"DESCUBRA!": ATIVIDADE PARA A SALA DE AULA A PARTIR DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Wynston Anunciado Olimpio
Universidade Estadual de Maringá
wynston.a.o@gmail.com

Lucieli Maria Trivizoli
Universidade Estadual de Maringá
lmtrivizoli@uem.br

Resumo:
O presente trabalho apresenta alguns resultados das ações que têm sido desenvolvidas em um Projeto de Iniciação Científica, no Departamento de Matemática na Universidade Estadual de Maringá. Na perspectiva da História na Educação Matemática tem-se interesse em questões relacionadas a como a História da Matemática pode ajudar professores e alunos nas aulas de matemática. Apesar de a História da Matemática ser considerada como parte fundamental no ensino de matemática, seu uso pode ser considerado problemático por alguns professores pelo fato de haver pouca quantidade de literatura em português e organizadas como tarefas de aprendizagem prontas para ser utilizadas pelo professor em sala de aula, e isso pode ser um dos motivos para dificultar a efetiva utilização pedagógica da história. Desse modo, neste trabalho apresentaremos a tradução e estudo de uma das atividades baseadas em problemas históricos que podem ser encontradas no livro "Learning Activities from the History of Mathematics" de Frank J. Swetz (1994).
Palavras-chave: História da Matemática. Atividades para sala de aula. Informações históricas.

Atividades baseadas em informações históricas

Os estudos na perspectiva da História na Educação Matemática têm interesse na questão de como a História da Matemática pode ajudar professores e alunos de matemática. A utilização da História da Matemática na sala de aula deve ser vista como parte fundamental no ensino de matemática, entretanto, seu uso pode ser considerado problemático a alguns professores pelo fato de haver pouca quantidade de literatura e isso impede efetiva utilização pedagógica da história. Este trabalho tem por objetivo apresentar a tradução e o estudo de atividades baseadas em problemas históricos que podem ser encontradas no livro "Learning Activities from the History of Mathematics" de Frank J. Swetz (1994), além de conhecer aspectos da História da Matemática e matemáticos que estão envolvidos com cada um dos problemas estudados e traduzidos e discutir aspectos da perspectiva histórica no ensino de Matemática. Este trabalho é parte das ações que têm sido desenvolvidas em um Projeto de Iniciação Científica, no Departamento de Matemática na Universidade Estadual de Maringá.

A metodologia deste trabalho se faz através da pesquisa bibliográfica. Após uma busca de um levantamento do referencial já editado em relação à temática do estudo em periódicos, monografias, dissertações, teses, livros, boletins, artigos científicos, documentos eletrônicos, entre outros, concluímos que há poucos materiais em português voltados a estudos na perspectiva da História na Educação da Matemática e que se mostram como tarefas de aprendizagem prontas para ser utilizadas pelo professor em sala de aula. No livro que foi estudado há 21 "Historical Learning Tasks" (HLT's), ou seja, Tarefas de Aprendizagem Históricas.

As HLT's são constituídas em três partes: a primeira consiste nas informações históricas contidas nas atividades que são necessárias para a resolução das atividades; a segunda parte são as atividades propriamente ditas. A terceira e última parte é o guia do professor, com sugestões de como o professor pode fazer as abordagens e intervenções necessárias ao dirigir determinada atividade; quais são os materiais necessários e as possíveis respostas que os alunos podem encontrar. Estas atividades estão conectadas a experimentações e investigações, que trazem consigo o sentido de explorar o desconhecido para obter descobertas matemáticas.

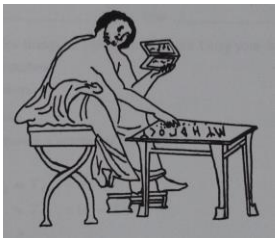
Estas atividades são para o uso em sala de aula com eventuais adaptações, foram produzidas pelo autor (SWETZ, 1994) para proporcionar um olhar a diferentes situações de ensino com possíveis associações de ideias históricas de vários conteúdos da matemática, tais como a geometria e a álgebra por exemplo.

