

PESQUISAS SOBRE FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA PUBLICADAS EM PERIÓDICOS CIENTÍFICOS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Fabricia Bernardino¹

Universidade Estadual do Paraná – Campo Mourão
fabriciabernardi123@hotmail.com

Wellington Fernando Delvechio Gama²

Universidade Estadual do Paraná – Campo Mourão
wellingtondelvechio@gmail.com

Veridiana Rezende³

Universidade Estadual do Paraná – Campo Mourão
rezendeveridiana@gmail.com

Resumo:

Neste trabalho, apresentamos os primeiros estudos de uma investigação mais ampla que estamos realizando acerca do ensino de funções. Para isso, estabelecemos como meta para este manuscrito apresentar um estudo das pesquisas acerca dos temas função afim e função quadrática, publicadas em periódicos científicos *online* de Educação Matemática, qualificados pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) como A1, A2 e B1. Para isso, realizamos uma pesquisa nos referidos periódicos pelas palavras função (singular) e funções (plural). Com estes critérios, e optando pelo estudo de função afim e quadrática, foram selecionados dezoito (18) artigos. A partir dos estudos que realizamos acerca destes artigos, emergiram quatro (04) agrupamentos: i) *Pesquisas que abordam propostas “diferenciadas” para a sala de aula*; ii) *Pesquisas que analisam a elaboração de tarefas (ou aulas) sobre o conceito de função, por professores (ou futuros professores)*; iii) *Pesquisas que investigam conhecimentos de professores ou de estudantes sobre o conceito de função*; iv) *Pesquisas que se referem à estudos bibliográficos ou análises de livros didáticos*. Com o levantamento de textos, estudos e agrupamentos realizados, acreditamos contribuir com pesquisas futuras relacionadas ao ensino de funções, bem como para professores, estudantes e demais interessados por este tema.

Palavras-chave: Educação Matemática. Funções. Periódicos Científicos.

Introdução

De acordo com documentos oficiais brasileiros para o ensino de Matemática (BRASIL, 1998; PARANÁ, 2008), o conceito de função auxilia o aluno na compreensão de fenômenos

¹ Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática da UNESPAR/Campo Mourão. Participante do Programa de Iniciação Científica – PIC/UNESPAR, bolsista do CNPq. E-mail: fabriciabernardi123@hotmail.com.

² Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática da UNESPAR/Campo Mourão. Participante do Programa de Iniciação Científica – PIC/UNESPAR, bolsista do CNPq. E-mail: wellingtondelvechio@gmail.com.

³ Professora Adjunta do Colegiado de Matemática da UNESPAR/Campo Mourão. Orientadora deste trabalho, resultante das pesquisas de iniciação dos estudantes. E-mail: rezendeveridiana@gmail.com.

do cotidiano e no estudo de elementos da Matemática, por meio da leitura, interpretação e construção de gráficos. Além do mais, no que se refere ao ensino de Matemática, tanto os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) quanto as DCE – Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (PARANÁ, 2008) afirmam que o conceito de função está relacionado a outras áreas do conhecimento como a Física, Geografia e Economia. Segundo as DCE, “Na Educação Básica, o aluno deve compreender que as Funções estão presentes nas diversas áreas do conhecimento e modelam matematicamente situações que, pela resolução de problemas, auxiliam o homem em suas atividades” (PARANÁ, 2008, p.59).

Nessa mesma direção, em conformidade com os PCN, o ensino de Matemática deve garantir ao aluno certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas, de modo que “[...] através de uma variedade de situações problemas de Matemática e de outras áreas, o aluno possa ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática” (BRASIL, 1998, p.43-44).

De acordo com as DCE (PARANÁ, 2008), no Ensino Fundamental, o aluno deve compreender as relações de dependência entre duas grandezas, das funções com a Álgebra, de variável dependente e independente, além do mais, aprender sobre valores numéricos de uma função, representação gráfica das funções afim e quadráticas e perceber a diferença entre funções crescentes e decrescentes.

Assim, levando em conta a complexidade do campo conceitual⁴ das funções, considerando que segundo os PCN (BRASIL, 1998) as ideias de função devem ser estudadas desde os anos iniciais, e considerando que, segundo os PCN (BRASIL, 1999), o conceito de função deve ser formalizado no Ensino Médio, propomos uma pesquisa de Iniciação Científica, realizada pelos primeiros autores e orientada pela terceira autora deste trabalho. A pesquisa tem como propósito: investigar conhecimentos mobilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio, mediante situações matemáticas relacionadas ao campo conceitual das funções.

No entanto, para este trabalho, apresentamos uma parte desta pesquisa mais ampla, que se refere aos primeiros estudos realizados pelos estudantes de Iniciação Científica (primeiros autores deste trabalho), que cursam 2º e 3º ano de Licenciatura em Matemática, de uma Universidade pública do interior do Paraná. Assim, estabelecemos como objetivo para este texto: *apresentar um estudo acerca dos artigos publicados em periódicos científicos online, da área de Ensino, específicos de Educação Matemática, qualificados pela CAPES como A1, A2 e B1, no que diz respeito ao tema funções*. Os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento da pesquisa, e os resultados dos estudos realizados estão descritos nas próximas seções.

