

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS EM QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO PISA: UMA LEITURA DA FALA DE UMA ALUNA DO NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Diego de Jesus Ferreira¹
Universidade Estadual de Maringá
ferreirajdiego@hotmail.com

Resumo:

É objetivo deste trabalho compreender o que o aluno fala sobre sua produção escrita em provas de Matemática. Para tanto, foi feita *uma* leitura plausível da fala de uma aluna do nono ano, em uma questão que envolve Álgebra, compreendendo os significados matemáticos e não-matemáticos que ela dá a sua produção escrita. Essa leitura foi fundamentada no aporte teórico do Modelo dos Campos Semânticos. A pesquisa é de cunho qualitativo do tipo estudo de caso realizada em uma das escolas do agreste sergipano da rede estadual de ensino. A coleta de dados foi feita inicialmente por meio da escrita da aluna em uma questão dos itens liberados do PISA, seguida de uma entrevista aberta, em que foram coletadas enunciações que serviram de base para minha *uma* leitura. Concluímos que essa aluna encontra no professor legitimidade que lhe autoriza a produzir estas enunciações. Portanto, cabe ao professor “aprender” a ensinar os alunos a caracterizarem a Matemática em seus diferentes ramos, motivar a leitura Matemática em sala de aula e valorizar as possíveis leituras e significados que os alunos vão produzindo em todo o contexto de aprendizagem em aulas de Matemática.

Palavras-chave: Enunciações. Produção de Significados. Modelo de Campos Semânticos.

Introdução

Desde sempre, nós seres humanos – seja por necessidade afetiva, por interesses pessoais, ou por qualquer outro objetivo que se tenha em relação a sua necessidade de sobrevivência – temos a necessidade de nos relacionarmos com os pares. E ao passar dos anos o homem vem buscando vários meios para que esse relacionamento se estabeleça e se fortaleça. Uma das formas utilizadas pelo homem é a comunicação. Por meio dela, o homem recebe e transmite dados, possibilitando assim, um relacionamento mais estreito entre ele e seus pares. Desde os primórdios o homem vem se comunicando (e se aprimorando) de várias formas: desenhos, gestos, símbolos, expressões faciais, tecnologias e principalmente pela fala. E é sobre esta última que gostaríamos de refletir um pouco, e sobre ela, repousar este trabalho.

¹ Doutorando do Programa de Pós – Graduação em Educação para a Ciências e a Matemática– PCM - UEM

No âmbito educacional o processo comunicativo pode ocorrer de vários modos, e pretendemos neste trabalho, focar e expor uma comunicação centrada na fala de uma aluna do nono ano sobre aquilo que ela escreve em provas de Matemática e como esta fala se relaciona com a comunicação existente na sala de aula de Matemática entre professor e aluno, assim como na produção de significados produzida neste espaço. Ser professor e estar preocupado com o processo de comunicação e com a produção de significados pode possibilitar ao aluno um relacionamento mais estreito entre ele e o professor em sala de aula de matemática, podendo assim, facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Diante dos resultados que poderemos encontrar nesta pesquisa, poderemos concluir que, como professores, devemos levar em consideração tudo o que é ensinado, preocupando-nos sempre em dar ao aluno uma oportunidade de interpretar de maneira significativa aquilo que é ensinado/aprendido nas aulas de Álgebra em matemática, seja na fala do professor durante a exposição dos conteúdos, seja na sua produção escrita em cadernos, livros, etc.

O que os alunos produzem de significado a partir desta interpretação durante o processo de comunicação entre eles e o professor de matemática? Diante desta indagação que alguns professores têm em sala de aula, é necessário que entendamos a produção de significados de nossos alunos. Desta forma, acreditamos que a partir do momento que o professor passa a se preocupar com algum tipo de significação, e transmite isto para o aluno no processo de comunicação, este discente pode repensar sua escrita antes de ser concluída, possibilitando o aluno a trabalhar com uma Matemática fundamentada em significados matemáticos, proporcionando assim, conhecimento. Dentro do campo da matemática, e dos processos comunicativos que podem ocorrer em sua formação, centramos nossa conversa no campo algébrico matemático e na produção de significados ali existentes.

