

## O SINAL DE IGUAL E SUA UTILIZAÇÃO EM SENTENÇAS MATEMÁTICAS

Andréia Büttner Ciani  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Andbciani@gmail.com

Eliandra de Oliveira  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
eliandra.oliveiraaa@gmail.com

Jaqueline do Nascimento  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
jaque\_nasci@hotmail.com

Mariana da Rosa  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
marianabernartt@hotmail.com

### **Resumo:**

A utilização do sinal de igual e o significado que lhe é atribuído, em como o conceito de igualdade e sua importância na aprendizagem de Matemática como, por exemplo, na resolução das equações são o tema desta abordagem. Será apresentada uma síntese da pesquisa teórica realizada em torno da história e da utilização do sinal de igual, os principais erros cometidos e propagados pelo seu ensino e aprendizagem, bem como algumas pesquisas que revelam possíveis origens de interpretações equivocadas. A dinâmica sugerida é a realização de tarefas envolvendo materiais manipulativos e jogos, como a balança de dois pratos e um jogo denominado “A velha das equações” como propostas para a sala de aula, com ênfase no desenvolvimento da habilidade na interpretação de sentenças matemática envolvendo o sinal de igual e o significado de igualdade e desigualdade.

**Palavras-chave:** Sinal de igual. Igualdade. Equação. Sentenças matemáticas.

### **Um sinal simples com interpretações equivocadas**

Grande maioria dos professores de Matemática, inclusive do ensino superior, já se deparou com erros frequentes e recorrentes, de seus alunos, na resolução de questões matemáticas envolvendo o sinal de igual. O símbolo da igualdade talvez seja um dos símbolos mais utilizados na Matemática, desde os anos iniciais até o ensino superior. Quase sempre não lhe é dada a devida importância e atenção à sua utilização e nem lhe é atribuída a “culpa” por erros graves na resolução de questões matemáticas. Um erro motivado por uma compreensão equivocada do significado deste sinal comumente passa despercebido,

ou é apenas considerado como um lapso ou esquecimento circunstancial e pontual. No entanto, é fácil perceber que tal lapso pode permanecer e se repetir por toda a vida escolar de um sujeito, seja ele estudante ou professor. A investigação e estudo nos mostrou se tratar de algo mais profundo, ao qual em nenhum momento é dada sua devida importância. A dificuldade em que os lapsos deixem de ocorrer se deve ao fato da interpretação e da utilização, não se constituírem em algo eventual, mas da manifestação de uma aprendizagem, no caso, inadequada ao conhecimento matemático. No ensino de Matemática nos anos iniciais é dado um enfoque ao significado dos símbolos matemáticos e das operações básicas realizadas por meio deles. Contudo, o significado dado ao símbolo de igualdade ( $=$ ), muitas vezes é abordado de forma restrita, pois os alunos têm a interpretação deste apenas como a separação da operação e de seu resultado. Trivilin e Ribeiro (2015, p. 7) Concluíram que, em relação ao sinal de igual, as crianças de sua pesquisa “[...] o reconhecem apenas como um sinal que indica o lugar no qual devem colocar o resultado das operações realizadas.”.

Historicamente tem-se que o símbolo de igualdade nem sempre foi representado pelos traços paralelos que estamos acostumados atualmente. Como citam Civinski e Baier (2014), estes surgiram somente a partir de 1557, criado por Robert Record, escolha justificada por ele, por não haver nada mais igual que duas linhas iguais e paralelas. Anteriormente a este fato, em meados de 1500 a igualdade era expressa pela palavra “aequales”, a qual foi abreviada posteriormente como “aequ”, usada a partir de 1550. Outras palavras que também foram utilizadas são “aequantur”, “esgale”, “faciunt” e “gleic”.

Segundo Bandarra (2011), existem duas interpretações em relação ao significado da igualdade, sendo a *operacional*, na qual o aluno considera que o sinal representa dar a resposta da operação, e a *relacional*, que representa a noção de equivalência submetida a esse sinal.

