gmail.com

Resumo:
Para este texto, apresentamos resultados de nossas experiências relacionadas a uma abordagem que temos contemplado em salas de aula. Trata-se de uma abordagem cognitivista, centrada principalmente em dois pesquisadores da Didática da Matemática: Gérard Vergnaud e Guy Brousseau. Entendemos que o primeiro nos proporciona direcionamentos para a elaboração/seleção de tarefas matemáticas, com destaque para se considerar: campo conceitual; erros e conhecimentos implícitos manifestados pelos alunos; tarefas matemáticas que proporcionem reflexões, dúvidas e hesitações. Já Guy Brousseau propicia direcionamentos para o trabalho do professor em sala de aula, por meio de quatro fases, denominadas de ação, formulação, validação e institucionalização. Para exemplificar esta abordagem de elaboração/seleção de tarefas e de implementação em sala de aula, trazemos um exemplo relacionados a tarefas matemáticas relacionadas aos números irracionais, que foram elaboradas como instrumento de nossa pesquisa de doutoramento (REZENDE, 2013), e que tem sido implementadas em sala de aula por professores da Educação Básica e de Curso de Licenciatura em Matemática.
Palavras-chave: Didática da Matemática. Sala de aula. Números Irracionais.

Introdução

Ao refletirmos sobre o ambiente de sala de aula percebemos a complexidade e os desafios atribuídos a nós, professores, que dizem respeito à diversidade cultural, étnica, gênero, política, e, principalmente, como propiciar aprendizagens aos nossos diferentes estudantes. Particularmente, no que diz respeito ao ensino de Matemática, enfrentamos mais um desafio, que é o de ensinar saberes escolares que possuem certas especificidades em relação a outras áreas de conhecimento, tais como Biologia, Física, Química, cujos conceitos podem observados ou manipulados por meio de experiências (DUVAL, 2003).

Assim, em nossa palestra para a *Mesa Temática 3: O uso de diferentes abordagens para o ensino de Matemática e os desafios da sala de aula*, temos como o propósito apresentar resultados de nossas experiências e pesquisas, relacionados a uma das abordagens que temos contemplado em salas de aula. Trata-se de uma abordagem cognitivista, baseada em teorias da Didática da Matemática, e que está centrada principalmente em duas questões norteadoras: quais tarefas matemáticas devemos selecionar para os nossos alunos? De que modo podemos implementar tais tarefas em sala de aula, com vistas a proporcionar aprendizagens aos estudantes? Para responder a estas questões, nos respaldamos em dois pesquisadores: Gérard Vergnaud e Guy Brousseau.

Gérard Vergnaud é o idealizador da teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990). Em seus textos e palestras, Vergnaud ressalta que sua teoria não é uma teoria didática, mas que interessa à didática por oferecer subsídios para a compreensão do desenvolvimento cognitivo dos alunos em situações de aprendizagens. Por conseguinte, no contexto da sala de aula, surge a necessidade de aliar à teoria dos campos conceituais a uma teoria Didática, ou seja, que propicie suporte para as ações do professor em sala de aula. É nesse sentido que nos respaldamos na teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (BROUSSEAU, 2008).

Segundo Vergnaud (1990), a aprendizagem de um conceito matemático ocorre ao longo do processo escolar, sendo aprimorado a cada situação vivenciada pelos estudantes. Além disso, o pesquisador defende a importância de se reconhecer os conhecimentos implícitos dos sujeitos, principalmente aqueles relacionados aos erros, para que se possa propor situações que os levem à reflexões, conflitos, desestabilização de seus erros.

Brousseau (2008) propõe uma teoria para o estudo de diversos fenômenos que ocorrem no interior das salas de aula (erros, obstáculos, efeitos do contrato didático), enfrentados diariamente pelos professores. Especialmente, o pesquisador sugere que as ações do professor em sala de aula seja conduzida por meio de quatro fases, denominadas por ele de dialéticas: ação, formulação, validação e institucionalização, conforme descritas no quadro 1.

