

O USO DO GEOGEBRA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE CÁLCULO

Gustavo Granado Magalhães
Universidade Estadual de Londrina
gustavo_granado_magalhaes@hotmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina
lourdes@uel.br

Resumo:

Neste trabalho abordamos o uso de softwares educativos e efeitos que esses recursos podem proporcionar em situações de modelagem matemática na aula de Cálculo Diferencial e Integral. Inicialmente, apresentamos a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica no âmbito da Educação Matemática. Para ilustrar potencialidades de um software apresentamos uma atividade de Modelagem Matemática mediada pelo uso de software, em específico o Geogebra, com o intuito de analisar o uso de computadores em sala de aula e explorar conceitos de Cálculo Diferencial e Integral I.

Palavras-chave: Geogebra. Modelagem Matemática. Educação Matemática.

Introdução

Os avanços tecnológicos dos últimos anos têm alterado sensivelmente o modo e a qualidade de vida das pessoas. Mas, com eles, também vieram novas exigências, entre elas, o desenvolvimento de habilidades que vão além de simplesmente lidar com uma máquina.

Diante das novas exigências, o ambiente educacional tem encontrado dificuldades em responder de maneira adequada aos impactos causados por essas mudanças. A fim de mudar esse cenário, pesquisas têm sido desenvolvidas procurando capacitar e atender a crescente demanda de pessoal para o uso de tecnologias na educação.

Novas teorias têm surgido, bem como outras têm sido adaptadas ao uso do computador, com o objetivo de utilizar esse novo ator no contexto educacional. Além disso, alguns softwares têm sido projetados com propósitos exclusivamente educativos, a fim de oferecer aos alunos recursos que contribuam para a construção do conhecimento.

Neste trabalho abordamos a importância do uso de ferramentas computacionais quando usamos a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica. Para ilustrar apresentamos uma atividade desenvolvida como o apoio do Geogebra que permite a experimentação, representação gráfica e manipulação direta de dados na obtenção de modelos

matemáticos.

Modelagem Matemática na Educação Matemática

A comunidade de Educação Matemática tem valorizado amplamente o trabalho de investigação. Contudo, há de se considerar que, em muitas situações, é adequado que essa investigação esteja articulada com temas mais amplos, e não represente apenas “uma perspectiva internalista da matemática” (BORBA e PENTEADO, 2003 p. 41). Assim, com o decorrer dos anos, novas propostas e novas pesquisas têm surgido para proporcionar estas articulações. Uma destas propostas é a Modelagem Matemática, que tem sido apontada por diversos educadores matemáticos como uma alternativa pedagógica que visa relacionar matemática escolar como questões extra-matemáticas.

Neste trabalho, assumimos o entendimento de modelagem apresentado em Almeida e Brito (2005), como sendo uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática.

O desenvolvimento de uma atividade de modelagem em sala de aula requer diversas ações. Assim, para esclarecer nosso entendimento sobre atividade de Modelagem Matemática citamos (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p.12) que argumentam que:

uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final. Nesse sentido, relações entre a realidade (origem da situação inicial) e Matemática (área em que os conceitos e os procedimentos estão ancorados) servem de subsídio para que conhecimentos matemáticos e não matemáticos sejam acionados e/ou produzidos e integrados. A essa situação inicial problemática chamamos situação-problema; à situação final desejada associamos uma representação matemática, um modelo matemático.

A adequação do modelo do matemático encontrado por sua vez, precisa ser analisada e o confronto das soluções com os dados reais observados pode complementar ou aperfeiçoar o modelo, conferindo um caráter essencialmente dinâmico à atividade de modelagem.

De modo geral, ao fazer uso da Modelagem Matemática em sala de aula é de grande importância o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), que, ao mesmo tempo em que atuam como ferramenta para o estudo do problema em questão, possibilitam a experimentação-com-tecnologia, atualmente muito valorizada e discutida na Educação Matemática (MALHEIROS 2004).

O uso de recursos tecnológicos em atividades de Modelagem Matemática

Com o avanço tecnológico em nossa sociedade, muitos autores acreditam na possibilidade de uso desses recursos em sala de aula para auxiliar o ensino e aprendizagem dos alunos. Entretanto, devemos considerar que estas tecnologias não garantem a aprendizagem e não representam nenhuma garantia de transformação significativa na educação. Assim, ao abordarmos o uso de softwares e computadores em atividades de Modelagem Matemática, necessita-se um conhecimento sobre essas mídias, além das possibilidades que estas proporcionam nas atividades.