A concepção operacional é geralmente tratada na aritmética por meio de atividades, que envolvem o sinal de igualdade tão somente, indicando a obtenção de um resultado, como por exemplo, “Maria tem duas rosas e ganhou de presente mais cinco violetas, quantas flores ela tem ao todo?” Ao resolver esta situação, o aluno resolverá somando  $2 + 5 = 7$ . Neste exemplo, percebemos claramente que o sinal de igualdade está posto somente como um operador que transforme as duas quantidades em um resultado final, resolvendo assim o que é solicitado.

A concepção relacional é constatada em situações em que o sinal de igualdade é utilizado para representar uma igualdade de expressões. Segue um exemplo que envolve

essa concepção: “Maria possui 5 rosas e Joana 7, considerando que as duas deram 3 flores cada a suas mães, quantas flores Maria precisa para ter o mesmo tanto de Joana?”. Com isso, observamos que a igualdade terá significado distinto ao exemplo anterior, sendo aqui, mostrado a noção de equivalência, em que para resolver o aluno chegará na seguinte expressão,  $\square + 5 - 3 = 7 - 3$ , na qual ele terá que encontrar resultados iguais nos dois membros.

Pesquisas feitas na década de oitenta, relacionadas a essas diferentes concepções, apresentam que as crianças desenvolvem uma compreensão operacional do símbolo ‘=’ antes que uma compreensão em termos de relação de equivalência, como apresentado por Cavalcanti e Santos (2008), baseados na leitura de Behr et al. (1980) e Kieran (1981). Uma das causas, desta interpretação secundária pode estar relacionada ao fato de que nas séries iniciais os alunos encontram o símbolo ‘=’ essencialmente em atividades envolvendo operações aritméticas, nas quais, normalmente um lado é dado, e as operações surgem à esquerda do sinal “=”, e o outro precisa ser preenchido indicando o resultado.

Já nas expressões algébricas os alunos necessitam utilizar de operações matemáticas básicas em situações nas quais, tem-se números conhecidos e números desconhecidos. Matematicamente toda expressão algébrica que possuir uma igualdade em sua composição será chamada de equação. Assim, a igualdade apresenta-se como peça fundamental ao procurar os resultados de uma equação, pois é ela que relaciona uma operação matemática aplicada em alguns números com o seu resultado.

Para a aprendizagem da aritmética e da álgebra, é importante reconhecer as diferentes concepções do sinal de igualdade e utilizá-lo de forma correta para expressar relações. Visto que, quando os alunos não compreendem o sinal de igualdade na sua totalidade, restringindo apenas a sua noção operacional, limitam-se a memorizar apenas um conjunto de regras. Assim, como aludido por Trivilin e Ribeiro (2015), os alunos demonstrarão dificuldades na compreensão das equações e dos procedimentos/estratégias utilizadas na sua resolução, utilizando-se muitas vezes da aritmética, em que apenas substituem as letras por valores numéricos e/ou estratégias de natureza pré-algébrica, em que recorrem às operações inversas.

Sáenz-Ludlow e Walgamuth (1998) realizaram uma pesquisa, por meio de um experimento de ensino, ao longo de um ano, em uma sala do terceiro ano com crianças dos anos iniciais analisando as interpretações de igualdade e do símbolo de igual destas crianças. Os resultados desta pesquisa serão apresentados no minicurso e estes resultados são utilizados na fundamentação da elaboração das atividades

## Procedimentos Metodológicos

Iniciaremos as atividades por meio de slides a fim de explicarmos e questionar sobre o tema envolvido, com perguntas do tipo: o que significa a igualdade? e a igualdade relacionada a matemática? A concepção de igualdade que você relatou, é a mesma que lhe foi ensinada no ensino fundamental?

Nessa etapa a atenção dos participantes será de suma importância, pois, em seguida serão desenvolvidas as atividades. A turma será dividida em equipes e orientada sobre todas as regras que deverão ser obedecidas para iniciarem as atividades propostas.