Parte dos resultados que apresentados neste texto iniciou em nossa tese de doutoramento (REZENDE, 2013), que teve como objetivo principal “analisar conhecimentos mobilizados por alunos brasileiros e franceses relacionados os números irracionais”. Para a tese, foram entrevistados 42 estudantes, sendo 21 brasileiros de Ensino Fundamental, Médio e Licenciatura em Matemática, e 21 estudantes franceses de níveis de ensino correspondente. As entrevistas foram realizadas individualmente, filmadas e direcionadas por dez (10) tarefas matemáticas previamente elaboradas para os estudantes resolverem. As tarefas foram elaboradas com base na teoria dos campos conceituais, cujos critérios estão apresentados na próxima seção.

Após a pesquisa realizada, algumas adaptações foram realizadas às tarefas, que têm sido implementadas em sala de aula por professores de Ensino Fundamental, Ensino Médio, Cursos de Licenciatura em Matemática, formação continuada de professores. A implementação vem sendo sugerida considerando os pressupostos das quatro dialéticas de Brousseau.

Assim, em nossa palestra para a Mesa Temática 3, discorreremos sobre essa abordagem que temos adotado em nossas práticas de sala de aula e de pesquisas; e nos restringiremos a apresentar: i) os critérios adotados para a elaboração das tarefas sobre números irracionais; ii) exemplos de três dessas tarefas seguidas de respostas dos sujeitos de nossa pesquisa (REZENDE, 2013); iii) relatos de resultados das implementações que vêm ocorrendo em salas de aula.

A escolha de tarefas matemáticas para a sala de aula: perspectiva de Gérard Vergnaud

Diante da quantidade de saberes escolares propostos nos currículos, e, na maioria das vezes, do tempo reduzido para seus estudos em sala de aula, nós, professores, nos deparamos com a situação de selecionar tarefas matemáticas que sejam significativas para as aprendizagens dos estudantes. Perante a essa situação, não é raro nos perguntarmos: quais tarefas selecionar? Quais critérios adotar para a seleção de tarefas? Na tentativa de responder a estas questões, buscamos respaldo nos pressupostos de Vergnaud.

Segundo Vergnaud (1990), a aprendizagem de um conceito não ocorre por meio de uma única situação, e, ao mesmo tempo, uma única situação envolve diferentes conceitos. Ou seja, um conceito não pode ser examinado, apreendido, isoladamente; são necessárias diversas situações para compreendê-lo. E, igualmente, uma única situação pode estar ligada a diversos outros conceitos. Nessa direção, o pesquisador introduz a ideia de *Campo Conceitual*, ao se referir que para o estudo de um conceito são necessários diversos outros conceitos, situações, símbolos, representações, propriedades, teoremas interligados ao conceito.

Como exemplo de Campo Conceitual, citamos o dos números irracionais, que, de acordo com nossos estudos (REZENDE, 2013), deve contemplar diversos conceitos tais como: números decimais, números racionais, números reais, números inteiros, potências, raízes (quadradas, cúbicas etc.), funções polinomiais, teorema de Pitágoras, figuras planas (áreas e perímetros de quadrados, retângulos, triângulos, círculo), sólidos geométricos (volumes de prismas, pirâmides, cone, cilindro etc.), medidas de segmentos, infinito, continuidade, entre outros, pois dificilmente conseguimos elencar todos os conceitos envolvidos num dado campo conceitual. Além dos conceitos, também fazem parte do campo conceitual as diferentes situações matemáticas que compreendam estes conceitos, bem como seus diferentes símbolos e representações. Considerando este rol de elementos, notamos a complexidade do estudo de um conceito, do ponto de vista dessa teoria. Por esse motivo, Vergnaud defende que um conceito está em constante aprimoramento, e que eles são compreendidos e aprimorados pelos sujeitos no decorrer da experiência escolar, e em função das diferentes situações que lhes são propostas.

Vergnaud (2003) atribui muita importância à reflexão nas aprendizagens matemáticas, e tenta compreender, nas ações dos sujeitos, as que estão relacionadas a conhecimentos implícitos, por ele denominados de *invariantes operatórios*, que podem ser incorretos, do ponto de vista do conhecimento escolar, ou verdadeiros. Segundo o pesquisador, não é apenas a resolução de um problema pelos sujeitos que interessa, mas sim o modo pelo qual eles resolvem e, principalmente, os conhecimentos (invariantes operatórios) que os alunos mobilizam ao resolver um problema.