⁴ Entendemos Campo Conceitual no sentido de Vergnaud (1990), como sendo um conjunto de diversas situações, conceitos, símbolos, teoremas e propriedades interligados uns aos outros.

Procedimentos metodológicos

Para o desenvolvimento da pesquisa aqui relatada, realizamos uma busca em periódicos científicos da área de Ensino (em conformidade com a CAPES), que se encontram disponíveis *online*, entre os meses de agosto e setembro de 2016. Optamos pela busca de artigos em periódicos qualificados pela CAPES⁵, em 2014, com os estratos A1, A2 e B1 da área de Ensino, específicos de Educação Matemática. A opção por estes *qualis* deve-se pelo fato destes três estratos (A1, A2 e B1) serem os mais bem conceituados pela própria CAPES, e por serem os mais reconhecidos no meio acadêmico.

Mediante a relação de periódicos científicos *online* da área de Ensino que se referem à Educação Matemática, realizamos uma busca, na página de cada periódico, pelas palavras: função ou funções. Com esta busca foram encontrados vinte e dois (22) artigos que tratavam do tema em questão, que após uma análise juntamente com a orientadora, foram selecionados dezoito (18) artigos para um estudo detalhado. A escolha foi feita de modo a restringir para os nossos estudos os artigos que tratam de Função Afim e Função Quadrática. Os artigos que tratavam de funções exponenciais e funções trigonométricas, tais como função seno, função cosseno, não foram considerados para os estudos detalhados dos artigos. Esta escolha decorre em função da continuidade de nossa pesquisa, que envolverá funções afim e quadrática, no momento da investigação com alunos do Ensino Fundamental e Médio.

Destes dezoito (18) artigos selecionados, todos eles foram estudados pelos dois alunos de Iniciação Científica, os quais apresentavam em cada encontro de orientação o conteúdo de cada artigo na forma de seminários, com foco nos objetivos, sujeitos, procedimentos metodológicos e principais resultados de cada trabalho analisado. Em cada encontro, que aconteciam, geralmente, com periodicidade quinzenal, os artigos eram debatidos entre a orientadora e os dois alunos de Iniciação Científica.

Após a realização de cada seminário, os alunos elaboravam um resumo do artigo contendo: objetivo, sujeitos, procedimentos metodológicos e principais resultados. Com este estudo, foi possível realizar agrupamentos considerando os objetivos de cada artigo. Além disso, também foi elaborado um quadro contendo os principais elementos dos manuscritos estudados. Estes resultados alcançados, em decorrência dos estudos dos alunos de iniciação científica, com os direcionamentos da orientadora, estão descritos na próxima seção.

Resultados alcançados

⁵ Consideramos os *qualis* para os periódicos que estavam em vigência pela CAPES nos meses de agosto e setembro de 2016, ou seja, consideramos a qualificação de periódicos 2014, conforme dados disponíveis na plataforma Sucupira:
<https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/veiculoPublicacaoQualis/listaConsultaGeralPeriodicos.jsf>

Em decorrência dos estudos realizados, dezoito (18) artigos publicados em periódicos científicos qualificados como A1, A2 e B1 foram selecionados por se tratarem dos temas função afim e função quadrática. Com os dados destes manuscritos, elaboramos o quadro 01, que contém o título e autores de cada publicação, o periódico e ano de publicação, sujeitos, objetivos e procedimentos metodológicos de cada pesquisa.

Título	Autores	Revista	Ano	Sujeitos	Objetivo	Procedimentos metodológicos
Sobre funções e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio	Edna Maura Zuffi, Jesuína L. A. Pacca	Zetetiké	2000	Professores do Ensino Médio	Investigar a linguagem utilizada pelos professores do Ensino Médio.	Questionário, entrevistas semiabertas e acompanhamento em sala de aula.
Funções – Significados circulantes na Formação de Professores	Vera Clotilde G. Carneiro, Patrícia da C. Fantinel, Rute Henrique da Silva	Bolema	2003	Acadêmicos do Curso de Matemática	Identificar e descrever diferentes significados para a noção de função	Leitura e análise de material indicado ou produzido pelos professores.
O conceito de função em situações de modelagem Matemática.	Dirceu dos Santos Brito, Lourdes Maria Werle de Almeida	Zetetiké	2005	Alunos do Ensino Médio	Ilustrar como os alunos concebem o conceito de função em situações de modelagem matemática	Atividades de Modelagem Matemática, questões, e análises das mesmas.
Evolução das organizações matemáticas e didáticas construídas em torno do conceito de função em uma formação de professores	Renata Rossini	Educação Matemática Pesquisa	2007	Acadêmicos do curso de Matemática e alunos do 8º ano	Apresentar a análise da produção de professores que construíram e aplicaram uma sequência didática na sala de aula	Pesquisa-ação, debates e reflexões de cunhos pedagógicos.
Registros de representação semiótica da função afim : análise de livros didáticos de matemática no ensino médio	Deise Pedroso Maggio; Maria Arlita da Silveira Soares; Cátia Maria Nehring	REVEMAT	2010	Não houve sujeitos	Analisar livros didáticos de Matemática, referente à função afim, sob a luz da teoria dos Registros de Representação	Análise de livros didáticos com base nos Registros de Representação Semiótica
Ideias básicas de função no 9º ano do ensino fundamental: uma sequência de atividades com o auxílio do software Winplot	Karina de Oliveira Castro	REVEMAT	2011	Não houve sujeitos	Propor uma sequência de atividades que contemple ideias básicas de Função, com o auxílio do software Winplot	Elaboração de uma sequência de tarefas matemáticas utilizando o Winplot
Tarefas Alternativas para o ensino e aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio	Renata Meneghetti, Julyette Priscila Redling	Bolema	2012	Alunos do Ensino Médio	Aplicar atividades alternativas para a aprendizagem de funções.	Resolução de problemas.

