# O ENSINO DE POLÍGONOS REGULARES POR MEIO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Ana Maria Foss
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)
anafoss@bol.com.br

Daniele Donel
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)
danidonel@hotmail.com

**Resumo**:
Em sala de aula, os alunos nem sempre são colocados em situações que tenham de agir para se tornarem sujeitos de sua aprendizagem, por exemplo, para encontrar diferentes soluções para a mesma questão ou para argumentar sobre a validade ou não de certa solução. Ensinar matemática exige do professor não só um conhecimento dos conteúdos, como também de métodos de ensino capazes de promover a aprendizagem de seus alunos, métodos estes que não se reduzam somente a livros, quadro e giz. Um dos procedimentos significativos que pode auxiliar o professor a tornar os conhecimentos matemáticos trabalhados na escola e a tornar suas aulas mais interessantes é o uso de materiais manipuláveis. Neste sentido, este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta do uso de materiais manipulativos para o ensino de diagonais de polígonos regulares inscritos na circunferência, com tábuas de madeira (cada uma possui a representação de um polígono regular inscrito na circunferência onde foram fixados pregos pequenos em seus vértices) e barbantes coloridos, soma das medidas dos ângulos internos de um polígono utilizando-se do mesmo material e de elásticos de borracha já que o uso dos materiais manipuláveis possibilita agir com objetos físicos representando objetos matemáticos para entendê-los abstratamente.
**Palavras-chave**: Materiais manipuláveis. Polígonos regulares. Diagonais. Soma dos ângulos internos.

## Atividades:

Incialmente definiremos polígonos regulares inscritos na circunferência utilizando o Datashow e em seguida proporemos algumas construções com compasso, régua e lápis.

Polígonos regulares inscritos na circunferência.

Quando consideramos 3, 4, 5, 6, ... pontos distintos sobre uma circunferência, as cordas consecutivas que ligam esses pontos determinam polígonos inscritos na circunferência.

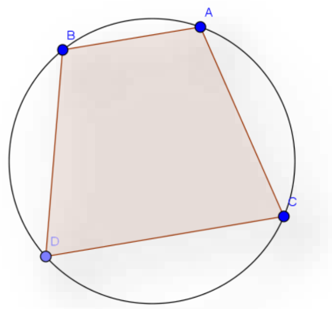


**Figura 1. Polígono inscrito na circunferência**

Fonte: as autoras.

Chamaremos as cordas$\overline{AB}$,$\overline{BD}$,$\overline{DC}$ e $\overline{CA}$ de cordas consecutivas.

**Definição:** Quando dividimos uma circunferência em n (com n>2) arcos congruentes, as cordas consecutivas delimitam um polígono regular de n lados, inscrito na circunferência. (CASTRUCCI, 2007).

Veja alguns polígonos regulares inscritos na circunferência:

- Ao traçarmos dois diâmetros perpendiculares, dividimos a circunferência em quatro arcos congruentes. As cordas consecutivas $\overline{AB}$,$\overline{BC}$, $\overline{CD}$, e $\overline{DA}$ delimitam um quadrado inscrito na circunferência.

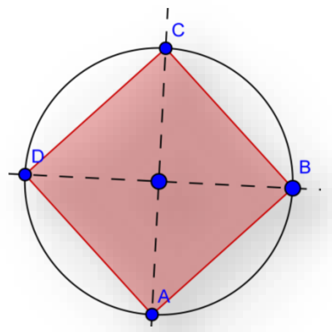


**Figura 2. Quadrado inscrito na circunferência**
Fonte: as autoras.

- Tomando-se o comprimento do raio, marcamos seis arcos congruentes na circunferência. As seis cordas consecutivas delimitam um hexágono regular inscrito na circunferência.
- Tomando-se o comprimento do raio, marcamos seis arcos congruentes na circunferência. As três cordas consecutivas $\overline{AB}$,$\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ delimitam um triângulo equilátero inscrito na circunferência.

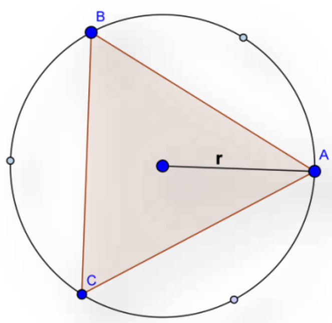


**Figura 3. Triângulo equilátero inscrito na circunferência**
Fonte: as autoras.

Atividade 1:Propor que os alunos tracem três circunferências de raio r= 3 cm cada uma em uma folha sulfite e delimitem um quadrado, um hexágono regular e um triângulo equilátero, todos inscritos em uma das circunferência conforme dicas (propriedades), dadas nos exemplos acima.

Em seguida, continuaremos com a exposição relatando elementos de um polígono regular inscrito

Elementos de um polígono regular inscrito

- Na figura 4, o raio de comprimento r da circunferência em que está inscrito o polígono regular é também chamado raio do polígono regular.

