

## MODELAGEM MATEMÁTICA E NÍVEIS DE PRODUÇÃO DE MELANINA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA

Bianca de Oliveira Martins  
Universidade Estadual de Londrina  
bianca\_o.martins@hotmail.com

Jeferson Takeo Padoan Seki  
Universidade Estadual de Londrina  
jefersontakeopadoanseki@hotmail.com

Bárbara N. Palharini Alvim Sousa  
Universidade Estadual do Norte do Paraná  
barbara.palharini@uenp.edu.br

Lourdes Maria Werle de Almeida  
Universidade Estadual de Londrina  
lourdes@uel.br

### **Resumo:**

Este artigo visa relatar a experiência de alunos com o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática na disciplina de Introdução à Modelagem Matemática de curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade pública no Norte do Paraná. A partir da temática escolhida para o desenvolvimento da atividade “níveis de produção de melanina na pele”, dados foram coletados via pesquisas na literatura relacionadas as áreas de Ciências Biológicas, Estética e Medicina. A partir disso, foi possível, por meio de simplificações e formulação de hipóteses, a elaboração de um modelo matemático que expressa a quantidade de melanina produzida em relação ao tempo que o ser humano fica exposto ao sol. O modelo matemático auxilia na solução da atividade de modelagem matemática. Para apresentação do relato de experiência utilizamos os pressupostos da pesquisa qualitativa e apresentamos reflexões a respeito das fases da modelagem matemática, descritas na literatura, e sobre o uso do conceito de Funções trigonométricas por meio da atividade de modelagem matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Modelagem Matemática. Níveis de melanina.

### **Introdução: situando a experiência na formação inicial de professores**

A experiência relatada neste artigo foi vivenciada durante a disciplina Introdução à Modelagem Matemática ofertada no último ano de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade pública, localizada no Norte do Paraná. O encaminhamento da disciplina, no ano letivo de 2016, envolveu o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática de acordo com diferentes concepções, bem como leituras a respeito dos aspectos teóricos presentes na literatura (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, BARBOSA, 2001,

GALBRAITH, 2012, KAISER; SRIRAMAN, 2006, SANT'ANA; SANT'ANA, 2009, entre outros).

No final de cada semestre letivo, os alunos foram incumbidos de desenvolver um trabalho final associado ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, a partir de um tema escolhido pelos alunos. Relataremos neste artigo, a experiência com uma atividade de modelagem matemática desenvolvida na disciplina supracitada, em relação ao tema Níveis de Produção de Melanina na Pele.

Neste artigo abordamos: aspectos sobre a modelagem matemática na Educação Matemática; o desenvolvimento da atividade; reflexões e considerações dos autores sobre experiência vivenciada.

### **Modelagem Matemática na Educação Matemática**

A modelagem matemática pode ser abordada em duas vertentes distintas, como método de pesquisa nas ciências naturais e no âmbito da Educação Matemática. Na primeira vertente, a modelagem matemática é utilizada na obtenção de modelos matemáticos para prever, otimizar e descrever fenômenos naturais, físicos, químicos, entre outros (BASSANEZI, 2002). Na segunda vertente, a modelagem matemática é utilizada com objetivos voltados para os processos de ensino e de aprendizagem de matemática.

Quando se utiliza a modelagem matemática na Educação Matemática, Galbraith (2012) distingue dois tipos de modelagem matemática, como conteúdo e como veículo. Enquanto conteúdo, o foco é aprender a fazer modelagem e como veículo, o foco é ensinar matemática utilizando atividades de modelagem matemática.

A questão do que é modelagem matemática, quando colocada no âmbito da Educação Matemática, não apresenta uma única resposta, revelando um pluralismo de concepções. Citaremos aqui apenas algumas: modelagem matemática como metodologia de ensino (BURAK, 1992, 2004), como ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2001b) e como alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Estas concepções decorrem de distintas bases epistemológicas<sup>1</sup> (KLÜBER; BURAK, 2009).