Neste trabalho vamos apresentar a tradução de uma destas tarefas. A atividade que escolhemos para exposição foi: Figure Out! – Descubra!, que trabalha os números figurados e tem por objetivo reconhecer os padrões e praticar o raciocínio indutivo.

HTL: Descubra!

Alguma vez você já ouviu a expressão "ele(a) é bom com números" e se perguntou de onde é que veio? Isto significa que alguém é bom em trabalhar com números, em fazer cálculos, bom com a matemática. Mas o que essa expressão traz sobre o conceito de números?

Figura 1: Homem fazendo cálculos



Fonte: Swetz (1994)

O autor (SWETZ, 1994) inicia a HTL trazendo uma discussão sobre a expressão em inglês '*good at figures*'. Em português poderíamos associar essa expressão 'bom em pensar' 'bom em imaginar' 'bom em descobrir' e uma expressão bastante conhecida para quem gosta e ou trabalha com matemática é 'você é bom com números'. Os antigos pitagóricos eram obcecados com o conceito de número, para eles "tudo era número". Eles procuravam significados místicos nos números e manipulavam- os de várias maneiras. Um exemplo disso, era ver o número de maneira geométrica, isto é, os pitagóricos construíam uma arrumação geométrica de pontos, na qual, a soma total de pontos representava um número. Por exemplo, se fizéssemos uma arrumação de dez pontos estaríamos representando o número 10, e então, se esta arrumação formasse uma figura geométrica específica, essa figura seria associada com o número. Hoje em dia, esses números são chamados números poligonais ou números figurados – números associados com figuras geométricas.

Nesta atividade são considerados duas classes de números figurados: os números triangulares, representados por triângulos de pontos, e números quadrados representados por quadrados compostos de pontos.

Na atividade, os números triangulares serão representados por T_n, em que n indica a ordem do número. Por exemplo, T_3 é o terceiro número triangular. E, analogamente, usaremos S_n para representar os números quadrados. Os três primeiros números triangulares e quadrados são:

$$T_1 = 1, T_2 = 3, T_3 = 6$$
$$S_1 = 1, S_2 = 4, S_3 = 9$$

1) Continue a construir alguns dos próximos números triangulares e quadrados. Use a representação de suas figuras:
   a) Liste os seis primeiros números triangulares.
   b) Liste os seis primeiros números quadrados.

2) Seja $T_n =$ enésimo número triangular.

Verifique que $T_n = T_{n-1} + n$, em que n é igual ao número de pontos adicionados. Assim:

$$
\begin{aligned}
T_n &= T_{(n-1)} + n \\
&= T_{n-2} + (n-1) + n \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

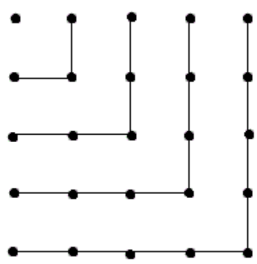
Generalize o resultado deste processo para encontrar uma afirmação ou fórmula algébrica que descreva o valor para qualquer T_n, dado o valor para n, isto é, encontre:

$$T_n = f(n)$$

(Sugestão: desenhe um retângulo constituído por dois números triangulares de mesmo 'tamanho'. Qual é o número total de pontos em seu retângulo?)

3) Seja $S_n =$ enésimo número quadrado, então $S_n = n^2$ par todo n. Geometricamente verifique o fato de que $S_n = T_n + T_{n-1}$, ou seja, todo número quadrado pode ser representado como a soma de dois números triangulares. Use o resultado que você encontrou no exercício 2 para desenvolver uma expressão algébrica para essa relação.

4) Visualizando um número figurativo, você pode encontrar muitos padrões geométricos. Frequentemente, você pode usar esses padrões para desenvolver relações matemáticas úteis. Considere um padrão encontrado em um número quadrado:



O número representado por cada configuração ⌟ é um número ímpar. Use esse padrão para encontrar a soma dos n positivos inteiros ímpares consecutivos.