Jogos pedagógicos para o Ensino de Funções no 1º Ano do Ensino Médio	Lísie Pippi Reis Strapason, Eleni Bisognin	Bolema	2013	Alunos do Ensino Médio	Verificar se a utilização da estratégia de Ensino por meio de jogos auxilia a aprendizagem dos alunos	Coleta de dados, análises e os jogos elaborados.
Modelagem Matemática de Situações Reais utilizando Funções Quadráticas	Hérica de Jesus Souza Afonso Henriques	PEM	2014	Acadêmicos do curso de Matemática	Analisar os conhecimentos dos estudantes de licenciatura sobre funções	Resolução de uma sequência didática.
A história do Conceito de Função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem	Paulo Roberto Castor Maciel, Tereza Fachada Levy Cardoso	Bolema	2014	Alunos do Ensino Médio	Analisar se a utilização dos vídeos pode auxiliar no aprendizado dos alunos	Criação de roteiro, produção e edição de quatro vídeos e aplicação em sala de aula.
O conceito de função: o desenvolvimento baseado em alguns modelos desde o ano de 2000 a.C. até o século XX	karly alvarenga, Celso Viana Barbosa, Gislaíne Maria Ferreira	REVEMAT	2014	Não houve sujeitos	Analisar fases da construção das ideias de função ao longo da história	Pesquisa bibliográfica e documental
Modelo de Análise Didática dos Erros: um guia para analisar e tratar erros referentes à função polinomial do 2º grau	Maria Luisa Ramos, Edda Curi	REVEMAT	2014	Alunos do 1º ano do Ensino Médio	Identificar erros cometidos por alunos do 1º ano do Ensino Médio no conteúdo de função	Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE
A influência do Geogebra na Resolução de Exercícios e problemas de Função Polinomial do 1º grau	André Tenório, Marcia Eliane Furtado de Oliveira, Thaís Tenório	JIEEM	2015	Alunos do 1º ano do Ensino Médio	Investigar os efeitos do uso do GeoGebra na resolução de exercícios de funções polinomiais	Pré-teste, pós-teste, lista de questões.
Função: Concepções Manifestadas por um Grupo de Professores	Rogério Fernando Pires, Vera Merline, Sandra Magina	Educação Matemática em Revista	2015	Professores de Matemática	Investigar as concepções de função manifestadas por um grupo de professores	Utilização de atividades, questões, e análises das mesmas.
Explorando os coeficientes da função quadrática por meio do software Winplot: Uma experiência com alunos do 2º ano do Ensino Médio	Mauricio Ramos Lutz; Aline Silva de Bona	REVEMAT	2015	Alunos do 2º ano do Ensino Médio	Elaborar, implementar e analisar uma sequência didática, envolvendo o conteúdo de gráficos da função quadrática	Engenharia Didática
Prática como Componente Curricular: a Análise de uma Experiência com a Disciplina “Funções Reais de Uma Variável Real”	Línlya Sachs; Henrique Rizek Elias	Educação matemática em Revista	2016	Professores de Licenciatura em matemática	Este trabalho oferece uma experiência com atividades práticas como componente curricular em " Funções Reais de uma Variável Real”	Utilização de atividades, questões, e análises das mesmas.

Articulações Internas à Matemática: a Parábola e a Função Quadrática com Geogebra	Rosilângela Lucena; Verônica Gitirana	EMR	2016	Alunos de Matemática.	Explorar diferentes representações semióticas por meio do <i>software</i> GeoGebra.	Utilização de atividades via GeoGebra, questões e análise das mesmas.
Visão de Mundo Ecológica na Educação Matemática: tópicos de Teoria do Caos no estudo da função quadrática	Tânia Baier	REVEMAT	2016	Não houve sujeitos	Apresentar aspectos históricos relacionados com pesquisas científicas contemporâneas,	Pesquisa bibliográfica

Quadro 01: Dados dos artigos coletados sobre o conceito de função afim e quadrática

Fonte: Autores deste trabalho

A partir do estudo de cada um destes artigos elencados no quadro 01, percebemos que os textos retratam uma diversidade de propostas e de resultados de pesquisas relacionados ao ensino e aprendizagem do conceito de funções. Notamos, ainda, que a metade (09) desses artigos se referem a procedimentos metodológicos e estratégias de ensino diferenciados para as aulas de Matemática, seja para o Ensino Fundamental, Médio ou Superior. No entanto, algumas pesquisas investigam conhecimentos de professores e estudantes, elaboração de tarefas ou aulas por professores, pesquisas bibliográficas em livros didáticos ou acerca da história deste conceito.