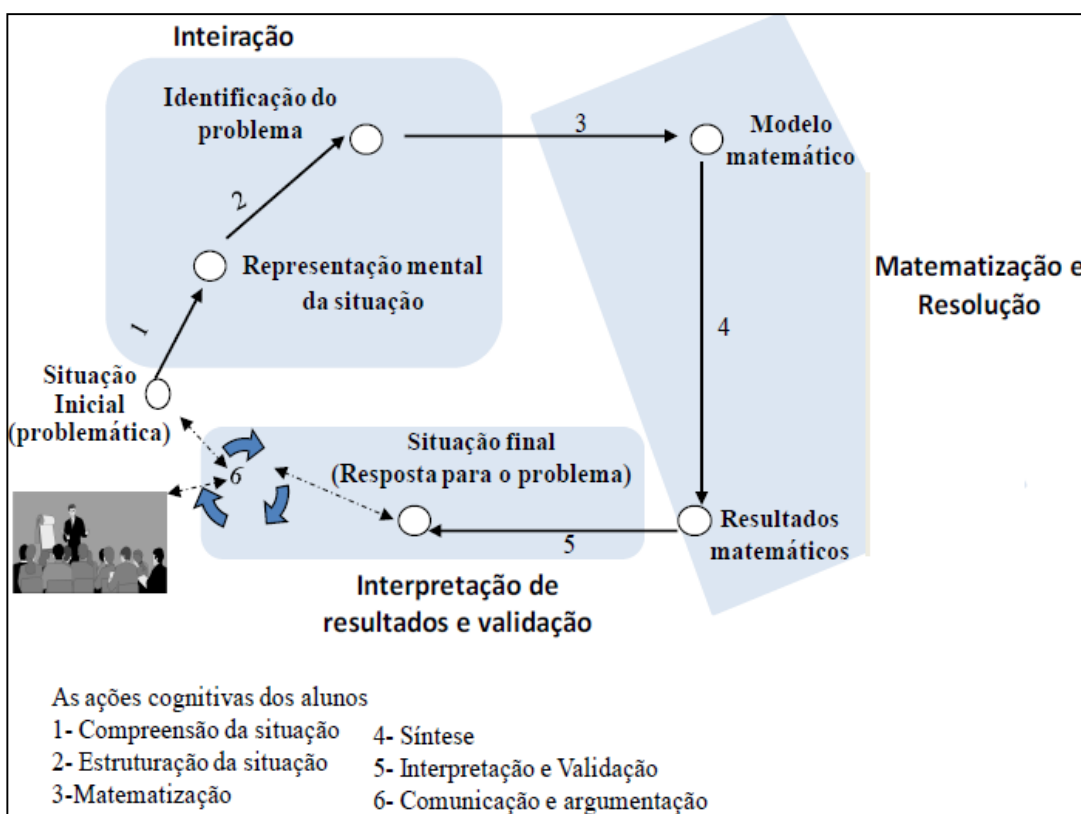
Para desenvolver a atividade relatada neste artigo, assumimos como pressuposto que a modelagem matemática é uma “alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem por

---

<sup>1</sup> Ver Klüber e Burak (2009).

meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Uma atividade de modelagem matemática, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15) “[...] envolve fases relacionadas ao conjunto de procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema”. Estas fases são denominadas de interação, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação, como ilustrado na Figura 1.



**Figura 1:** Fases da modelagem matemática  
**Fonte:** Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 19).

Durante a “interação” há a escolha do tema, coleta de dados; simplificação e formulação do problema. Na “matematização”, ocorre a passagem de uma linguagem natural para uma linguagem matemática, por meio da seleção de variáveis e formulação de hipóteses. Em seguida, na “resolução” têm-se a obtenção de um modelo matemático e a resolução matemática do problema. O modelo e os resultados são interpretados e validados na “interpretação de resultados e validação”. Caso o modelo matemático não for validado, os envolvidos podem revisar o desenvolvimento da atividade, e se for necessário realizar modificações.

A forma com que estas fases serão trabalhadas depende da condução da atividade em sala de aula. Esta condução pode ser feita de acordo com a familiarização gradativa dos alunos com a modelagem matemática, em três momentos, como propõe Almeida e Dias (2004).

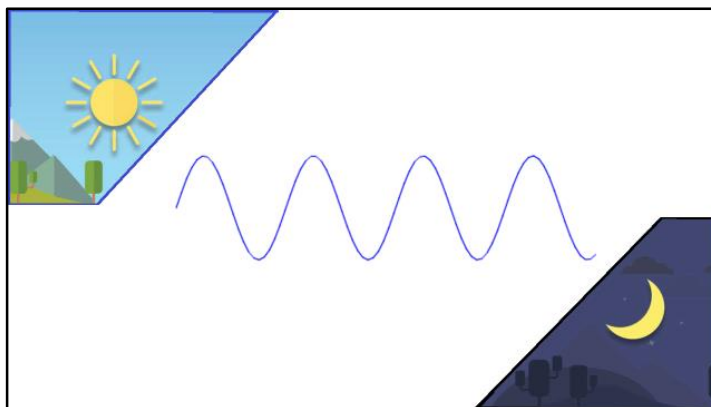
Em um primeiro momento, o professor leva a atividade com o tema, os dados e problemas já definidos e os alunos desenvolvem as demais fases. No segundo momento, os alunos partem do tema e dos dados já definidos e formulam o problema a ser estudado. No terceiro momento, os alunos possuem autonomia para escolher o tema e desenvolvem a atividade de acordo com todas as fases da atividade (ALMEIDA; DIAS, 2004).