Buscando desencadear reflexões em professores, pesquisadores e em professores-pesquisadores, a partir do exposto acima, sugerimos neste trabalho, expor os resultados de uma pesquisa de dissertação de mestrado em um Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e em Matemática². O objetivo geral da pesquisa foi “Compreender o que os alunos falam sobre sua produção escrita em provas de matemática”, no que se refere ao estudo da Álgebra em uma turma do nono ano de uma Escola da Rede Estadual de Ensino de Sergipe. O primeiro passo da pesquisa foi estudar as origens da inserção do estudo da Álgebra no currículo de Matemática e como ela vem se desenvolvendo e sendo feita em Sala de aula. Em seguida, propomos uma avaliação a uma aluna, com uma questão que faz um tratamento algébrico. A questão foi

² Ferreira (2014)

retirada dos itens liberados do “Programme for International Student Assessment” – PISA³. Os detalhes da questão e da escolha da aluna, serão apresentadas a seguir. Para termos melhor compreensão sobre a produção escrita da aluna nesta prova, decidimos entrevista-la, visando obter, por meio de sua fala, os significados matemáticos e não-matemáticos sobre aquilo que ela produziu. Todo o trabalho foi fundamentado no aporte teórico do Modelo dos Campos Semânticos⁴ - MCS, desenvolvido por Lins (1999, 2012).

Fundamentação Teórica

Um número razoável de estudos, tais como: Gil (2008), Lins e Gimenez (1997) e Coxford e Shulte (1995) têm falado e pesquisado sobre a Álgebra e sua inserção na Educação Básica, seu objetivo (SILVA; SAVIOLLE, 2011) e como ela vem sendo vista por alunos (ANGELO, 2012) e professores (ARAUJO, 2008) no processo de ensino e aprendizagem da Matemática que tanto apresenta desinteresse por parte dos discentes (HOUSE, 1997). Dando continuidade, desejamos acrescentar a estes estudos mais uma reflexão sobre o tema, e na oportunidade, possibilitar novos caminhos para o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra.

Produções Algébricas: Como eles entendem?

Consideramos este momento como sendo de grande valia para nossa escrita. Não pretendemos aqui, apresentar a produção em Álgebra focada no resultado da falta ou da presença do conhecimento algébrico, mas nos processos que perpassam a construção desse conhecimento. Cremos que ao produzirem algo, os alunos não expressam necessariamente o que aprenderam ou deixaram de aprender, mas sim o que eles entenderam de algo. Justificamos isso, defendendo que, quando o aluno escreve ou produz algo, não o faz segundo os significados dados pelos professores, mas nos modos de significados constituídos por ele durante a aula. Sendo assim, buscando entender o que eles produzem, propusemos nesta pesquisa, analisar enunciações sobre o que escrevem em suas produções algébricas, de modo que possamos auxiliá-los na busca de um pensamento algébrico que o possibilite desenvolver capacidades de

³ O PISA é uma iniciativa de avaliação comparada, aplicada de forma amostral a estudantes matriculados a partir do 8º ano do ensino fundamental na faixa etária dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países.

⁴ Método de Análise desenvolvido por Rômulo Campos Lins em sua tese de doutorado – *A framework for understanding what algebraic thinking is* – defendida em agosto de 1992.

estruturação e generalização necessárias ao estudo da Álgebra, ajudando deste modo a reescrever o papel da Álgebra na Educação Básica. Mas antes, faremos nos tópicos posteriores, uma apresentação da teoria que utilizaremos para realizar a nossa *uma* leitura das enunciações, a Teoria do “Modelo dos Campos Semânticos”.