Desse modo, notamos que tais pesquisas podem ser distribuídas em quadro agrupamentos, que tratam do conceito de função nas mesmas direções, são eles: i) *Pesquisas que abordam propostas “diferenciadas” para a sala de aula;* ii) *Pesquisas que analisam a elaboração de tarefas (ou aulas) sobre o conceito de função, por professores (ou futuros professores);* iii) *Pesquisas que investigam conhecimentos de professores ou de estudantes sobre o conceito de função;* iv) *Pesquisas que se referem a estudos bibliográficos ou análises de livros didáticos.* A seguir, para cada agrupamento, apresentamos um quadro contendo os respectivos artigos e uma breve descrição sobre cada uma das pesquisas.

Agrupamento (i): Pesquisas que abordam propostas “diferenciadas” para a sala de aula

Dentre os dezoito (18) artigos selecionados, nove (09) referem-se a propostas diferenciadas para as aulas de Matemática, acerca do tema funções. Os títulos dos artigos e respectivos autores contemplados no agrupamento (i) estão disponibilizados no quadro 2:

Título	Autores	Ano
Prática como Componente Curricular: a Análise de uma Experiência com a Disciplina “Funções Reais de Uma Variável Real	Sachs, L.; Elias, R. H.	2016
Articulações Internas à Matemática: a Parábola e a Função Quadrática com Geogebra	Lucena, R.; Gitirana, V.	2016
A influência do Geogebra na Resolução de Exercícios e Problemas de Função Polinomial do 1º grau	Tenório, A;M. E. F. de Oliveira; Tenório, T.	2015

Explorando os coeficientes da função quadrática por meio do software Winplot: Uma experiência com alunos do 2º ano do Ensino Médio	Lutz, M. R.; Bona, A. S.	2015
A história do conceito de Função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem	Maciel, P. R. C.; Cardoso, T. F. L.	2014
Jogos pedagógicos para o Ensino de Funções no 1º ano do Ensino Médio	Strapason, L. P. R.; Bisognin, E.	2013
Tarefas Alternativas para o ensino e a aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio	Meneghetti, R. C. G.; Julyette P. R.	2012
Ideias básicas de função no 9º ano do ensino fundamental: uma sequência de atividades com o auxílio do software Winplot	Castro, K. O.	2011
O conceito de função em situações de modelagem Matemática	Brito, D. S. B.; Almeida, L. M. W.	2005

Quadro 2: Artigos que tratam de abordagem diferenciada para a sala de aula

Fonte: Autores deste trabalho

A seguir, apresentamos de modo breve, os principais elementos de cada uma destas pesquisas. A pesquisa de Sachs e Elias (2016) refere-se a uma experiência com atividades práticas como componente curricular na disciplina “Funções Reais de uma Variável Real”, de um curso de Licenciatura em Matemática. A avaliação dos resultados obtidos foi feita por meio de um questionário respondido pelos estudantes que cursavam a disciplina. Os autores concluíram que a partir das atividades os alunos conheceram melhor os aspectos curriculares da matemática e relativas ao ensino de determinados conteúdos; aprofundaram seus conhecimentos acerca do conteúdo em questão; permitiu que preparassem tarefas que auxiliassem no aprendizado do referido conteúdo e antecipassem possíveis erros dos alunos. Os autores entendem que o formato para as atividades práticas contribuiu com aspectos da formação profissional de professores.

A investigação intitulada Lucena e Gitirana (2016) foi desenvolvida com estudantes de um Curso de Licenciatura em Matemática, e visou explorar as diferentes representações semióticas da parábola por meio do software *GeoGebra*. Foram aplicadas aos alunos três atividades utilizando o *GeoGebra*, sendo que cada atividade proporcionava uma visão diferente destes conceitos aos estudantes. Segundo análise das respostas dadas pelos estudantes às questões, o software proporcionou uma visão diferente da parábola, tanto no campo da geometria quanto no campo da álgebra.

Tenório, Oliveira e Tenório (2015) realizaram uma pesquisa com o objetivo de investigar uma abordagem em que foi utilizado o *Geogebra* na resolução de exercícios e problemas de funções polinomiais do 1º grau em escolas públicas estaduais do Rio de Janeiro. Os sujeitos da pesquisa foram 59 alunos de duas turmas do 1º ano do Ensino Médio. A resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau com e sem o uso do *GeoGebra* foi analisada pelos pesquisadores. Comparou-se a proficiência dos alunos na

resolução de exercícios e problemas, com e sem o uso do software. Foi analisado as percepções dos alunos sobre o GeoGebra. Os pesquisadores concluíram que, segundo as percepções dos alunos, o GeoGebra auxiliou na aprendizagem de funções e na resolução das questões propostas.

Lutz e Bona (2015) relatam uma pesquisa realizada com estudantes do Ensino Médio Técnico Integrado, com os quais foi implementada uma sequência de atividades relacionadas a gráficos da função quadrática, seus coeficientes e o software Winplot. Após a implementação das atividades, os autores concluíram que a utilização do software Winplot configurou-se como uma ótima oportunidade de oferecer aos alunos um ambiente de estudo mais dinâmico e participativo.