Na disciplina de Introdução à Modelagem Matemática os três momentos propostos na literatura foram desenvolvidos ao caminhar do ano letivo. A atividade desenvolvida e aqui relatada tem como tema “níveis de produção de melanina na pele” é caracterizada como uma atividade de modelagem matemática do terceiro momento.

Apresentamos nesta seção, alguns aspectos teóricos da modelagem matemática no âmbito da Educação Matemática. Na próxima seção, apresentaremos o desenvolvimento da atividade “níveis de produção de melanina na pele” de acordo com os pressupostos teóricos assumidos.

### **Níveis de produção de melanina na pele: relatando a atividade**

O tema melanina surgiu como sugestão de uma integrante do grupo, que teve a curiosidade de pesquisar sobre o tema ao assistir uma reportagem de um programa de televisão. Primeiramente o que provocou a atenção da aluna foi uma imagem com uma linha de comportamento ondulatório esboçada por meio da Figura 2 em que fizemos ligação com o comportamento de algumas funções trigonométricas.



**Figura 2:** Esboço da imagem vista no programa de televisão.  
**Fonte:** os autores

A imagem mostrada no programa de televisão explicava como ocorre a produção de melanina em nosso corpo e como os períodos do dia influenciam nesta produção. O grupo iniciou leituras a respeito do tema com a finalidade de conhecer o fenômeno a ser estudado.

Os melanócitos são células localizadas na epiderme e representam cerca de 5 a 10 % das células epidérmicas, é nesta célula que ocorre a produção de melanina e, esta por sua vez, é caracterizada como uma substância (POPIM; CORRENTE; MARINO; SOUZA, 2004; SANTOS; SILVA; SOUZA; ZICHAR, 2015).

A melanina é responsável pela coloração da pele e cabelos, cuja síntese ocorre através de subunidades celulares chamadas melanossomas. Além disso tem como principal função em nosso organismo:

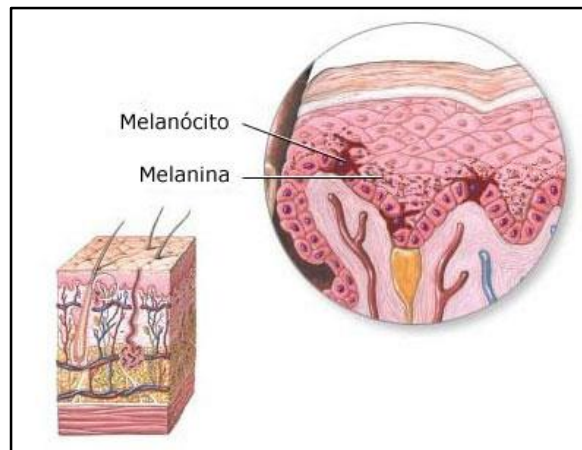
[...] proteger os tecidos do corpo contra os efeitos nocivos dos raios solares. Quando há a exposição da pele ao sol, os raios ultravioletas atingem primeiramente as células epiteliais da epiderme, produzindo degeneração e morte de algumas células. Ocorre então um estímulo aos melanócitos que passam a formar rapidamente mais melanina, resultando em escurecimento da pele e, conseqüentemente, maior proteção em exposições posteriores<sup>2</sup>.

Os níveis de melanina determinam por exemplo características fenotípicas: quanto mais melanina a pessoa tiver em seu corpo, mais escura a pele será. Do mesmo modo acontece para as cores dos cabelos e olhos. Os idosos e os albinos têm ausência parcial ou total de melanina, por isso possuem cabelos brancos.

O número de melanócitos varia conforme sua capacidade funcional – a produção de melanina. Na camada mais interna da epiderme conhecida como camada basal a quantidade de melanócitos varia de 2000 a 2500 por mm<sup>2</sup>, isto em regiões expostas a luz, em outras partes do corpo a quantidade é de 1000 a 1500 por mm<sup>2</sup> (ARENAS; GORSKI, 2015), na Figura 3 podemos localizar o melanócito e a melanina na epiderme.