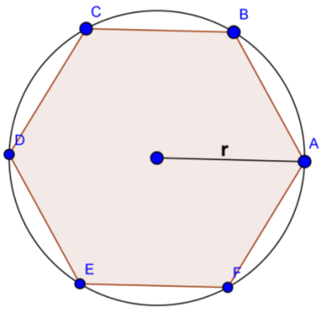


**Figura 4. Raio do polígono resgular**
Fonte: as autoras.

- O ângulo ɵ, representado na figura 5 e cujo vértice está no centro da circunferência e cujos lados passam por dois vértices consecutivos do polígono, chama-se ângulo central. Sua medida é dada por $\frac{360°}{n}$, sendo n o número de lados do polígono.

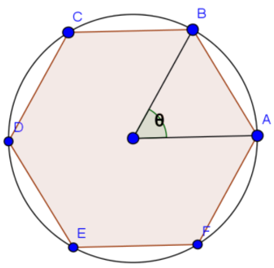


**Figura 5. Ângulo central**
Fonte: as autoras.

- Em um polígono regular, todos os ângulos internos são congruentes.

- O segmento do centro O até o ponto médio M de um lado do polígono regular chama-se apótema do polígono (ver figura 8). Sua medida é, normalmente, representada por a.

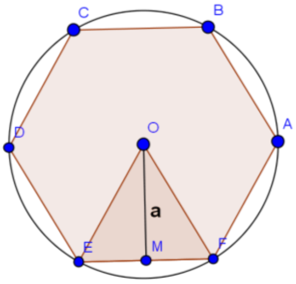


**Figura 6. Apótema do polígono**
Fonte: as autoras.

Observação: Como o triângulo EOF é isósceles, o apótema $\overline{OM}$ representa a altura e a mediana relativas ao lado $\overline{EF}$.

Diagonal de um polígono.

Definição: Chama-se diagonal de um polígono todo segmento que une dois vértices não consecutivos. (IEZZI et al, 2009).

Número de diagonais de um polígono.

Atividade 2:Dividir os alunos em grupos e entregar a cada grupo um pedaço de madeira o qual possui a representação de um polígono regular inscrito em uma circunferência onde foram fixados pregos pequenos em seus vértices e delimitado o polígono em questão com barbante colorido. Cada grupo receberá um polígono de lado n≥5. Propor que os alunos determinem as diagonais (com um barbante de cor diferente do usado para delimitar o polígono) dos polígonos.

**Figura 7. Foto do Material**
Fonte: http://jaqueeade.blogspot.com.br/2011/11/as-dificuldades-encontradas-por-alunos.html.

Após a contagem, cada grupo deve procurar trocar de polígono com outro grupo até que completem o quadro1. Em seguida, faz-se a socialização dos resultados obtidos fazendo com que cada grupo apresente o número de diagonais encontradas para a turma, explicando como obtiveram tal resultado. Em caso de uma explicação falha ou incorreta (podem surgir resultados em que os alunos considerem duas vezes a mesma diagonal ou considerem lados como sendo diagonais, etc.), o professor deve intervir, questionando de modo com que os alunos reflitam, objetivando que cheguem a uma conclusão considerada correta.

| Nome do polígono | Número de lados (n) | Número de diagonais (d) |
|---|---|---|
| | Três | |
| | Quatro | |
| | Cinco | |
| | Seis | |
| | Sete | |
| | Oito | |
| | Nove | |

**Quadro 1. Completar as diagonais de cada polígono**
Fonte: as autoras.

Após a realização dessa atividade, incentivar a turma a estabelecer uma relação entre o número de diagonais feitas em cada vértice e o número de lados do polígono respondendo as questões abaixo sugeridas.

1) Cada vértice dá origem a quantas diagonais:
   a) Em um polígono de três lados?
   b) Em um polígono de quatro lados?
   c) Em um pentágono?
   d) Em um hexágono?
   e) Em um polígono de sete lados?
   f) Em um polígono de oito lados?
   g) Em um polígono de n lados?
2) Responda:
   a) Se o polígono tem três vértices, esses dão origem a quantas diagonais?
   b) Se o polígono tem quatro vértices, esses dão origem a quantas diagonais?
   c) Se tivermos um pentágono, ou seja, polígono com cinco vértices, esses vértices dão origem a quantas diagonais?
   d) Se o polígono tem seis vértices, esses dão origem a quantas diagonais?
   e) Se o polígono tem sete vértices, esses dão origem a quantas diagonais?
   f) Se o polígono tem oito vértices, esses dão origem a quantas diagonais?
   g) Se o polígono tem n lados, ou seja, n vértices, esses dão origem a quantas diagonais?
3) O número de diagonais encontradas para cada um dos polígonos mencionados no exercício 2 condiz com o resultado encontrado na atividade que marcamos as diagonais com barbantes? Se a resposta for não, justifique.
4) Então o número de diagonais de um polígono de n lados é dado por:

Posteriormente faz-se uma socialização das ideias buscando deduzir intuitivamente a fórmula d=$\frac{n*(n-3)}{2}$por meio do material.