A pesquisa de Maciel e Cardoso (2014) teve como objetivo promover aprendizagens do conceito de função para alunos do Ensino Médio, utilizando a História da Matemática como estratégia de ensino, e o uso de vídeos como recurso didático. A metodologia consistiu da criação de roteiro, pesquisa iconográfica, produção e edição de quatro vídeos pelos alunos e aplicação em sala de aula. Foi construído também um caderno de atividades para aprofundar a temática. A intervenção em sala de aula ocorreu com 24 alunos do 1º ano do Ensino Médio, o tempo para a intervenção foi de quatro (04) aulas de 50 minutos cada. Os autores concluem que o uso das tecnologias de informação e comunicação, e o processo de construção de vídeos históricos, representou um ganho significativo no processo de desenvolver competências e habilidades como trabalho colaborativo, iniciação à pesquisa histórica, síntese e produções audiovisuais.

A pesquisa de Strapason e Bisognin (2013) teve como objetivo criar um ambiente de interesse e de motivação em sala de aula, permitindo ao aluno uma participação no processo de construção do conceito de função e na exploração de suas propriedades, e, com isso, verificar se os jogos proporcionariam a compreensão e a aprendizagem sobre o conteúdo em questão. Os sujeitos da pesquisa foram alunos do 1º ano do Ensino Médio. O produto educacional, como as pesquisadoras denominam, é constituído de quatro jogos abordando o conceito de função e foi aplicado em três turmas do 1º ano do Ensino Médio, de uma escola pública do Rio Grande do Sul. Após a resolução de todos os jogos, as pesquisadoras constataram que a maioria dos alunos teve suas dificuldades sanadas em relação ao conteúdo, portanto, os jogos se mostraram uma boa opção metodológica para o ensino de funções.

Meneghetti e Redling (2012) tiveram como objetivo analisar o potencial didático pedagógico de tarefas matemáticas no Ensino Médio, para o conteúdo de funções. No artigo,

as pesquisadoras relatam a aplicação de duas tarefas matemáticas alternativas, relacionadas à investigação matemática e resolução de problemas, para o ensino e aprendizagem de funções. As tarefas foram aplicadas a alunos do Ensino Médio, para que a partir dessas questões as pesquisadoras pudessem reconhecer os principais pontos de aprendizagem do conteúdo de funções, por parte desses alunos. As tarefas elaboradas foram aplicadas em um minicurso, a uma classe de treze alunos do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola pública do interior do Estado de São Paulo. Foi verificado que a abordagem mostrou-se como uma alternativa ao favorecimento de uma aprendizagem mais significativa para o ensino de funções, visto que permitiu o estabelecimento de uma relação entre o que os alunos já sabiam e o que lhes estava sendo apresentado.

Castro (2011) relata em sua pesquisa os resultados de um trabalho realizado em uma disciplina de Mestrado Profissional, acerca de uma proposta para as aulas de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, relacionada ao conceito de função. Baseada em outras pesquisas, a autora elenca as ideias básicas para o conceito de função, sendo que para o seu trabalho ela considera três dessas ideias básicas: dependência, regularidade e generalização. Assim, para cada uma dessas ideias básicas, Castro (2011) apresenta atividades matemáticas utilizando como recurso tecnológico o Winplot, e as propõem serem implementadas em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental.

A pesquisa de Brito e Almeida (2005) foi aplicada a duas turmas de alunos do Ensino Médio utilizando situações de modelagem matemática. Inicialmente, foi aplicada a todos os alunos uma situação proposta pelo pesquisador denominada “O corpo humano”, que continha questões como: “Qual a relação do pé com o número do calçado?”. Posteriormente os alunos de cada turma escolheram um tema que foi analisado na sala de aula. Por fim, os alunos foram separados em grupos de até cinco membros e escolheram um tema a partir do qual desenvolveram uma modelagem para a situação escolhida. Após as atividades, foi realizada uma entrevista com quinze alunos de cada turma e com questões dissertativas, tudo isso mostrou como os alunos concebiam as funções e seus conceitos. A pesquisa mostrou que a modelagem matemática, além de construir significados para o conceito de função, proporciona uma visão dinâmica da matemática.

Agrupamento (ii): Pesquisas que analisam a elaboração de tarefas (ou aulas) sobre o conceito de função, por professores (ou futuros professores)

Diferente das demais pesquisas, estas se referem a investigar professores ou futuros professores no ato da elaboração de atividades sobre o conceito de função, ou sobre a preparação de uma aula sobre este conceito. Dentre as pesquisas que consideramos fazer parte desse agrupamento, destacamos duas, cujos dados estão disponibilizados no quadro 03.

Título	Autores	Ano
Evolução das organizações matemáticas e didáticas construídas em torno do conceito de função em uma formação de professores	Rossoni, R.	2007
Funções – Significados circulantes na Formação de Professores	Carneiro, V. C. G., Fantinel, P. C., Silva, R. H.	2003

Quadro 03: Pesquisas que analisam a elaboração de tarefas ou aulas

Fonte: Autores deste trabalho

A pesquisa de Rossini (2007) teve por objetivo apresentar uma análise da produção de professores da Rede Pública de Ensino do Estado de São Paulo, participantes de um projeto de formação continuada. Os sujeitos desta pesquisa foram dez professores de escolas públicas de São Paulo e uma acadêmica do curso de Matemática, estes foram divididos em três grupos. Primeiramente os grupos analisaram livros didáticos, depois indicaram entre seus integrantes, o que achavam importante na introdução do conceito de função na sala de aula. A partir disso, foi-se moldando cada um desses exercícios escolhidos até que chegassem a um ponto em que concordassem na exatidão do problema. Para Rossini (2007) com a pesquisa pôde-se expor os pontos mais importantes das dificuldades docentes, as superações em termos de tarefas, técnicas e discurso de cunho tecnológico. O árduo trabalho dos professores com o escrever e reescrever enunciados e tarefas, a superação de angústias e dúvidas, levou os autores da pesquisa a uma reflexão, como formadores de professores, sobre o ensino/aprendizagem de função.