---

<sup>2</sup> Instituto Dermatológico de Curitiba. Disponível em < <http://idc.med.br/blog/diversos/o-que-e-a-melanina-e-o-que-ela-faz>>. Acesso: 10 maio de 2017.



**Figura 3** – Exemplo de onde fica localizado o melanócito e a melanina.  
**Fonte:** Infoescola<sup>3</sup>

Faz-se importante saber que a produção de melanina nunca será igual a zero, o que pode ocorrer é uma deficiência, mas não a extinção da produção. Em meio ao estudo, coletamos dados que poderiam ser necessários para o desenvolvimento. Deste modo elaboramos a situação-problema:

**Situação-problema:** Os níveis dos melanócitos em adultos são ideais quando estão entre 1000-1500/mm<sup>2</sup> nas regiões do corpo. Qual a quantidade de melanina produzida em relação ao tempo de exposição ao sol?

Para a resolução da situação-problema foi necessário a formulação das hipóteses:

**1º Hipótese:** Consideramos que os níveis de melanócitos são semelhantes aos níveis de melanina, já que o mesmo varia conforme sua capacidade funcional (quantidade de melanina produzida).

**2º Hipótese:** Consideramos o horário de verão, vigente na época da elaboração da atividade, em que o sol na cidade de Cornélio Procopio nasce às 06h30min.

**3º Hipótese:** No período em que há sol a produção de melanina no corpo tende ao nível ideal 1500/mm<sup>2</sup>, consideramos que o nível ideal pode ser atingido no horário das 15h30min em que a incidência do sol é mais forte em nossa região no horário de verão.

**4º Hipótese:** A produção tem comportamento periódico.

**5º Hipótese:** Consideramos o período de 24 horas.

Por meio das hipóteses seguimos para a fase da matematização e resolução da situação-problema. Inicialmente utilizamos a primeira hipótese considerando que os níveis da

<sup>3</sup> Disponível em < <http://www.infoescola.com/bioquimica/melanina/>>. Acesso: 12 de dez. de 2016.

quantidade de melanina são semelhantes ao dos melanócitos visto que a capacidade funcional do mesmo é a produção de melanina. Deste modo os níveis ideais de melanina em áreas da epiderme do corpo são de 1000 a 1500/mm<sup>2</sup>. Assim, definimos que no período de luz do dia a quantidade de melanina é de 1500/mm<sup>2</sup>, utilizando a terceira hipótese. Com o intuito de elaborar a Tabela 1, utilizamos as segunda e quarta hipóteses em definimos um período de 24 horas definindo o início do dia as 6 horas e 30 minutos em que o sol nascia na cidade de Cornélio Procópio.

**Definição de variáveis:**

- O tempo em um período de 24 horas, indicado com  $t$ .
- A quantidade de melanina produzida no decorrer no tempo, indicada como  $Q(t)$ .

A Tabela 1 foi elaborada pelo grupo considerando as segunda e quarta hipóteses, com o intuito de representar os dados do fenômeno estudado.

Tabela 1: Dados obtidos.

| Hora do dia | $t$ (em horas) | $Q$ (em mm <sup>2</sup> ) |
|-------------|----------------|---------------------------|
| 6h 30min    | 6,5            | 1000                      |
| 15h 30min   | 15,5           | 1500                      |
| 6h 30min    | 30,5           | 1000                      |
| 15h 30 min  | 39,5           | 1500                      |
| 6h 30min    | 54,9           | 1000                      |

Fonte: os autores.

Para a visualização do comportamento do fenômeno representamos os dados da tabela em um esboço de gráfico. Ao representarmos os dados no gráfico percebemos um comportamento periódico, relativo a uma função senoidal.

Para que fosse possível solucionar a situação-problema elaboramos um modelo algébrico.

Quadro.

**Definição:** Dado um número real  $x$ , é possível associar a ele o valor de  $\text{sen } x$ , isto é,  $f(x) = \text{sen } x$ . Na função seno,  $f(x)$  é igual ao seno de um número real  $x$ , que representam a medida do arco em radianos.

$$f: R \rightarrow R$$

$$f(x) = \text{sen } x, \text{ e temos: } D(f) = R, \text{ Im}f(x) = \{y \in R \mid -1 \leq y \leq 1\}$$

A função ainda pode ser completa, do tipo:

$$f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$$

Em que  $f(x)$  é uma função real de variáveis reais e  $a, b, c$  e  $d$  são denominados os parâmetros da função seno, sendo estes constantes reais.