Segundo Vergnaud (2009), é difícil para uma criança explicar e justificar seus conhecimentos, utilizados na ação, em palavras. E, apesar de certa experiência em determinadas situações, muitos adultos também não conseguem explicitar verbalmente parte dos conhecimentos que utilizam na ação. É nesse segmento que o pesquisador se refere aos invariantes operatórios, relacionados aos conhecimentos implícitos dos sujeitos.

Estes conhecimentos surgem no momento da ação dos sujeitos, e podem ser explicitáveis ou não, conscientes ou não. Em qualquer dos casos, a atenção principal se refere aos seus erros, conhecimentos que os estudantes carregam para si, e que para os reconhecerem e os transformarem em verdadeiros saberes escolares precisam, do ponto de vista de Vergnaud, vivenciarem situações que proporcionem reflexões, hesitações, desequilíbrios e, consequentemente, aprendizagens.

Com este olhar, surge a necessidade de reconhecemos os principais erros manifestados nas resoluções de nossos estudantes, relacionados a um conceito matemático, para que possamos propor boas tarefas em sala de aula na tentativa da desestabilização desses erros. Segundo Brousseau (2008), com o olhar voltado para a sala de aula, estas tarefas não devem levar os estudantes a apresentarem diretamente a solução desejada, pois tarefas como esta não trariam novos aprendizados.

Nem sempre a escolha dessas tarefas é uma empreitada fácil para o professor, e consideramos que este é um dos grandes desafios enfrentados por nós, professores, em sala de aula. No entanto, pesquisas em Educação Matemática (REZENDE, 2013; TELES, 2010) têm se debruçado acerca dessas questões, buscando apresentar os principais conhecimentos dos estudantes, com atenção principal aos seus erros na forma de conhecimentos implícitos (invariantes operatórios), e lançando tarefas possíveis de propiciar a desestabilização de erros.

Na sequência, apresentamos três tarefas matemáticas relacionadas aos números irracionais, seguidas de respostas de estudantes, sujeitos colaboradores de nossa pesquisa Rezende (2013). As duas primeiras tarefas fizeram parte do instrumento de pesquisa de nossa tese de doutoramento (REZENDE, 2013), para a qual foram entrevistados 42, estudantes, sendo 21 brasileiros de Ensino Fundamental, Médio e Licenciatura em Matemática, e 21 estudantes franceses de níveis de ensino correspondeste. As entrevistas foram norteadas pela resolução de dez (10) tarefas matemáticas pertencentes ao campo conceitual dos números irracionais, sendo que duas (02) destas tarefas estão apresentadas a seguir. A terceira tarefa disponibilizada na sequência deste texto foi elaborada no momento em que implementamos, pela primeira vez, as tarefas numa turma de 8º ano. Salientamos que as tarefas aqui apresentadas não seguem a mesma enumeração da sequência inicial do instrumento de pesquisa, por exemplo, as tarefas 1 e 2 a seguir se referem às tarefas de ordem 5 e 6 do instrumento de pesquisa.

Tarefa 1: Você acredita que existe ou não um quadrado de medida de área $13\ cm^2$? *Em caso positivo, apresente a medida do lado do quadrado. Em caso negativo, justifique a sua resposta*.

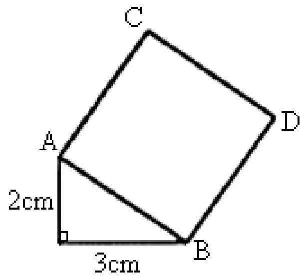
Em relação a esta tarefa, as respostas de 11 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental negaram a existência do quadrado de área $13\ cm^2$, alegando que não existe um número que multiplicado por ele mesmo resulte em 13, conforme ilustra a fala de um dos estudantes: *Não... porque não existe 13 na tábua de multiplicação... nós não podemos encontrar um número que vezes ele mesmo resulte em 13.* Dentre os alunos entrevistados desse nível de ensino, apenas um aluno respondeu corretamente, dizendo que existe a medida do lado, sendo $\sqrt{13}\ cm$.