Carneiro, Fantinel e Silva (2003) desenvolveram uma pesquisa com o objetivo de identificar os diferentes significados para o conceito de função sinalizados pelos acadêmicos do curso de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Durante a pesquisa percebe-se que os acadêmicos conseguiam resolver apenas algumas questões sobre o tema. Alguns erros foram detectados, que, segundo os pesquisadores, ocorrem pela falta de compreensão do conceito. No decorrer da pesquisa foram apresentadas aos acadêmicos onze atividades nas quais eles indagados quanto à questão se referir ou não a função e o porquê. Após as atividades, os acadêmicos se preparavam para ministrar para os colegas e professores, uma aula de introdução ao tema de função. Para os pesquisadores deter conhecimento amplo e sólido sobre funções significa dar conta dos diferentes significados que podem ser atribuídos a esta noção matemática, e ser capaz de, conscientemente, utilizar um ou outro significado para atender a diferentes situações/problemas ou para criar diferentes exemplos em situação de ensino, e com essa ideia os alunos adquiriram os conhecimentos necessários para o ensino/aprendizado do conteúdo trabalhado.

Agrupamento (iii) Pesquisas que investigam conhecimentos de professores ou de estudantes sobre o conceito de função

Para este agrupamento, consideramos quatro (04) pesquisas, dentre as analisadas. Estas pesquisas se propõem a investigar conhecimentos de professores ou estudantes acerca do conceito de função. As pesquisas consideradas para este agrupamento, estão elencadas no quadro 04.

Título	Autores	Ano
Função: Concepções Manifestadas por um Grupo de Professores	Pires, Merline e Magina	2015
Modelagem Matemática de Situações Reais utilizando Funções Quadráticas	Souza, H. J. e Henriques, A.	2014
Modelo de Análise Didática dos Erros: um guia para analisar e tratar erros referentes à função polinomial do 2º grau	Ramos, M. L.; Curi, E.	2014
Sobre funções e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio	Edna Maura Zuffi, Jesuína L. A. Pacca	2000

Quadro 04: Pesquisas que investigam conhecimentos de professores ou de estudantes

Fonte: Autores deste trabalho

Dentre as pesquisas elencadas no quadro 04, a pesquisa de Pires, Merline e Magina (2015) foi realizada com um grupo de 14 professores de matemática, por meio de um curso de formação de professores. A pesquisa foi feita em três etapas, e, para iniciar, foi solicitado que os participantes respondessem a seguinte questão: “O que é função?”. Depois foi escrito no quadro a palavra função e solicitado para que aos participantes que montassem, coletivamente, um mapa conceitual. Nesse mapa surgiram palavras como: variáveis dependente e independente, gráfico, grandeza, relações entre grandezas, domínio, imagem, plano cartesiano, entre outras. O segundo momento foi dedicado ao trabalho com atividades relacionadas ao comportamento da função, a partir do estudo de gráficos em ambiente computacional (GeoGebra). Por fim, no terceiro momento promoveu-se uma discussão com a finalidade de debater sobre continuidade e descontinuidade de função. Para terminar, foi aplicada novamente a mesma questão: “O que é função?”. Segundo os autores, os estudos permitiram analisar o material coletado e fazer uma reflexão em relação ao conteúdo analisado, permitindo compreender melhor a ação de um objeto matemático, e percebe que nele não está envolvido apenas o conhecimento de um indivíduo mas também o conceito que esse indivíduo está inserido e as suas crenças. Foi visto também que as respostas dadas pelos professores estão relacionadas com as suas atuações em sala de aula. Segundo os autores do trabalho, a realização do encontro de formação pode não ter acarretado grandes alterações nas concepções que os professores traziam consigo, no entanto, eles analisam que no segundo momento eles apresentaram respostas mais concisas, as quais traziam elementos que apontaram mais de um tipo de concepção.

A pesquisa de Souza e Henriques (2014) trata do desenvolvimento de uma sequência didática em torno de funções quadráticas como objeto de estudo, com o intuito de investigar

as práticas educacionais dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Foi elaborada uma sequência didática, constituída por uma situação real (subdividida em quatro subtarefas), que abrange conceitos do objeto de estudo, com o objetivo de analisar os conhecimentos que os estudantes do curso de licenciatura possuem acerca do assunto. A sequência foi aplicada em um grupo de quatro estudantes, eles tiveram em média quatro horas para realizar as subtarefas propostas. Constatou-se que os estudantes encontraram dificuldades para modelar a situação real, há indícios de que eles não estejam familiarizados com o estudo de situações que requerem a modelagem matemática. Estas dificuldades podem ser decorrência de um ensino pautado na realização de tarefas que exigem dos estudantes a utilização imediata de técnicas repetitivas.