Modelos dos Campos Semânticos

Quando desencadeamos nossa pesquisa, ela surgiu do interesse de fazermos uma análise das enunciações de uma aluna sobre o que ela escreveu. Não pretendíamos naquele momento, direcionar a atenção, o foco, somente para os acertos, tampouco para os erros cometidos. O que realmente pretendíamos era fazer uma análise da fala da aluna sobre aquilo que ela escrevia sobre Álgebra. Diante da nossa proposta de analisarmos a fala da aluna percebemos que ela parte do mesmo princípio do MCS: entender o processo de dar significados às coisas.

Nossa análise foi constituída da *leitura plausível* que fizemos do que a aluna diz, em que nós *leitores*, analisamos os significados para a fala do “o” *autor* (aluna-autora) por meio dos seus *resíduos* (o que efetivamente restou de sua fala), formando assim, um espaço comunicativo entre autor e leitor – interlocutores. Lins (2012, p. 18) fala que o MCS “serve para articular produção de conhecimento, significado” e mais à frente, diz que o MCS “oferece: um quadro de referência para que se possam produzir leituras suficientemente finas de processo de produção de significados”. Fazendo uma releitura do que pretendíamos com esta pesquisa, percebemos exatamente que as respostas que tanto procurávamos, poderiam ser encontradas na teoria do MCS. Além disso, para Silva (2003) citado por Santos (2007, p. 40), este modelo teórico possui alguns interesses que foram diretamente ao encontro de nossas necessidades. O interesse do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (i) não é olhar para estados e produtos e sim para os processos; (ii) é entender o que as pessoas dizem e por que dizem o que estão dizendo, em vez de avalia-las pelo erro, o que se caracteriza como uma leitura positiva do processo de produção de significados.

Além disso, o que o Modelo Teórico dos Campos Semânticos busca é uma explicação plausível para o processo de produção de significados. Mas, antes de adentrarmos nas análises dos processos de produção de significados dado pelo MCS, apresentaremos o modelo teórico, seus termos, suas noções centrais e como ele se relaciona com a proposta geral desta pesquisa. O que realmente nos traz interesse é a produção de significado dos alunos para o que eles

escrevem e, para Lins (2012), esta produção de significado acontece quando o aluno fala, ou seja, quando acontece uma enunciação.

Porém, esta enunciação não deve ser analisada em seu modo estático, mas durante sua produção, no processo. O processo de construção de significação repousa sobre um objeto, e este por sua vez, vai se constituindo no momento que se fala sobre ele. A significação ocorre neste momento, pois no MCS o significado de um objeto é o que se diz sobre ele e dele. Não podemos pensar aqui que este “diz sobre ele” repousa sobre o que poderia ou tentaria falar, mas o significado está diretamente ligado sobre o que ele enuncia efetivamente daquele determinado objeto dentro de uma atividade. Para Lins (2012, p. 12) “um conhecimento [...] existe em sua enunciação e deixa de existir quando ela – a enunciação – termina”. Por outro lado, Santos (2007, p. 46) comenta que “dizer que um sujeito produziu significados é dizer que ele produziu ações enunciativas”. Concluimos, que no momento que o sujeito produz a enunciação, ele está produzindo conhecimento e significado.

Cada fala – conhecimento e significado – é constituída de verdades considerada pelo MCS como sendo uma crença-afirmação – também considerada como estipulação local – de algo que o sujeito acredita, como também de *justificações*, tudo que o sujeito entende como lhe dando autoridade de dizer aquilo que ele diz.

Por sua vez, as *justificações* não são uma explicação para o que se diz, mas o que se trás como verdadeiro de um conhecimento já produzido e que é *legitimado* a partir daquilo que se é e tem, dando assim a autoridade de dizer o que se diz.

A justificação deve ser parte constitutiva de um conhecimento (e não apenas um acessório para se verificar se o sujeito tem o direito de dizer que conhece isto ou aquilo). É assim porque de outro modo não é possível distinguir o conhecimento de uma criança e de um matemático quando dizem que “ $2+4 = 4+2$ ”, e isso não seria bom. (LINS, 2012, p. 12).