No que diz respeito aos estudantes do 3º ano do Ensino Médio, dentre os 16 (dezesseis) entrevistados, apenas 2 (dois) alunos franceses responderam corretamente, dizendo que o quadrado de medida de área igual a $13\ cm^2$ existe, e que a medida de seu lado é $\sqrt{13}\ cm$. Assim, notamos que dentre os 30 (trinta) estudantes entrevistados da Educação Básica – Ensino Fundamental e Ensino Médio, apenas três responderam corretamente e indicaram que a medida do lado é $\sqrt{13}\ cm$.

Desse modo, podemos concluir que esta situação possivelmente não havia sido vivenciada por estes estudantes, fato que os levou a negar a existência do quadrado, que se trata de uma figura geométrica estudada desde os Anos Iniciais.

Conforme previsto em nossas análises a priori, a maioria dos estudantes entrevistados não reconheceram a existência de um quadrado de medida de lado irracional. Desse modo, elaboramos a tarefa 2 que teve como propósito levar os alunos a refletirem sobre os seus próprios erros e justificativas, relacionados a não existência do quadrado de medida de área $13\ cm^2$.

Tarefa 2: Considere a figura a seguir. Podemos afirmar que a área do quadrado ABCD é $13\ cm^2$? *Em caso positivo, calcule a medida do lado do quadrado. Em caso negativo, justifique a sua resposta.*



Ao elaboramos tarefa 2, tivemos a intenção de que, em sua resolução, os alunos primeiramente calculassem a área do quadrado ABCD. Assim, considerando l a medida da hipotenusa do triângulo retângulo, por meio do Teorema de Pitágoras, os alunos realizaram os cálculos: $l^2 = 2^2 + 3^2 = 13 \Rightarrow l = \sqrt{13}$. Esse fato os permitiu reflexões, hesitações, dúvidas, retomada das respostas atribuídas à tarefa 1, na qual eles haviam negado a medida do lado do quadrado de área $13\ cm^2$.

Dentre os 27 alunos da Educação Básica que responderam a esta tarefa, sete (07) concluíram pela existência do quadrado de medida de área $13\ cm^2$, argumentando, corretamente, que o lado do quadrado ABCD é $\sqrt{13}\ cm$, sendo dois (02) estudantes do Ensino Fundamental e cinco (05) estudantes do Ensino Médio. Assim, entendemos que esta tarefa propiciou um avanço, mesmo que momentâneo, nos conhecimentos dos alunos, reflexões e aprendizagens, como pode ser observado no diálogo entre pesquisadora e uma estudante do 4º ano de Licenciatura em Matemática:

Kar: *Ai que chato! Não sei!* (Silêncio).
Pesquisadora: *No que você está pensando?*
Kar: *Que eu acabei de falar que não existe um quadrado com este lado.*
Pesquisadora: *Mas e agora, sua opinião mudou?*
Kar: *Não, então, eu tô pensando se...* (Silêncio) S*e eu pegar dois centímetros aqui e três aqui e ligar, então quer dizer que este aqui é raiz de treze. E se eu pegar esta medida e passar pra cá* (aponta para os lados do quadrado ABCD) *então vai existir. Mas não vai ser exatamente igual a raiz de treze... não sei.... <u>Como este número é... tem infinitos dígitos, eu acho estranho ele ser uma medida</u>.* (Silêncio. A aluna respira fundo, e fala bem baixinho) *Se o lado do quadrado é raiz de treze a área vai ser treze.*
Kar: *<u>Não tem como eu discordar, porque a conta tá falando que é verdade</u>.*
Pesquisadora: *O lado é* $\sqrt{13}$ *?*
Kar*: Sim. E* $\sqrt{13}\times\sqrt{13}$*, a área é 13.*
Pesquisadora: *Mas você concorda ou não com esta afirmação?*
O aluno respira fundo, e diz:
Kar: *Pelas contas eu concordo, mas eu não sei.*
Pesquisadora: *Você esta achando esta situação complicada?*
Kar: *Sim, está confuso... no exercício anterior... Concordo.*
Pesquisadora: *Concorda?*
Kar: *humhum* (fazendo sinal de positivo com a cabeça)... *Fazer o quê?*

Nota-se que a aluna Kar vivenciou conflitos relacionados ao resultado de seu cálculo por meio do teorema em Pitágoras cujo resultado é $\sqrt{13}$, que ela entende que não pode ser negado, e a possibilidade de se considerar um número irracional, com infinitas casas decimais, como medida de um segmento.