5) O matemático hindu Aryabhata I (c.a 500 D.C.) desenvolveu a fórmula para a soma dos números triangulares:

$$T_1 + T_2 + T_3 + \cdots + T_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

Use o que você sabe sobre os números triangulares e suas propriedades para verificar esta fórmula.

6) O matemático grego Archimedes (287 – 212 A.C) desenvolveu uma fórmula para a soma dos números quadrados:

$$S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Os alunos devem verificar esta fórmula.

HTL: Descubra! : Guia para o professor

Objetivo de Aprendizagem Matemática: Reconhecimento de padrões; prática do raciocínio indutivo.

Materiais Necessários: Folha quadriculada.

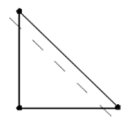
Notas e Sugestões: A ilustração no início da HTL 1 (figura1) foi retirada de um vaso grego de cerca de 500 A.C. Ela mostra um homem fazendo cálculos usando uma tábua e uma tabela de calcular. Lembrando que os gregos usavam letras do seu alfabeto para representar os números, então as figuras que estão sobre a mesa (tábua) são os números, na realidade.

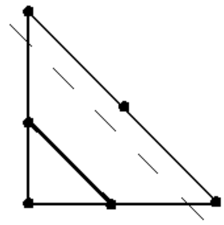
Este é um esboço da atividade. Incentive os alunos a desenhar os números figurados e explorar suas propriedades gráficas. Todas as soluções para o exercício, podem ser encontradas dessa maneira.

1) a) 1, 3, 6, 10, 15, 21

   b) 1, 4, 9, 16, 25, 36

2) Por meio da construção de alguns números triangulares, os alunos podem perceber a propriedade $T_n = T_{n-1} + n$, no entanto isso pode ser mais claro por meio da utilização de um diagrama:





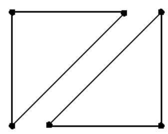
$T_1 = 1 \quad + 2 = T_2$ $\qquad$ $T_2 = 3 \quad + 3 = T_3$

Generalizando a expressão para T_n deve-se mostrar que $T_n =$ a soma dos primeiros n números naturais, por exemplo:

$$T_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$T_8 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

Usando essa dica, com dois T_3, podemos formar um retângulo:

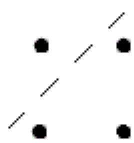


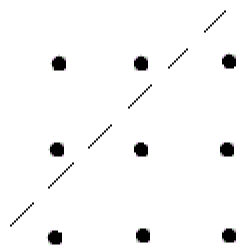
$$2\,T_3 = (3)(4) \Rightarrow \; T_3 = \frac{(3)(4)}{2}$$

Então $2T_n = (n)(n+1)$, ou,

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

3)





$S_2 = T_1 + T_2$ $\qquad$ $S_3 = T_2 + T_3$

Em geral,

$$S_n = T_n + T_{n-1}$$

Portanto pelo resultado no passo 2:

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2} = n^2$$

4) Para o padrão mostrado, nós encontramos $1+3+5+7+9=5^2=25$. Portanto, a soma dos primeiros n inteiros consecutivos será:

$$1+3+5+\cdots+(2n+1)=n^2$$

5) Aos alunos cabe apenas verificar a fórmula (isto é, ver se ela realmente funciona). Usando uma calculadora, eles podem experimentar vários conjuntos de valores para T_n, e testar esta fórmula. Por exemplo,

$$1+3+6+10+15+21=\frac{(6)(7)(8)}{6}=56$$

6) Similarmente,

$$1+4+9+16+25+36=\frac{(6)(7)(13)}{6}=91$$

Considerações

Nessa atividade foram considerados os números triangulares e os números quadrados, classe de números figurados que os antigos pitagóricos manipulavam. Assim, entendemos que essas atividades podem ser utilizadas pelos professores para trabalhar em sala de aula conectando informações históricas na aprendizagem de matemática.

Referências

SWETZ, Frank J. **Learning Activities from the History of Mathematics**. Portland: J. Weston Walch Publisher, 1994.