Quando acontece uma enunciação, o *interlocutor* produz significados e acredita que o ouvinte diria a mesma coisa que ele está dizendo. As *legitimidades* da enunciação surgem do autor pensar fazer parte de um mesmo espaço comunicativo que por sua vez é formado por *interlocutores*. Podemos dizer que *os interlocutores* legitimam as *enunciações*. Deste modo, *os interlocutores* dão *legitimidade* às *justificativas*, produzindo conhecimento e significado. É importante citar que no MCS *os espaços comunicativos* não são formados por sujeitos biológicos – seres com quem converso – mas por *sujeitos cognitivos*. Vamos entender um pouco mais sobre isso.

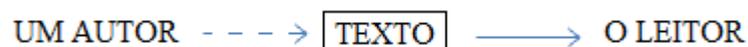
Para que tenhamos um espaço comunicativo, é necessário termos interlocutores, pois no momento que compartilhamos interlocutores, formamos este espaço. Neste local, tudo o que é dito, é dito na direção dos interlocutores que, por sua vez, produzem significado dialógico. Ou seja, no espaço comunicativo, quando falamos, não falamos para pessoas – seres biológicos – mas para o sujeito cognitivo, aquele interlocutor que me autoriza a dizer o que eu digo. Para o MCS, no momento em que são constituídos os interlocutores, e por consequência, o espaço comunicativo, começa a ocorrer a comunicação, cujo conceito é diferente da noção tradicional.

No processo de comunicação, para o senso comum, consideramos a tríade *emissor-mensagem-receptor* como sendo necessária para que aconteça a transmissão. Porém, o que importa para o MCS não é a transmissão de uma informação, mas sim, a transmissão de significado. Ele adota então, uma nova tríade: *texto, autor e leitor*. Vejamos como elas ocorrem. Tomemos como ponto de partida, o “o autor”. Quando ele fala, ele faz isso na direção de um alguém. Mesmo que esta fala esteja direcionada para um ser biológico, o autor fala para um ser cognitivo que ele constituiu, o interlocutor, o “um leitor”.

Deste modo, consideramos que “o autor” fala para este “um leitor”. Sobre isto, Lins (2012, p. 14) comenta que “Quem produz uma enunciação é o autor. O autor fala sempre na direção de um leitor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o autor”.

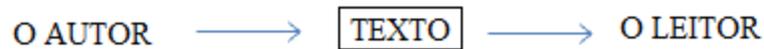


A existência deste pontilhado entre o TEXTO e o UM LEITOR, ocorre pelo fato de que a transmissão ocorreu apenas para O AUTOR, e que esta, por sua vez foi direcionada para um leitor – interlocutor, ser cognitivo – constituído pelo “o autor”. Quando este um leitor recebe o texto, ele deixa de ser um leitor, e passa a ser O leitor, que por sua vez, constitui UM autor, e tomando como referência, o que este UM autor diria que O leitor produz significado. Este UM autor constituído pelo O leitor, em última instância é o interlocutor – o ser cognitivo – para qual O leitor dirige sua fala. Em outras palavras, “O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o leitor.” Lins (2012, p. 14).



De igual modo, o pontilhado entre o UM AUTOR e o TEXTO, ocorre pelo fato de que a transmissão só ocorre na mente do leitor. No momento em que o leitor começa a falar –

lembrando que no MCS, isso significa, produzir significado – ele passa a ser o autor, de igual modo que o autor, também se torna leitor. Neste processo, ambos começam a fundir-se, pois um vai falando o que o outro diria, com a mesma autoridade que o outro teria, dando assim, a sensação de comunicação efetiva entre autores e leitores, misturando as imagens.



O *resto* deste processo é o que Lins (2012, p. 27) chama de resíduo, ou seja, “algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém”. O texto quando revestido de significado, torna-se, portanto, o resíduo da enunciação.