Percebemos que os invariantes operatórios de Kar – futura professora de Matemática - não estavam acomodados para afirmar sobre a existência de um quadrado de área $13\ cm^2$, e que esta atividade propiciou momentos de reflexões, hesitações, desequilíbrios e, portanto, de aprendizagens. Notamos que seus conhecimentos prévios eram tão resistentes, que mesmo após dizer que concorda com a existência do quadrado, afinal ela sabe que não pode contrariar seus cálculos, Kar não se apresenta convencida com a situação, como ela mesma diz: *Fazer o quê?*

Além disso, percebemos que na tarefa 1, a maioria dos estudantes afirmavam que o quadrado de medida de área $13\ cm^2$ não existia, enquanto que na tarefa 2 a maioria dos estudantes concluíam que deveria existir um quadrado de área *aproximadamente* igual a $13\ cm^2$. Fato que possivelmente ocorreu porque ao utilizarem o teorema de Pitágoras para encontrar a medida $\sqrt{13}$ da hipotenusa do triângulo retângulo, estes alunos teclavam $\sqrt{13}$ na calculadora, concluindo pela existência de um quadrado de área aproximadamente igual a $13\ cm^2$, conforme atesta o registro de um estudante francês:

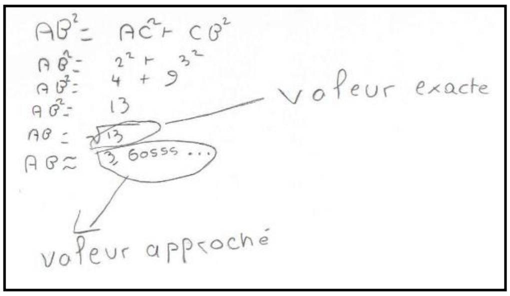


Figura 1: Cálculos por meio do Teorema em Pitágoras

A Figura 1 sinaliza a dificuldade dos alunos em considerar o número *raiz de treze* em sua representação na forma de radical: $\sqrt{13}$, pois apesar de encontrarem, por meio do teorema em Pitágoras, o número $\sqrt{13}$ como solução, os alunos faziam a conversão para sua representação decimal.

Após a realização de nossa pesquisa, as dez (10) tarefas utilizadas no instrumento de pesquisa têm sido implementadas por professores da Educação Básica e do Ensino Superior (Cursos de Licenciatura em Matemática). Obviamente, por se tratar de objetivos distintos – pesquisa e sala de aula - algumas adaptações nos enunciados foram realizadas em algumas tarefas antes de serem implementadas. Além disso, uma tarefa foi acrescentada no momento da implementação para uma turma de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. A justificativa pela proposição desta tarefa (Tarefa 3) decorre das respostas, erros e dificuldades manifestados pelos estudantes na Tarefa 2 em considerar o número raiz de três em sua representação na forma de radical.

Tarefa 3: Considere um quadrado de área $A = 13\ cm^2$. *Utilize a tecla* $\sqrt{\ }$ *da calculadora e apresente um valor aproximado para o lado l deste quadrado, e para a sua respectiva área:*

a) Considere uma casa decimal: medida do lado $l =$ _____. *Área do quadrado* $l \times l =$ _____.

b) Considere duas casas decimais: medida do lado $l =$ ____. *Área do quadrado* $l \times l =$ ____.

c) Considere três casas decimais: medida do lado $l =$ ____. *Área do quadrado* $l \times l =$ _____.

d) Considere quatro casas decimais: medida do lado $l =$ ___. *Área do quadrado* $l \times l =$ ____.

e) Considere todos os dígitos que aparecem no visor da calculadora: medida do lado $l =$ ___. *Área do quadrado* $l \times l =$ ______.