Segundo Blum e Niss (1991), quatro aspectos são importantes com relação ao uso de tecnologias informáticas na Modelagem Matemática, a saber:

- a possibilidade de lidar com situações-problema mais complexas e dados mais realistas;
- a possibilidade de melhor compreender as situações-problema por meio da variação de parâmetros, estudos numéricos, algébricos e gráficos;
- a possibilidade de melhor se concentrar nos processos de Modelagem devido ao alívio que as tecnologias proporcionam na realização dos cálculos de rotina;
- a possibilidade de lidar com situações-problema por meio de simulações numéricas ou gráficas.

Já para Almeida e Brito (2005), o uso do computador auxilia os alunos em alguns trabalhos árduos, como determinar parâmetros de uma função a partir de um conjunto de dados, ajustar uma função a um conjunto de dados e fazer seu gráfico. Deste modo, ao usar o computador, os alunos tem oportunidade de concentrar seus esforços na interpretação e análise das situações de modelagem, bem como simular diferentes situações.

Com referência aos softwares, o foco fica naqueles com caráter pedagógico, ou seja, os chamados softwares educativos. Deste modo, a mídia utilizada na atividade proposta neste trabalho (Geogebra), tem como papel auxiliar na visualização e interpretação de gráficos e funções no decorrer da atividade de Modelagem, de modo que os alunos possam aplicar seus conhecimentos matemáticos e interpreta-los de distintas maneiras, além disso a mídia oferece diversos recursos que podem ser trabalhados com o professor e o aluno com propósitos de pesquisa e investigação, especialmente em aulas de Cálculo Diferencial e Integral.

Sobre o Cálculo Diferencial e Integral I

Conforme argumentam Almeida, Fatori e Sousa (2007), a origem do Cálculo Diferencial e Integral está fortemente ligada ao século XVII e a dois nomes: ao inglês Isaac Newton (1642-1727) e ao alemão Goltfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Newton realizou seus estudos na Inglaterra, partindo de definições de espaço e tempo e Leibniz, contemporâneo de Newton, desenvolveu seus estudos em Paris quase na mesma época que Newton, mas foi o primeiro a publicar seus trabalhos em 1684. Newton e Leibniz descreveram fenômenos reais usando a linguagem do Cálculo. A partir daí desenvolveu-se uma teoria matemática sobre o Cálculo Diferencial e Integral, de certa forma, independente da realidade, mas que permite compreendê-la em vários aspectos.

Hoje o cálculo é uma disciplina presente em diversos cursos de diversas áreas e é clara a dificuldade no ensino e aprendizagem do mesmo, que fica presente nas taxas de reprovação e abandono da disciplina. Segundo Zuin (2001), isto ocorre muitas vezes devido a não adequação dos conteúdos que compõe as disciplinas de cálculo à realidade dos estudantes. Além disso, em geral, as metodologias de ensino priorizam operações, técnicas, e repetições de algoritmos, entre outros.

Neste trabalho trazemos uma proposta para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I, na qual envolvemos o uso de um software educativo em uma atividade de Modelagem Matemática. A finalidade é evidenciar que os alunos podem criar e ressignificar conhecimentos, formalizar conceitos a partir das suas ações e reflexões e desenvolver seu caminho matemático no decorrer de algumas atividades desenvolvidas na sala de aula.

A atividade de Modelagem Matemática

A atividade de Modelagem Matemática que apresentamos faz parte de um projeto de iniciação científica (IC) desenvolvido na Universidade Estadual de Londrina (UEL), em que estamos estudando o uso do software Geogebra, utilizado no decorrer da atividade.

O Geogebra é um software livre e de multiplataforma, ou seja, o programa não é pago e funciona em diversos sistemas como Windows, Linux e até mesmo off-line na versão Pré-Release em que não se precisa instalar o programa. O geogebra é um programa de geometria dinâmica em que você pode realizar construções a partir de pontos, vetores, cônicas, funções, segmentos e outros, podendo alterar dinamicamente após a construção, explorando a parte geométrica. Além disso, o software é capaz de lidar com variáveis para números, vetores e pontos, derivar e integrar funções e ainda oferece comandos para encontrar raízes e pontos

extremos de uma função. Além disso, o software abrange também a parte de análise de dados em que, a partir de um conjunto de pontos, o software ajusta uma curva, permitindo também a simulações de diferentes situações. Deste modo, o programa reúne as ferramentas tradicionais da geometria, com as mais avançadas da álgebra e do cálculo.