Fonte.

Com base na definição, os níveis de melanina em função do tempo podem ser expressos por uma função:

$$Q(t) = a + b \cdot \text{sen}(ct + d).$$

Para encontrar os parâmetros da função seno seguimos os seguintes procedimentos:

- Sabemos que se somar ou subtrair os parâmetros  $a$  e  $b$  tem-se as imagens da função; como já temos as imagens da função que varia de 1000 à 1500 faremos então um pequeno sistema:

$$\begin{cases} a + b = 1500(I) \\ a - b = 1000(II) \end{cases}$$

$$2a = 2500$$

$$a = 1250$$

Substituindo  $a$  em (I), obtemos o parâmetro  $b$ , que tem o valor de  $b = 250$ . Para encontrar o parâmetro  $c$ , seguimos os seguintes passos:

- Sabemos que  $ct + d = 2\pi$ , e que para completar um período é necessário que  $t$  varie de 0 a  $2\pi$ , então:

$$t = 0 \rightarrow ct + d = 0$$

$$t = -\frac{d}{c}$$

$$t = 2\pi \rightarrow ct + d = 2\pi \rightarrow t = \frac{2\pi}{c} - \frac{d}{c}$$

Portanto:

$$p = \Delta t = \left(\frac{2\pi}{c} - \frac{d}{c}\right) - \left(-\frac{d}{c}\right) = \frac{2\pi}{c}, \text{ onde } p \text{ é o período.}$$

Deste modo conseguimos encontrar o parâmetro  $c$  fazendo as substituições, onde adotamos como período 24h, que é o tempo que demora a completar um período, então:  $c = \frac{\pi}{12}$ .

- Para obtenção do parâmetro  $d$ , é possível utilizar os dados iniciais dispostos na Tabela 1:

Analisando o ponto (15,5; 1500), temos que 15,5 é o tempo que corresponde a 1500 unidades de melanina:

$$Q(15,5) = 1250 + 250 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}t + d\right)$$

$$1500 = 1250 + 250 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}t + d\right)$$

$$1500 - 1250 = 250 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}t + d\right)$$



$$\frac{250}{250} = \text{sen} \left( \frac{\pi}{12} t + d \right)$$

$$1 = \text{sen} \left( \frac{\pi}{12} t + d \right)$$

Logo,  $\frac{\pi}{12} t + d = \frac{\pi}{2}$  e como  $t = 15,5$  conseguimos encontrar o valor do parâmetro  $d$ :

$$\frac{\pi}{12} t + d = \frac{\pi}{2}$$

$$d = \frac{\pi}{2} - \frac{15,5\pi}{12}$$

$$d = -\frac{19\pi}{24}$$

Após a obtenção dos parâmetros da função periódica obtemos o modelo algébrico:  $Q(t) = 1250 + 250 \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi}{12} t - \frac{19\pi}{24} \right)$ . A validação deste modelo pode ser feita comparando os dados iniciais com os dados advindos do modelo matemático  $Q(t)$ , Tabela 2.

Tabela 2– Validação do Modelo

| Hora do dia | $t$ – em horas | $Q$ observado (em $\text{mm}^2$ ) | $Q$ modelado (em $\text{mm}^2$ ) |
|-------------|----------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 6h 30min    | 6,5            | 1000                              | 1073,22                          |
| 15h 30min   | 15,5           | 1500                              | 1500                             |
| 6h 30min    | 30,5           | 1000                              | 1073,22                          |
| 15h 30 min  | 39,5           | 1500                              | 1500                             |
| 6h 30min    | 54,5           | 1000                              | 1073,22                          |

Fonte: os autores.

Quando comparamos a Tabela 1 e 2 percebemos que os pontos estão próximos, portanto podemos considerar que o modelo representa a situação estudada, o que torna o modelo válido. O domínio para esse modelo são todos os reais positivos e sua imagem pertence aos reais, tal que  $1000 \text{ mm}^2 \leq Q \leq 1500 \text{ mm}^2$ .

Após o término da atividade foi elaborada uma apresentação para comunicação aos demais alunos. Os colegas nos deram ideias para melhorarmos as hipóteses e também discutimos a validação do modelo.