O tempo de aplicação das três atividades - balança dos pesos, velha das equações e montando as equações-, e da parte teórica deverá ser de, no máximo, quatro horas. O público alvo é constituído por acadêmicos de matemática, professores do ensino superior, acadêmicos e professores da educação básica.

A primeira atividade a ser desenvolvida será a balança dos pesos. Nesta iremos dividir a turma em dois grupos, e em seguida com os grupos exploraremos a balança, e mostrar assim de uma forma atrativa como podemos ensinar os alunos a entender o significado da igualdade. O tempo para aplicação dessa atividade deve ser de entre 40 a 60 minutos, entre organização da turma dentro do local e a própria atividade.

**Figura 1:** Balança de dois pratos



**Fonte:** autoras.

A segunda atividade, velha das equações, consistirá em quatro ou cinco grupos, será entregue um tabuleiro a cada grupo, e os participantes disputarão entre eles. O objetivo deste jogo é o mesmo que o jogo da velha. Porém, o círculo (o) ou xis (x) pode ser marcado

somente se o participante resolver corretamente a equação sorteada, a qual estará afixada em tampinhas conforme mostra a Figura 2. Caso o resultado da equação esteja no tabuleiro, ele marcará seu símbolo, caso contrário, não marca no tabuleiro e passa para o adversário, e assim ganha aquele que conseguir três círculos ou xis em linha, seja horizontal, vertical ou diagonal. O tempo para aplicação dessa atividade deve ser de entre 50 a 60 minutos, entre organização da turma dentro do local e a própria atividade.

**Figura 2:** Velha das Equações



**Fonte:** autoras.

A terceira atividade a ser desenvolvida é denominada “montando as equações”, na qual também será desenvolvida em grupos. Nesta será entregue a cada grupo 20 cartas com números e símbolos, daremos um resultado possível aos grupos e, conseqüentemente, esses ficarão livres para formarem equações utilizando as cartas dadas. Por exemplo: “monte uma equação com 6 cartas que contenha o resultado 2”, assim os participantes montarão uma equação correspondente ao que foi pedido pelo orientador. O tempo para aplicação dessa atividade deve ser de entre 40 a 60 minutos, entre organização da turma dentro do local e a própria atividade.

## Referências

BANDARRA Laura, **O sinal de igual:** um estudo vertical. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Póvoa do Varzim. **Anais...** Póvoa do Varzim, 2011. p. 305-322. Disponível em: <<http://cmup.fc.up.pt/cmup/eiem/ grupos/ documents/17.Bandarrra.pdf>>. Acesso em: 14 mar. 2017.

BEHR, Merlyn. et al. How children view the equal sign. **Mathematics Teaching**, 92, 1980. p. 13-18.

CAVALCANTI, José Dilson Beserra; SANTOS, Marcelo Câmara dos. A saga do sinal de igualdade: mais de 450 anos de história. **Educação Matemática em Revista**, ano 13, n. 25, p. 33-36, dez. 2008.

CIVINSKI, Daiana Dallagnoli; BAIER, Tânia. O Sinal de Igualdade: Dificuldades Encontradas por Estudantes do Ensino Fundamental. In: IV SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 2014, Ponta Grossa-PR. **Anais...** Ponta Grossa: UTFPR/PPGECT, 2014. p. 1 - 11.

KIERAN, Carolyn. Concepts associated with the equality symbol. **Educational Studies in Mathematics**, 12, p. 317-326, 1981.

SÁENZ-LUDLOW, Adalira; WALGAMUTH, Catherine. Third graders' interpretations of equality and the equal symbol. **Educational Studies in Mathematics**, 35. Kluwer Academic Publishers. Netherlands, p. 135-187, 1998.

TRIVILIN, Linéia Ruiz; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento Matemático para o ensino de diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais do ensino fundamental. **Bolema**, Rio Claro, n. 51, p. 38-59, 2015.