Percurso Metodológico

Nossa proposta foi de fazermos a análise da fala de uma aluna sobre aquilo que ela produziu em provas de Matemática que envolvessem Álgebra. A partir dessas enunciações, faríamos UMA leitura das falas dando enfoque à produção de significados que ela produziu no momento da realização da prova. Nos tópicos a seguir, descreveremos detalhadamente todos os passos que percorremos.

Escolha da Aluna

O projeto fora desenvolvido em uma das escolas da rede estadual de ensino no município de Ribeirópolis - Sergipe. Decidimos desenvolver o projeto no Colégio Estadual “João XXIII”. A escola contava com 5 (cinco) professores de matemática, nos 3 (três) turnos de funcionamento. Decidimos optar pelo professor José Airton⁵, pelo fato deste ter sido meu professor de Matemática em toda a Educação Básica. Por consequência de ter escolhido esse professor, já teríamos a turma para trabalhar, pois cada professor possuía uma turma do nono ano. A turma que ele lecionava era o 9º ano turma “B”, com 28 alunos. A colaboradora escolhida pelo professor foi a Daiane, pois segundo o mesmo, ela apresentava boas notas na disciplina de Matemática e quase sempre, participava ativamente das aulas de matemática. Em suma, nossa pesquisa foi realizada no município de Ribeirópolis – SE, no Colégio Estadual “João XXIII”,

⁵ Todos os nomes citados nesta pesquisa são fictícios.

na turma do 9º Ano “B” do Professor de Matemática José Airton. A seguir, apresentaremos como fora escolhida a questão que aplicamos a aluna e os passos seguintes.

Escolha das questões

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s), os conteúdos que forem abordados em sala de aula devem relacionar-se com quatro eixos, porém, podem variar em quantidade e importância de acordo com a realidade do estado e município, ou até mesmo, as circunstâncias e necessidades da unidade escolar e da própria sala de aula. Dentro desta realidade, as provas (inter)nacionais aplicadas aos alunos do ensino básico tais como Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB e PISA, partem dos pressupostos elencados nos PCN’s, de modo que estes sejam avaliados dentro dos conhecimentos matemáticos direcionados nestes parâmetros. Abaixo, apresentamos a questão retirada dos itens liberados de Matemática aplicada no PISA em 2009, em que o Brasil ficou em 57º lugar em matemática, em uma avaliação realizada em 67 países.

A escolha pela questão destaca-se por fazer um tratamento algébrico, relacionando-o à Geometria de uma maneira mais vívida que as outras questões analisadas anteriormente no refinamento. Em geral, o motivo da escolha pela questão acima, está no fato de poder nos ajudar a perceber que tipo de significado matemático e não matemático, a aluna explicita à Álgebra trabalhada em sala de aula.

Figura 1 – Questão dos itens liberados do PISA, 2009.

(PISA - MAÇÃS) Um fazendeiro planta macieiras em uma área quadrada. Para protegê-las contra o vento, ele planta coníferas ao redor do pomar. O diagrama abaixo mostra essa situação, na qual se pode ver as macieiras e as coníferas, para um número (n) de fileiras de macieiras.

$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
X X X X ● X X X X	X X X X X X ● X ● X X X X X X ● ● ● X X X X X X	X X X X X X X X ● ● ● X X X X X X X ● ● ● X X X X X X X	X X X X X X X X X ● ● ● ● X X X X X X X X ● ● ● ● X X X X X X X X

X = coníferas
● = macieiras

a) Existem duas fórmulas que você pode usar para calcular o número de macieiras e o número de coníferas no padrão descrito acima:
 Número de macieiras = n^2
 Número de coníferas = $8n$ onde n é o número de fileiras de macieiras.

Existe um valor n para o qual o número de macieiras é igual ao número de coníferas. Encontre o valor de n , mostrando o método usado para fazer os cálculos.