Ramos e Curi (2014) apresentam os resultados de uma pesquisa mais ampla que tem como objetivo identificar erros cometidos por 37 alunos do 1º ano do Ensino Médio no conteúdo de função, referentes a duas tarefas matemáticas sobre funções do 2º grau. O procedimento adotado para o desenvolvimento da pesquisa foi o Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE – composto por categorias que fazem parte de três momentos de um procedimento sistêmico: entrada, organização e execução. As autoras concluem que foi possível perceber que os alunos apresentaram dificuldades oriundas do Ensino Fundamental, além de dificuldades conceituais sobre função polinomial do 2º grau.

Zuffi e Pacca (2000), realizaram uma pesquisa, intitulada “Sobre funções e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio”, desenvolvida com professores do Ensino Médio, que buscou estudar a linguagem que estes professores utilizavam em sala de aula. Para isso, foi aplicado um questionário livre, com questões abertas relacionadas ao tema ‘funções’, como definição formal e informal, conceitos, questões relacionadas a gráficos e álgebra. Além disso, os professores participantes foram acompanhados durante nove meses em sala de aula e como complemento houve uma entrevista semiaberta. Nesta pesquisa, percebeu-se que a linguagem dos sujeitos da pesquisa, os exemplos e as analogias utilizadas para representar os conceitos, causavam uma visão limitada e distorcida dos conceitos. Além do mais, foi priorizado, por parte dos professores, o tratamento apenas na forma: algébrico → gráfico, com isso, o estudante fica limitado a estes registros, e não “vê” o comportamento da função.

Agrupamento (iv): Pesquisas que se referem à estudos bibliográficos ou análises de livros didáticos

Nossos estudos apontaram três (03) pesquisas que dizem respeito a estudos bibliográficos ou análises de livros didáticos. Estas pesquisas estão especificadas no quadro 05.

Título	Autores	Ano
Visão de Mundo Ecológica na Educação Matemática: tópicos de Teoria do Caos no estudo da função quadrática	Baier, T.	2015

O conceito de função: o desenvolvimento baseado em alguns modelos desde o ano de 2000 a.C. até o século XX	Alvarenga, K.; Barbosa, C. V.; Ferreira, G. M.	2014
Registros de representação semiótica da função afim: análise de livros didáticos de matemática no ensino médio	Maggio, D. P.; Soares, M. A. S.; Nehring, K. M.	2010

Quadro 05: Pesquisas sobre estudos bibliográficos ou análises de livros didáticos

Fonte: Autores deste trabalho

Baier (2015) apresenta uma investigação que se refere a aspectos históricos relacionados com pesquisas científicas contemporâneas. A autora explicita compreensões acerca da visão de mundo subjacente, que, segundo Baier (2015), são conhecidas como pensamento ecológico ou pensamento sistêmico. No manuscrito, é apresentado um exemplo de tarefa matemática para ser explorada em sala de aula relacionada à função quadrática, que a autora sugere que seja abordada seguindo uma visão de mundo fenomenológica.

A pesquisa de Alvarenga, Barbosa e Ferreira (2014), trata de uma pesquisa bibliográfica e documental, relacionada às fases da construção das ideias de função ao longo da história. Segundo os autores, muitas delas estiveram acompanhadas de modelos de forma explícita ou implícita, ou seja, as ideias desenvolviam-se mediante problemas da realidade que necessitavam de uma análise matemática em busca de respostas. Assim, os autores defendem que o conceito de função em sala de aula deve ser tratado de forma contextualizada, dando-lhe o significado original: modelar fenômenos.

Maggio, Soares e Nehring (2010) apresentam um estudo de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, no que concerne aos diferentes registros de representação semiótica, propostos por Duval, e o conceito de função afim. Este estudo é decorrente de um trabalho realizado numa disciplina de Estágio, num curso de Matemática. As autoras concluem o trabalho destacando as diferenças existentes entre as duas obras analisadas, no que diz respeito aos registros de representação semiótica.

Considerações Finais

As pesquisas contempladas neste texto retratam um panorama das investigações sobre função afim e quadrática, publicadas em periódicos científicos *online*, específicos de Educação Matemática, qualificados pela CAPES como A1, A2 e B1. O estudo aqui realizado indica quatro (04) agrupamentos que contemplam dezoito (18) pesquisas selecionadas: i) *Pesquisas que abordam propostas “diferenciadas” para a sala de aula;* ii) *Pesquisas que analisam a elaboração de tarefas (ou aulas) sobre o conceito de função, por professores (ou*

futuros professores); iii) *Pesquisas que investigam conhecimentos de professores ou de estudantes sobre o conceito de função*; iv) *Pesquisas que se referem à estudos bibliográficos ou análises de livros didáticos*.

Consideramos que o rol de pesquisas elencado neste texto, publicadas em periódicos científicos bem qualificados pela CAPES, juntamente com os quatro (04) agrupamentos estabelecidos, podem auxiliar pesquisadores a direcionarem as suas pesquisas, bem como professores, futuros professores e demais interessados pelo ensino de funções a se inteirarem de pesquisas, relatos de experiências e propostas para a sala de aula, relacionados ao ensino de funções.