### Reflexões e Considerações Finais

Para o desenvolvimento da atividade, foi necessário em primeiro instante a inteiração com a situação. Esta fase nos trouxe a oportunidade de conhecer o processo no organismo que produz a melanina, quais são as principais características desta, qual sua importância no

organismo animal, dentre outras informações. Isso foi possível, pois realizamos pesquisas em referenciais que abordam esta temática, e também conversamos com alunos do curso de Ciências Biológicas, professores do mesmo curso e também um médico oncologista.

Depois de elaborarmos a situação-problema e levantarmos os dados, buscamos algumas alternativas para escrever em linguagem matemática a situação, que inicialmente foi apresentada em linguagem natural, este processo é caracterizado matemática na modelagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Neste momento, foram selecionadas todas as informações importantes para a resolução do problema, as hipóteses foram estabelecidas e as variáveis definidas.

O fato de escrevermos a situação em linguagem matemática nos propiciou evidenciar a situação-problema a ser resolvida. Devido à estrutura da situação, e por tratarmos um fenômeno em que o consideramos periódico, optamos por resolver a situação utilizando procedimentos referentes às Funções trigonométricas. Com isso, iniciamos a construção do modelo matemático que representasse a situação e solucionasse a situação-problema determinada.

Após a determinação do modelo matemático, fizemos a interpretação e validação do mesmo. Para validarmos substituímos os dados referentes ao tempo ( $t$ ) no modelo algébrico encontrado. Neste processo, foi possível perceber que o modelo obtido por meio da função seno responde a situação-problema visto que o período definido foi de vinte e quatro horas, assim os três primeiros pontos  $Q(6,5)$ ,  $Q(15,5)$  e  $Q(30,5)$ , correspondem ao dia que se inicia às 6 horas e 30 minutos da manhã e após 24 horas retorna a este mesmo horário.

O desenvolvimento da atividade de modelagem matemática nos permitiu perceber que a situação-problema, poderia ser trabalhada em outro nível de escolaridade: Ensino Médio, uma vez que a atividade permite ao aluno ajustar a função seno utilizando os conceitos e implicações de cada parâmetro na função. Esta atividade poderia, ainda, servir como exemplo de uma atividade de modelagem matemática aliada às Tecnologias digitais, visto que o conceito de função seno e a resolução da atividade podem ser trabalhados no *software* Geogebra.

Neste artigo, relatamos o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática a respeito dos níveis de melanina em função do tempo de exposição ao sol. Consideramos que o trabalho com atividades de modelagem matemática em sala de aula pode colaborar para que os alunos atribuam significados aos conceitos matemáticos, como as Funções trigonométricas, bem como dar sentido à sua aplicabilidade no dia a dia.

## Referências

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro, n. 22, pp. 19-35, 2004.

\_\_\_\_\_; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ARENAS, Géssika Cantadori F.; GORSKI, Inaiara Carvalho. **Hipercromias**. 2015. 33 f. Monografia (Especialização) - Curso de Estética Facial e Corporal, Ibeco, São Paulo, 2015.

BARBOSA, J. C. **MODELAGEM MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E EXPERIÊNCIAS DE FUTUROS PROFESSORES**. 2001. 254 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Geociência e Ciência Exata, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001b.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 1. ed., São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. 130 f. Tese (Doutorado) – Programa de pós-graduação em educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e a sala de aula. **Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática**, v. 1, p. 1-10, 2004.

GALBRAITH. Models of Modelling: Genres, Purposes or Perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, vol. 1, n. 5, 3-16, 2012.

KAISER, G.; B. SRIRAMAN. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, 38, 3, 302-310, 2006.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. BASES EPISTEMOLÓGICAS E IMPLICAÇÕES PARA PRÁTICAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA AULA. In: SIPEM, 4., 2009, Brasília. **Anais...** Brasília: Sbem, 2009. p. 1 - 16.

POPIM, R. C.; CORRENTE, J. E.; MARINO, J. A. G.; SOUZA, C. A. Câncer de pele: uso de medias preventivas e perfil demográfico de um grupo de risco na cidade de Botucatu. In: **56º Congresso Brasileiro de Enfermagem**, Gramado/RS, 2004.

SANTOS, A. P. R.; SILVA, J. M. A.; SOUZA, N. A.; ZICHAR, B. C. Nanotecnologia na fotoproteção. In: 15º Congresso Nacional de Iniciação Científica, 2015, Ribeirão Preto. **Anais...** Ribeirão Preto: Universidade de Ribeira Preto, 2015.