Fonte: Autor

Coleta da produção escrita

Neste tópico, apresentamos os processos que fizeram parte da coleta dos dados no que se refere à primeira parte de nossa pesquisa que foi a aplicação da prova escrita para a aluna do 9º Ano do Colégio Estadual “João XXIII”. Com apoio da coordenação da escola, pré-determinamos uma data para realizarmos a prova. No dia marcado para a realização a aluna me entregou as folhas assinadas pela responsável e então lhe expliquei como seria o processo de realização da mesma. Depois da autorização do professor, dirigimo-nos para a biblioteca da escola e lá foi entregue a questão para a aluna. Ela iniciou a prova às 15h32min e devolveu-me às 15h57min.. No final, ela entregou a prova e percebi que tinha produzido bastante coisa. Neste momento já marcamos a data para que fizéssemos as entrevistas. Não foi do nosso interesse e objetivo, expor e analisar a produção escrita com o interesse avaliativo. Devido a isto, o leitor não encontrará análise de sua produção, mas sim, a análise daquilo que ela fala.

Coleta das Enunciações

No início, entreguei a prova que ela havia realizado, pois como já havia passado quase 2 meses, a colaboradora talvez tivesse esquecido do que se tratava a questão e os pontos trabalhados nela. Essa demora se deu por questões de incompatibilidade de horários e dias entre o pesquisador e a colaboradora. Passado este momento, já gravando, comecei a fazer perguntas que ora focavam as aulas de matemática, ora focavam a produção escrita da aluna na realização da prova. Durante a entrevista percebi que foi um momento bastante tranquilo de trocas de informações. No total, a gravação durou 10min28s.

As Enunciações e as Leituras

Como a prova apresentou um cunho algébrico, antes de qualquer coisa, é necessário fazermos neste momento uma reflexão sobre o termo “Álgebra” e como ele é conhecido pelos alunos em sala de aula, em especial, pela nossa entrevistada, a aluna-autora⁶.

Observemos o que a autora fala sobre este termo e como ela o relaciona com a prova.

⁶ Para melhor compreensão a luz da teoria de análise, a colaboradora oras é chamada de aluna, oras de autora e em outros momentos, de aluna-autora.

P (Pesquisador): E Álgebra? O que é Álgebra para você? Já ouviu falar sobre?

C (Colaboradora): Nunca ouvi este termo. [...]

P: Esse método que você usou é algébrico. E você falou que nunca tinha estudado.

C: Eu já tinha estudado Álgebra. Mas a pergunta que você me fez eu não sabia responder porque nunca me perguntaram, mas Álgebra eu estudei. E não sei o que é Álgebra e nunca ouvi este termo na sala.

Percebemos pela sua fala que ela nunca tinha ouvido falar da palavra Álgebra em sala de aula de matemática. Quando a autora usa a frase “nunca ouvi este termo”, entendemos como sendo resultado de um “desconhecimento” da aluna ou por uma desvalorização dos seus professores em enfatizar a definição deste termo em sala de aula de matemática. Vamos entender. Quando refiro-me que existiu um “desconhecimento” por parte da aluna, consideramos o fato de que em muitos casos, os professores de Matemática até tratam do termo Álgebra em sala de aula, e até mesmo fazem distinção do que seja Álgebra, Geometria, dentre outras; porém, o aluno por vários motivos, a exemplo de falta de maturidade, não dá valor às informações dadas pelo professor e logo às esquecem. Por outro lado, também nos leva a crer que o professor talvez não se preocupa em definir o que seja Álgebra para os alunos, por achar que eles não precisam saber ou por não terem capacidade de dominar e diferenciá-la de outros ramos da matemática. Mas é importante que o professor saiba e faça esta diferenciação em sala de aula, para que os alunos consigam se localizar “dentro” da Matemática e compreenda as definições de suas ramificações.

Em primeira instância, pretendíamos descobrir qual a leitura que a aluna tinha feito da questão. Então fizemos a seguinte pergunta: “*O que você entendeu dela? [da questão]*”. Com esta pergunta, pretendíamos compreender se realmente sua fala ia ao encontro do enunciado que introduzimos na questão, analisando, portanto, suas significações. Vejamos o que a autora respondeu: “*Aqui ele (a questão) tá perguntando quando as coníferas vão ficar iguais às macieiras.*” Observemos que a autora consegue ser entendível em suas palavras. No momento que ela utiliza a frase acima, entendemos que ela compreendeu o enunciado e produziu um significado esperado por um possível professor que trabalhasse esta questão em sala de aula.