f) A cada casa decimal acrescentada para a medida do lado, a área do quadrado se aproxima de qual valor?

g) Agora, sem utilizar a calculadora, calcule $\sqrt{13} \times \sqrt{13} =$ ______________________________.

h) Considerando sua resposta nos itens anteriores, qual deve ser a medida do lado do quadrado de área $A = 13\ cm^2$ *? Justifique a sua resposta.*

i) Na sua opinião, por que a calculadora não oferece o valor exato para o lado do quadrado de área $A = 13\ cm^2$ *?*

Ao implementar a tarefa 3 em sala de aula, percebemos que ela proporciona aos estudantes reflexões acerca das tarefas anteriores, no que diz respeito à negação da medida do lado do quadrado, e a importância de se reconhecer, em determinadas situações, o número na forma de radical, e não apenas a sua representação decimal. Do ponto de vista de Duval (2003), a compreensão de um conceito matemático ocorre no momento em que os estudantes reconhecem o objeto matemático por meio de suas diferentes representações, bem como fazem articulações entre elas. Neste caso, representações envolvidas são numéricas decimal e na forma de radical, e representação figural (quadrado - figura geométrica).

A implementação das tarefas em sala de aula: perspectiva de Guy Brousseau

Para a implementação das tarefas em sala de aula, temos nos respaldado na perspectiva de Guy Brousseau, que entende que o aluno aprende adaptando-se a um meio (sala de aula), que é um fator de contradições, dificuldades, desequilíbrios. Contudo, para este pesquisador, “[...] um meio sem intenções didáticas é manifestamente insuficiente para induzir no aluno todos os conhecimentos culturais que se deseja que ele adquira” (BROUSSEAU, 1996, p.49).

Desse modo, Brousseau (1996) nos chama para uma reflexão a respeito da escolha das tarefas a serem implementadas em sala de aula. Segundo o pesquisador, tais tarefas devem provocar as adaptações desejadas, e os alunos precisam aceita-las, de modo que os levem a agir, falar, refletir e evoluir por si próprio. Outrossim, o pesquisador preconiza que nesse momento em que o aluno está envolvido com a tarefa, na busca pela solução, o professor não deve intervir propondo conhecimentos ou direcionamentos para a resolução da tarefa. É preciso deixar o aluno, de preferência trocando informações com os colegas, refletir em busca do caminho para a solução desejada.

Para a implementação das tarefas em sala de aula, Brousseau sugere que ela ocorra por meio de quatro fases da teoria das Situações Didáticas, são elas: dialéticas da ação, formulação, validação e institucionalização, descritas o quadro 1.

Quadro 1: Dialéticas propostas pela teoria das Situações Didáticas

Dialéticas	Descrição
Ação	Coloca o aprendiz numa situação de modo que: apresenta um problema para o aluno cuja solução, nas condições propostas, é o conhecimento a ensinar; propicia ao aluno agir sobre essa situação de modo que ela lhe retorne informações sobre a sua ação.
Formulação	O aluno troca informações com uma ou várias pessoas, por meio de mensagens escritas ou orais. Essa dialética permite criar um modelo explícito que pode ser formulado com sinais e regras comuns, já conhecidas ou novas. É o momento de comunicação linguística, em que o aluno ou o grupo de alunos explicita por escrito, ou oralmente, as ferramentas que utilizou e a solução encontrada.
Validação	O aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática (modelo situação) ao julgamento de seus colegas, que podem aceitar ou não a validade da resposta. A dialética da validação busca o debate sobre a certeza das asserções, o que permite organizar as interações com o meio.
Institucionalização	O professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber. [...] Depois da institucionalização, feita pelo professor, o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o assim disponível para utilização na resolução de problemas matemáticos.

Fonte: Informações adaptadas de Almouloud (2007, p.37-40)

Assim, considerando as *tarefas* sobre números irracionais propostas em nossa tese de doutoramento, elaboradas baseadas na perspectiva de Vergnaud, que visam propiciar aos estudantes *momentos de hesitações e reflexões acerca de seus próprios erros*; e considerando as quatro dialéticas de Brousseau: *ação, formulação, validação e institucionalização*; as tarefas sobre os números irracionais têm sido implementadas em sala de aula de Ensino Fundamental, Médio, Superior (Licenciatura em Matemática), cursos de formação de professores.