A temática da atividade que apresentamos no texto foi proposta pela professora (segunda autora deste texto) e consiste em analisar o carregamento da bateria do celular no decorrer do tempo. Para isto, o aluno de iniciação científica (primeiro autor deste texto) deveria fazer a coleta de dados e com eles utilizar o Geogebra para a resolução da atividade. Entretanto, questões relativas aos procedimentos de coleta de dados foram discutidas e a opção foi coletar os dados do carregamento de duas maneiras: o carregamento feito com o cabo carregador na tomada de energia e outra com o cabo ligado no computador.

Na tabela 1 a seguir, constam os dados obtidos pelo aluno quando o celular foi ligado no computador e apresenta a porcentagem de carregamento no computador no decorrer do tempo, considerado de 15 em 15 minutos.

Tabela 1: Dados coletados com o computador

tempo (min)	porcentagem	tempo (min)	porcentagem
0	10	150	59
15	15	175	64
30	20	190	69
45	25	205	73
60	30	220	78
75	35	235	83
90	40	250	89
105	44	275	95
120	49	290	100
135	54	300	100

Fonte: Dados coletados pelos autores

Observa-se que no momento inicial o celular possuía 10% de bateria e o tempo necessário para carregá-la totalmente foi de 290 minutos, ou seja, 4 horas e 50 minutos. Após a coleta de dados, o estudante criou uma planilha no geogebra e inseriu os valores coletados criando uma lista de pontos a partir dos dados da planilha, como mostra a figura 1.

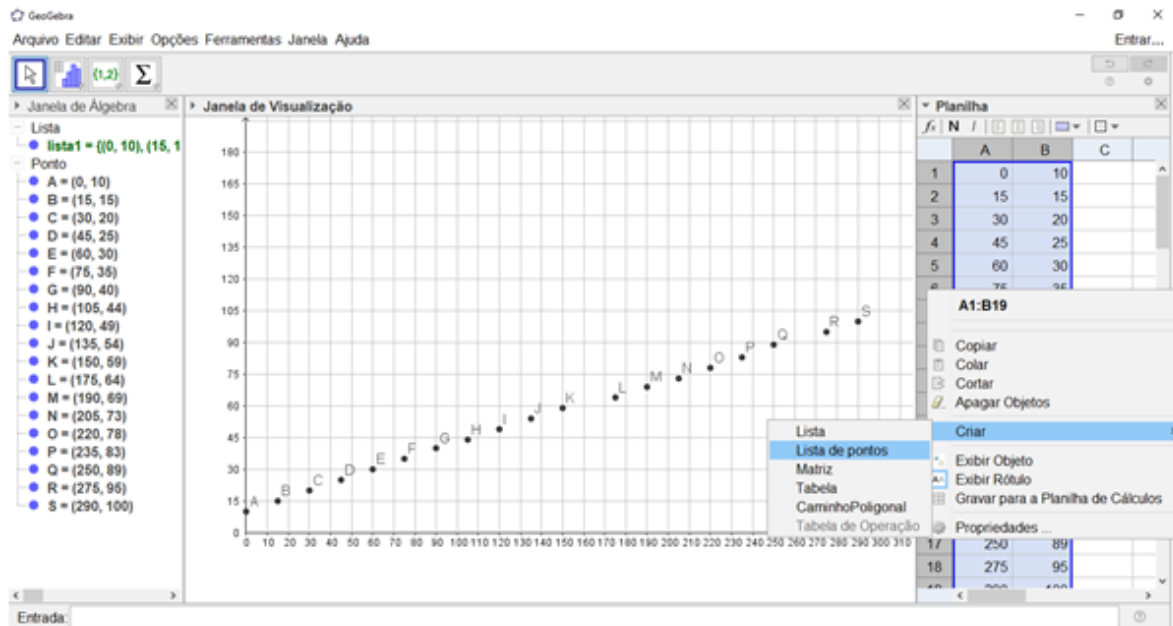


Figura 1: A planilha de dados criada no Geogebra
Fonte: Criado pelos autores no Geogebra

Para determinar uma função que se ajusta a esses dados foi usada a ferramenta de análise do geogebra conforme mostra a figura 2.