Ela entende que a solução está em achar um momento em que o número de coníferas se adeque aos números de macieira. Observemos o que a autora enuncia sobre sua interpretação da questão⁷.

⁷ Para uma melhor compreensão dos enunciados, solicitamos ao leitor que refaça a leitura da questão do PISA.

Como ele tá dizendo que o número de macieiras é igual a n sobre 2. [...] que o n aqui tem 1, 2, 3 e 4 a cada figura. O número de coníferas para saber o resultado, é $8n$ elevado a dois. Aí eu sei que pega e vai calculando. Coníferas igual a x e macieiras que é o pontinho. Só é preencher com 1, vai 2, 3 e 4, até você conseguiu achar. Eu achei que n era igual a 8. Aí n elevado a dois é igual a 8 elevado a dois que é igual ao número de macieiras. Para o número de coníferas, fica $8n$, igual a 8 vezes oito que é igual a 64.

Sobre os significados produzidos pela autora na apresentação acima, nossa leitura recai sobre quatro pontos que acreditamos serem importante. Primeiro ponto: A autora percebe que para cada tipo de árvore, existe uma relação algébrica (ela não a define como algébrica) que determina sua quantidade e como elas se relacionam. Observemos que isto é perceptível em sua fala a partir do momento que ela cita que: “[...] o número de macieiras é igual a n sobre 2” e em seguida continua afirmando que “[...] O número de coníferas para saber o resultado, é $8n$ elevado a dois.” Percebemos que a aluna produz significado para cada uma destas relações, ela percebe que para determinar o número de macieiras basta usar a relação “ n sobre 2” como também a relação “ $8n$ elevado a dois” para determinar o número de coníferas.

Segundo ponto: A leitura da fala da autora nos permite concluir que ela produzia significado para a incógnita “ n ” (ela não chamava o “ n ” de incógnita), e este significado estava associado aos números da sequência das imagens das plantações das macieiras e coníferas. Para ela, a letra n poderia ser o número 1, 2, 3 e 4, que por sua vez, era entendida como sendo a sequências das imagens, e que em Álgebra pode ser entendido como generalização.

Vejamos o que ela fala: “[...] que o n aqui tem 1, 2, 3 e 4 a cada figura”. Entendemos que a aluna produziu um significado correto para o n e sua relação com a sequência das imagens, como podemos ver na fala abaixo, entretanto, apesar desta fala trazer boas conclusões sobre o comportamento das sequencias, ela não ajudou a aluna a responder a pergunta apresentada pela questão, pelo menos inicialmente.

P: Você sabe o que significa este n em cada caso?

C: Um termo. Neste primeiro caso 1, neste segundo 2, 3... 4. E ele vai aumentando e conforme ele aumenta a figura vai se modificando, vai ficando maior e os números vão ficando maior das coníferas e das macieiras. E cada vez a figura vai ficando maior e a quantidade vai aumentar.

P: Qual a relação entre este n e a sequência de desenhos?

C: O número da figura. Que existe um valor para descobrir das macieiras, que nem aqui ó (aponta para a relação algébrica do número de macieiras), o número de macieiras é n elevado a dois. Aí esse n relata que cada vez que você multiplicar é um número. A potenciação.

N aqui é 1. N aqui é dois, tendo quatro macieiras. Já aqui é 3, tendo 9. Conclui que o número de macieiras é a potência de n igual a 1. Veja já n igual a 2 dá 4 macieiras. E aqui n igual a 3, que vai ser 3 elevado a 2 que vai da 9.