Formalização:

Vamos chamar de$A_1$,$A_2$,$A_3$,..., $A_n$ os vértices de um polígono de *n* lados.

Com extremidade em um dos vértices do polígono (vértice $A_1$, por exemplo), há (n-3) diagonais, porque ligando $A_1$ com cada um dos demais vértices – com exceção de $A_1$, $A_2$ e $A_n$- obtemos diagonais.

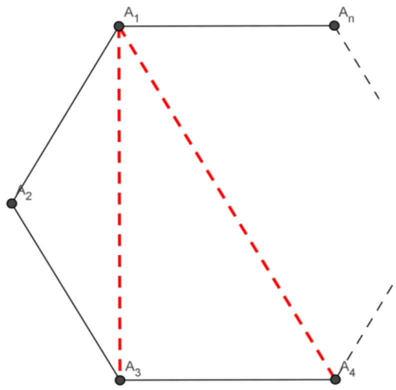


**Figura 8. Diagonais no polígono de *n* lados.**
Fonte: as autoras.

Se temos (n-3) diagonais em cada vértice, então com extremidades nos $n$ vértices teremos n(n-3) diagonais.

Nesse processo de contagem, cada diagonal é contada duas vezes, pois tem extremidades em dois vértices. Por exemplo, a diagonal $\overline{A_1A_3}$ (com extremidade em $A_1$) e a diagonal $\overline{A_3A_1}$ (com extremidade em $A_3$) foram contadas como duas diagonais, quando, na realidade, são uma única diagonal $\overline{A_1A_3}$=$\overline{A_3A_1}$.

Concluindo, o número de diagonais, *d*, de um polígono de *n* lados é dado por:

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

Soma da medida dos ângulos internos de um polígono.

Atividade 3: Para obter a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono, basta dividir o polígono em triângulos por meio de diagonais que partem de um vértice. Assim com borrachinhas coloridas pede-se aos alunos que com os materiais da atividade anterior determinem esses triângulos e a partir disto, sabendo-se que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180° (o que pode ser mostrado intuitivamente construindo um triângulo em uma folha sulfite e em seguida dividi-lo em três partes, cada uma contendo um ângulo e em seguida juntá-los para perceber que a junção deles forma um ângulo raso) calculem a soma das medidas dos ângulos internos dos polígonos do quadro 1 e preencham no respectivo local do quadro 2.

| Nome do polígono | Número de lados (n) | Soma das medidas ângulos internos de um polígono(S) | Medida de um ângulo interno do polígono regular |
|---|---|---|---|
| | Três | | |
| | Quatro | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Cinco | | |
| | Seis | | |
| | Sete | | |
| | Oito | | |
| | Nove | | |

**Quadro 2. Completar os ângulos**
Fonte: as autoras.

Após a realização da atividade acima incentivar os alunos a estabelecer uma relação entre o número de lados e o número de triângulos formados por diagonais que partem de um vértice.

1) Responda:
   a) Para um polígono de três lados quantos triângulos obtêm-se?
   b) E em um polígono de quatro lados? (Lembre-se que os triângulos não se sobrepõem, pois são formados por meio de diagonais que partem de um vértice).
   c) E em um polígono de cinco lados?
   d) E em um polígono de seis lados?
   e) E em um heptágono?
   f) E em um octógono?
   g) E em um polígono de n lados?
   2) Sabendo que a soma das medidas dos ângulos internos de UM triângulo é 180°, então como obtemos a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados?
   3) Sabendo que em um polígono regular as medidas dos ângulos internos são congruentes, então como podemos calcular a medida de um ângulo interno?

Posteriormente faz-se uma socialização das ideias buscando deduzir intuitivamente a fórmula $S = (n-2)\cdot\ 180°$ por meio do material.

Formalização:
Então a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono é dada por:

$$S = (n-2)\cdot\ 180°$$

Número de lados menos 2.

Em um polígono regular, todos os ângulos internos são congruentes e, se o polígono tem n lados, a medida de cada um é dada por $\frac{(n-2).180°}{n}$.

**Referências:**

GIOVANNI JR, J. R. CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. Volume único. Edição renovada. São Paulo. FTD. 2007. (Coleção A conquista da matemática).

IEZZI, G. DOLCE, O. MACHADO, A. **Matemática realidade**. 6ª edição. Editora Atual. São Paulo, 2009.

Luiz Fernando. **Polígonos regulares**. Disponível em: <http://www.matematicamuitofacil.com/poligonosdiag.html>. Acesso em: 16 jun. 2016.