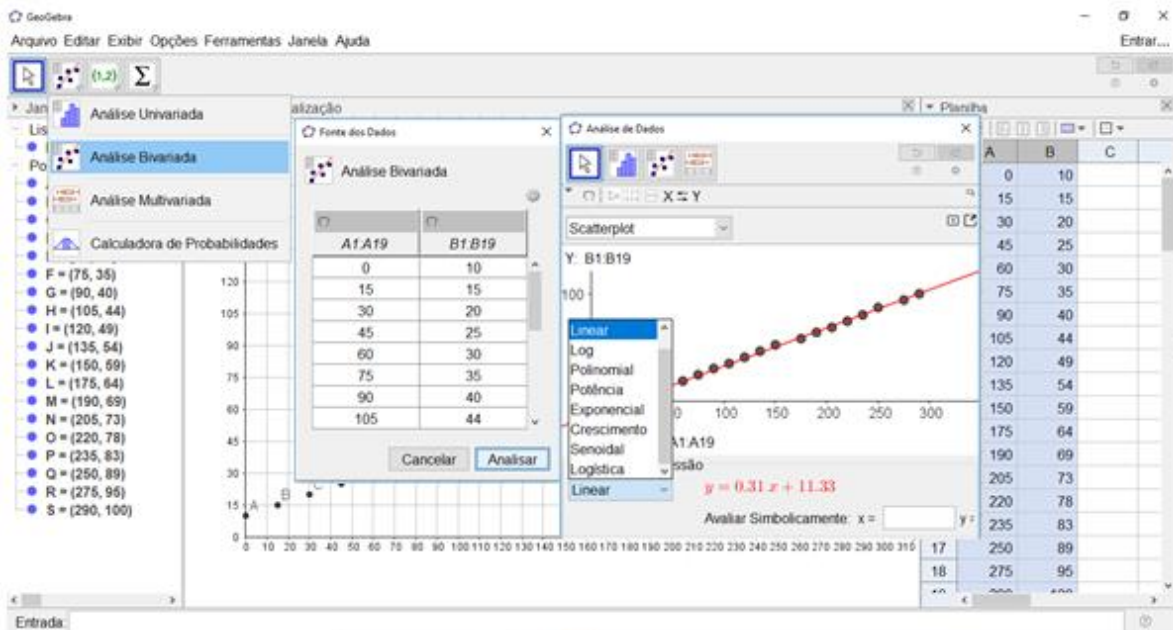


Figura 2: A análise dos dados e determinação do modelo matemático
Fonte: Produzido pelos autores com o uso do Geogebra.

A função escolhida para representar a situação foi a função linear dada por $g(t) = 0.31t + 11.33$ em que t é o tempo e $g(t)$ o percentual de carregamento no tempo t .

Vale ressaltar, entretanto que, para tempo superior a 300min o percentual de carregamento continua sendo 100%. Assim, a função definida por duas sentenças pode ser associada ao problema.

$$g(t) = \begin{cases} 0.31t + 11.33 & \text{se } t \leq 290 \\ 100 & \text{se } t > 290 \end{cases}$$

Do ponto de vista do ensino de Cálculo Diferencial e Integral, é possível considerar que, para alunos iniciantes, como por exemplo em disciplina de Pré-Cálculo ou Cálculo 1, a obtenção de uma função linear para um conjunto de 20 pontos é um procedimento que o uso da ferramenta computacional (geogebra) pode oportunizar. Por outro lado, o aluno de Cálculo também pode perceber que no carregamento da bateria do celular no decorrer do tempo é preciso considerar a função que também contempla a situação em que, depois da bateria completamente carregada (100%), ainda é possível deixar o carregador ligado e assim, manter este percentual de carregamento. Isto é que conduz a função definida por duas sentenças.

Um outro aspecto da atividade diz respeito à análise da variação do carregamento no decorrer do tempo. Esta variação deve ser percebida por meio da derivada da função $g(t)$ obtida. Assim,

$$g'(t) = \begin{cases} 0.31 & \text{se } t < 290 \\ 0 & \text{se } t > 290 \end{cases}$$

indica que para tempo inferior 290minutos, a variação do percentual de carregamento é positiva e para tempo superior a 290min esta variação é nula.

Como a opção foi coletar os dados de duas maneiras diferentes, vale olhar para a diferença entre os modelos obtidos nas duas maneiras de coleta. Assim, a tabela 2 apresenta os dados coletados pelo carregamento na tomada de energia elétrica.