Além disso, destacamos que para os estudantes de iniciação científica que realizaram este trabalho, o presente estudo foi importante para as suas formações acadêmicas e de iniciação à pesquisa, uma vez que os estudantes puderam tomar conhecimento sobre as plataformas de periódicos *online*; resultados de pesquisas publicados nestes periódicos científicos; tomar conhecimento sobre a existência dos *qualis* estabelecido pela CAPES; reconhecer a estrutura de um artigo científico; seus objetivos; procedimentos metodológicos; fundamentação teórica; resultados adquiridos. Destarte, todo este estudo realizado pelos estudantes, juntamente com a orientadora, servirão de base para os próximos passos da pesquisa que consiste em selecionar tarefas matemáticas, considerando ideias base do conceito de função, para que sejam realizadas entrevistas com estudantes do Ensino Fundamental e Médio, com base nas resoluções destas tarefas matemáticas.

Referências

ALVARENGA, K., BARBOSA, C. V., FERREIRA G. O conceito de função: o desenvolvimento baseado em alguns modelos desde o ano de 2000 a.C. até o século XX. **REVEMAT**, v.9, n. 1, p. 159-178, 2014.

BAIER, T. Visão de Mundo Ecológica na Educação Matemática: tópicos de Teoria do Caos no estudo da função quadrática. **REVEMAT**, v.11, Ed. Filosofia da Educ. Matemática, p. 244-255, 2016.

CASTRO, K. O. Ideias básicas de função no 9º ano do ensino fundamental: uma sequência de atividades com o auxílio do software Winplot. **REVEMAT**, v. 6, n. 2, p. 49-66, 2011.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. FANTINEL, Patrícia da C., SILVA, Henrique da. Funções – Significados circulantes na formação de Professores. **Revista Bolema**. Rio Claro-SP, v.16, n.19, p.1-20, 2003.

LUTZ, M. R., BONA, A. S. Explorando os coeficientes da função quadrática por meio do software Winplot: Uma experiência com alunos do 2º ano do Ensino Médio. **REVEMAT**, v.10, n. 2, p. 209-226, 2015.

MACIEL, Paulo Roberto Castor. CARDOSO, Tereza Fachada Levy. A história do conceito de Função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem. **Revista Bolema**, Rio Claro-SP, v.28, n.50, p. 1348-1367, 2014.

MAGIO, D. P.; SOARES, M. A. S.; NEHING, C. M. Registros de representação semiótica da função afim: análise de livros didáticos de matemática no ensino médio. **REVEMAT**, v. 05, n. 1, p.38-47, 2010.

MENEGHETTI, Renata. REDLING, Julyette Priscila. Tarefas alternativas para o ensino e a aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio. **Revista Bolema**. Rio Claro-SP, v.26, n.42^a, p. 193-229, 2012.

RAMOS, M. L., CURI, E. Modelo de Análise Didática dos Erros: um guia para analisar e tratar erros referentes à função polinomial do 2º grau. **REVEMAT**, v.9, n. 1, p. 27-42, 2014.

SOUZA, Hérica de Jesus. HENRIQUES, Afonso. Modelagem Matemática de Situações Reais utilizando Funções Quadráticas. **Revista Perspectiva da Educação Matemática**, v.7, n.15, p. 493-512, 2014.

STRAPASON, Lísie Pippi Reis. BISOGNIN, Eleni. Jogos pedagógicos para o Ensino de Funções no Primeiro ano do Ensino Médio. **Revista Bolema**. Rio Claro-SP, v.27, n.46, p. 579-595, 2013.

TENÓRIO, André. OLIVEIRA, Marcia Eliane Furtado de. TENÓRIO, Thaís. A influência do Geogebra na Resolução de Exercícios e Problemas de Função Polinomial do 1º grau. **Jornal Internacinal de Estudos em Educação Matemática (JIEEM)**. Rio de Janeiro, v.7, n.2, p. 98- 126, 2015.

PIRES, Rogério Fernando; MERLINE, Vera; MAGINA, Sandra. Função: Concepções Manifestadas por um Grupo de Professores. **Educação Matemática em Revista**, v.20, n.44, p. 21-29, 2015.

ROSSINI, Renata. Evolução das organizações matemáticas e didáticas construídas em torno do conceito de função em uma formação de professores. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.9, n.2, p.205-247, 2007.

BRITO, Dirceu dos Santos; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. O conceito de função em situações de modelagem Matemática. **Revista Zetetiké**, v.13, n.23, p.63-86, 2005.

SACHS, Línlya; ELIAS, Henrique Rizek. Prática como Componente Curricular: a Análise de uma Experiência com a Disciplina “Funções Reais de Uma Variável Real”. **Educação Matemática em Revista**, v.21, n.49B, p.17-25, 2016.

LUCENA, Rosilângela; GITIRANA, Verônica. Articulações Internas à Matemática: a Parábola e a Função Quadrática com o GeoGebra. **Educação Matemática em Revista**, v.21, n.51, p.25-34, 2016.



VERGNAU, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, n. 2.3, pp. 133 a 170, 1990.

ZUFFI, Edna Maura; PACCA, Jesuína Lopes de Almeida. Sobre funções e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio. **Revista Zetetiké**, v.8, n.13-14, p.7-28.