Para a implementação das tarefas, temos sugerido aos professores organizarem os alunos em duplas, ou em pequenos grupos, para que eles resolvam cada uma das tarefas reflitam, hesitem e criem suas próprias estratégias de resolução (situação de ação). Na sequência, é importante que os alunos troquem informações com os colegas, explicitem suas estratégias em linguagem oral e/ou escrita (situação de formulação); testem seus modelos de resoluções, debatam e validem seus modelos com os colegas (situação de validação).

Nestas três fases de implementação é importante que o professor seja o mediador da situação em sala de aula, e que ele devolva as perguntas dos alunos com outros questionamentos, de modo a levá-los a refletir sobre suas estratégias e possíveis erros, e não disponibilize a resposta aos estudantes. Neste momento de aprendizagem, é importante que o professor evite encaminhamentos que conduzam os alunos a encontrarem respostas imediatas. Após as três fases de implementação, sugerimos que o professor assuma a quarta fase proposta por Brousseau, a dialética de *institucionalização*. Este é o momento do professor explicitar o conteúdo abordado, no caso os números irracionais, e resolver cada uma das tarefas na lousa considerando a participação dos alunos, formalizando o conteúdo.

Em relação às tarefas sobre os números irracionais (REZENDE, 2013), temos percebido que no momento em que o professor realiza a institucionalização do conteúdo, os alunos mostram-se interessados pela validação de suas resoluções, ficando atentos à explicação do professor que deverá validar ou não as respostas dos alunos. Uma das professoras que implementou estas tarefas em turmas de 8º e 9º anos nos relatou: *[...] os alunos se envolveram mais nestas atividades do que com as atividades do livro didático. O fato deles trabalharem em equipe também foi importante. [...] Eles se envolveram muito, chamavam o tempo todo querendo tirar dúvidas, principalmente nas questões que envolvem o teorema de Pitágoras, nossa, eles ficavam quase doidos, eles queriam saber porque não batiam os valores obtidos pelos colegas do grupo. [...] Eu gostei* (Prof.2))

Em uma das turmas de 8º ano em que pudemos acompanhar a implementação destas tarefas, assistimos a uma ampla participação dos estudantes tanto no momento de suas resoluções em grupos, sinalizando que as tarefas os instigavam e os deixaram inquietos. Os alunos questionavam as professoras a todo momento, pois eles tinham a necessidade de as professoras afirmarem se as suas respostas estavam corretas ou não. Na aula seguinte, momento de institucionalização, percebemos a participação em massa dos estudantes. Esse fato também é assegurado pela fala de outra professora, que implementou estas tarefas numa turma de 1º ano do Ensino Médio: *Durante a correção eles se interessavam pelos resultados, pois, durante a resolução* (dialéticas da ação, formulação e validação), *nós não falávamos se as resoluções deles estavam ou não corretas. Então, eles queriam saber dos resultados no momento da correção. [...] eu percebi que é na correção* (dialética da institucionalização) *que você fecha mesmo as ideias* (Prof.1).

Algumas Considerações

O objetivo principal deste texto foi o de apresentar possibilidades e resultados de nossas experiências, relacionados a uma das abordagens que temos contemplado em nossas salas de aula e pesquisas. Para isso, retomamos duas questões norteadoras que trouxemos para essa discussão: *quais tarefas matemáticas devemos selecionar para os nossos alunos? De que modo tais tarefas podem ser implementadas em sala de aula, com vistas a proporcionar aprendizagens aos estudantes?*

Ao buscar respostas para estas questões, nos respaldamos em dois pesquisadores da Didática da Matemática: Gérard Vergnaud e Guy Brousseau. O primeiro pesquisador nos alerta sobre a importância que deve ser atribuída aos erros e conhecimentos implícitos dos alunos; fato este que pode nos direcionar para a escolha das tarefas, para que elas sejam pensadas/selecionadas de modo a proporcionar reflexões, hesitações e reconhecimento de seus próprios erros. Além disso, Vergnaud (1990) propõe que seja considerado o campo conceitual relacionado ao conceito que se deseja contemplar. Já Guy Brousseau respalda as ações do professor em sala de aula, principalmente por meio de quatro etapas denominadas por ele de dialéticas: ação, formulação, validação e institucionalização.