Tabela 2: Dados coletados com o carregador na tomada de energia elétrica

tempo (min)	porcentagem	tempo (min)	porcentagem
0	10	150	66
15	17	175	71
30	24	190	76
45	31	205	81
60	38	220	86
75	43	235	100
90	48	250	100
105	53		
120	58		
135	62		

Fonte: Dados coletados pelos autores

Observamos que no momento inicial o celular também possuía 10% de bateria e que o carregamento total durou 235 minutos, ou seja, 3 horas e 55 minutos. Seguindo os mesmos procedimentos da situação anterior, foi obtida a função

$$f(x) = 0,34t + 14,78$$

Novamente, é preciso considerar que para a situação do carregamento do celular, a função definida por duas sentenças deve ser usada de modo que o modelo para descrever a a situação é:

$$f(t) = \begin{cases} 0,34t + 14,78 & \text{se } t \leq 235 \\ 100 & \text{se } t > 235 \end{cases}$$

$$\text{Neste caso, a derivada } f'(t) = \begin{cases} 0,34 & \text{se } t < 235 \\ 0 & \text{se } t > 235 \end{cases}$$

também indica uma variação positiva e constante no decorrer de 235 min e que depois desse tempo não há mais variação neste carregamento.

O que a comparação dos dados coletados de diferentes maneiras mostra é que o carregamento pela tomada é mais rápido e isso ocorre pelo fato de a corrente elétrica fornecida pela tomada ao carregador ser maior do que a corrente fornecida pelo computador. Esta maior rapidez é indicada também pela derivada das duas funções. De fato, enquanto no carregamento usando o computador a taxa de variação foi de 0,31 por unidade de tempo, na tomada de energia elétrica esta variação foi de 0,34 por unidade de tempo. Assim, é possível que alunos de Cálculo possam associar o significado da derivada de uma função com o fenômeno que esta função está representando.

Considerações finais

O que esta proposta de ensino, aliando Modelagem Matemática e uso de ferramentas tecnológicas, indica é que podemos criar caminhos para que os estudantes possam desenvolver atividades que propiciam a criatividade e a interação, seja com relação à matemática que irão aprender, seja com relação às ferramentas e procedimentos que serão utilizados.

A elaboração e a resolução de problemas permitem ao aluno externalizar o processo construtivo de aprender, de converter em ações alguns conceitos, proposições e exemplos adquiridos ou construídos com o professor e com o material didático.

Podemos observar que o uso do Geogebra no decorrer da atividade teve um papel importante ajustando os modelos aos dados coletados, encontrando funções e derivadas, além

do auxílio gráfico que o programa oferece. De modo geral, podemos dizer que o uso de softwares e computadores auxilia na resolução e interpretação de gráficos e resultados, tornando possível novos entendimentos e novas visões para os alunos.

De fato, se alunos de Cálculo I ainda não conhecem as ferramentas matemáticas necessárias para ajustar uma função a um grande conjunto de pontos (como é o caso da atividade que descrevemos), o software educacional pode se tornar a ferramenta que viabiliza esse ajuste. No entanto, a adequação da função obtida ao problema e, nesse caso, a observação de que deveria se considerar uma função de duas sentenças bem como a interpretação da derivada dessa função, são ações que o software não pode realizar. Assim, a integração da ferramenta computacional pode viabilizar a construção de conhecimento do aluno para além do uso do software.

Portanto, concluímos que o uso de softwares em atividades de Modelagem Matemática podem levantar conteúdos a serem trabalhados na matéria de Cálculo Diferencial e Integral I, como por exemplo, tipos de funções, gráficos e derivadas de funções, evidenciados na atividade desenvolvida.

Assim, a presente proposta pode ser introduzida em aulas de Cálculo Diferencial e Integral proporcionando aliar ferramentas tecnológicas e Modelagem Matemática para abordar conceitos Dessa disciplina.

Referências

AMEIDA; BRITO, D. O conceito de função em situações de Modelagem. **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 23, p. 63-83, 2005.

ALMEIDA, L. M. W. ; SILVA, K. A. P. ; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na educação básica. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W., FATORI, L. H; SOUZA, L. G. S. Ensino de Cálculo: uma abordagem usando a Modelagem Matemática. In: Revista Ciência e Tecnologia. Publicação periódica do Centro UNISAL – Ano X, nº16, junho de 2007. Campinas: UNISAL. Pp 47-59.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects - State, trends and issues in Mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, 22 (1), pp 36-38, 1991.

BORBA, M. C. ; PENTEADO, M. G. (2003). Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte. Autêntica.

MALHEIROS, A. P. S. (2004). A produção dos alunos em um ambiente de Modelagem.



Dissertação de Mestrado. Rio Claro. Orient. Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba –
Universidade Estadual Paulista – UNESP.

ZUIN, E.S.L. **Cálculo- Uma abordagem Histórica**. In: A Prática Educativa sob o Olhar dos
Professores de Cálculo, LAUDARES, J.B. e LACHINI, J., Fumarc, Belo Horizonte, 2001,
pp 13-38.