Para exemplificarmos como podem ser selecionadas estas tarefas, apresentamos três tarefas relacionadas aos números irracionais. Nossa experiência tem mostrado que estas tarefas, implementadas por meio das dialéticas de Brousseau (2008), tem trazido resultados satisfatórios em termos de aprendizagens aos alunos, como pode ser conferida na fala de uma das professoras que implementou as tarefas em sala de aula: *O que eu acho mais interessante são os "por quês" presentes nas questões. Isso mexe com eles. Ao resolver as atividades, eles perguntavam: eu posso escrever isso?* (Prof.1). Ainda em relação às tarefas propostas, essa mesma professora as reconhece como diferenciadas das presentes nos livros didáticos: *No livro didático não tem atividades como essas, todas bem organizadas. As do livro são mais mecânicas. Essas atividades fazem eles pensarem. E a nossa dificuldade é fazer eles se interessarem pelas atividades; e nessas atividades eles se envolveram. Cada um tem uma opinião, é muito bacana. Mas as atividades são muito boas, eu aplicaria novamente com certeza* (Prof.1). Brousseau (2008) considera como imprescindível que os alunos aceitem as tarefas, ou seja, que eles se interessem por resolvê-las.

Quanto à implementação em sala de aula, baseada nas quatro dialéticas de Guy Brousseau, temos experimentado esta abordagem didática, e verificado que ela propicia respaldo para as ações dos professores. No entanto, é preciso que o professor permita ao aluno buscar pela solução desejada, trocando informações com os colegas, sem que o professor proponha conhecimentos ou direcionamentos para a resolução da tarefa (BROUSSEAU, 1996b).

Reconhecemos que não é fácil selecionar/escolher tarefas que atendam as perspectivas abordadas neste texto, e entendemos que este é mais um desafio da profissão professor. Mas, por meio de exemplos, procuramos mostrar as possibilidades dessa abordagem para as aprendizagens dos alunos, decorrente de diversos estudos e aproximações entre pesquisa e prática docente.

Referências

ALMOULOUD. S.A. **Fundamentos da didática da matemática**. Editora: UFPR, Curitiba. 2007.

ASSUDE, Teresa. **Racines carées: conceptions et mises en situations d'élèves de quatriéme et troisiéme**. Petit X, nº 20, pp. 5 à 33, 1989.

BRONNER, Alain. Connaissances Maliens a propos de la Racine Carrée. **Petit X**, n. 28, pp. 119 a 55, IREM de Grenoble, Grenoble, 1992.

BROUSSEAU, Guy**. Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, Guy. **Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática.** In: Didática das Matemáticas. Org. Brun, Jean. Instituto Piaget, Lisboa, 1996.

BROUSSEAU, Guy. **Os diferentes papéis do professor.** In: Didática da Matemática: reflexões pedagógicas. Org. PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma. Artmed, Porto Alegre, 1996b.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. *In:* MACHADO, S. (Org). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótic*a*. Campinas: 2003, p.11-33.

REZENDE, V. **Conhecimentos sobre números irracionais mobilizados por alunos brasileiros e franceses**: um estudo com alunos concluintes de três níveis de ensino.(Tese de doutorado). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

TELES, R. A. M., **Um Estudo Sobre a Influência do Campo Algébrico na Resolução de Situações que Envolvem Fórmulas de Área**. Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, V. 12, pp.129 - 142, 2010.

VERGNAUD, Gérard. **O que é aprender?** In. A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais. Org. BITTAR, Marilena, MUNIZ, Cristiano Alberto. Editora CRV, Curitiba, 2009.

VERGNAUD, Gérard. **La théorie des champs conceptuels**. Recherche en Didactique des Mathématiques. Grenoble : La Pensée Sauvage, vol. 10, n. 2.3, pp. 133 a 170, 1990.