Em muitos casos de estudo de Álgebra, em particular no trabalho de Silva (2012) percebe-se que as incógnitas são tomadas por vários significados pelos leitores, o que acarreta os vários caminhos tomados por eles no processo de resolução dos problemas. Segundo este autor, uma incógnita pode ser interpretada das mais diversas formas (uma letra, uma letra com um valor fixo), resultando portanto, em diferentes soluções. Terceiro ponto: Como ela já tinha produzido significado de igualdade nas relações, ela então deveria procurar um número que ao substituir nestas relações, chegaria ao mesmo resultado, o 64. Como visto anteriormente em sua fala, ela só conseguiu encontrar a resposta quando “ $n = 8$ ”. E isto só foi possível porque, em ambas as relações, o resultado final foi o 64.

Observemos como ela enuncia este processo “[...] *Eu achei que n era igual a 8. Aí n elevado a dois é igual a 8 elevado a dois (64) que é igual ao número de macieiras. Para o número de coníferas, fica 8 n, igual a 8 vezes oito que é igual a 64.*” Observamos que a autora produz o significado para $n = 8$ como sendo única, pois em nenhum outro momento ela enuncia a possibilidade de buscar outra resposta, ou seja, um novo valor de n que igualassem as duas relações. Ela aceitou o fato de já ter encontrado uma solução e não pensou na possibilidade da existência de um outro valor para n que também fosse válido para as duas relações. Não que ela estivesse errada, mas se ela fosse apresentada a outra situação que envolvesse duas respostas (como em um problema que envolvesse uma equação do 2º grau) e levasse consigo a mesma significação que apresentou nesta questão, possivelmente poderia estar satisfeita com a primeira solução, e, portanto, não chegaria às duas respostas finais.

Podemos levar em consideração que se a aluna tivesse utilizado outro método algébrico que não fosse o da tentativa e erro, talvez percebesse que no final a solução da igualdade das relações poderia ou não levar a uma única resposta para aquele problema.

P: Você acha que existe outro método para resolver?

C: Não. Eu fiz assim, porque aqui tava 8 e tem que multiplicar pra dar o outro também, que nem uma potência, aí eu fui logo no 8 e deu certo, deu 64.

Algo a ser considerado neste momento – quarto ponto – é o tipo de significado dado pela aluna a expressão “ $8n$ ”. Em sua fala, percebemos que o significado dado a este termo é de um produto entre um número e uma letra (que por sua vez pode ser qualquer outro número).

Em sua enunciação ela deixa o seu significado bem claro: “*Para o número de coníferas, fica 8 n, igual a 8 vezes 8 que é igual a 64.*” Este significado pouco vem sendo visto em muitas provas de matemática. Os alunos até conseguem significar que “n” é uma variável e que, portanto, pode ser substituída por um número, só que logo após fazerem a substituição, param por aí, produzindo significado de composição, fazendo então uma junção de dois algarismos, formando um novo número.

Entendamos o que foi falado acima, a partir de um caso particular nessa questão. Entendemos que a autora usou como legítimo a visualização para apresentar suas verdades. Caso não fosse solicitado um cálculo ou processo algébrico para encontrar o resultado, a aluna já concluiria de início que em nenhum momento o número de coníferas seria igual ao de macieiras. Partindo da interpretação inicial que a aluna teve da questão, ela já estava em desacordo com o enunciado do item, pois a própria questão já afirmava que em algum momento os números de árvores seriam iguais. Caso o enunciado da questão não tivesse afirmado isso, possivelmente a aluna tiraria conclusões somente a partir dos significados produzidos pela visualização.

Considerações Finais

Não desejamos que nossas considerações sejam tratadas por você leitor, como uma verdade fechada e imutável. Mas, o que realmente pretendemos é refletir acerca de alguns pontos que achamos serem relevantes e que podem contribuir, tanto para os professores que atuam em sala de aula de matemática, como também para futuros pesquisadores da Educação Matemática. Diante da leitura geral de nosso trabalho, percebemos que essa aluna encontra no professor uma legitimidade que dá a ela a autoridade de dizer o que ela diz.

Foi perceptível, que a aluna não reconhecia os objetos de estudo da Álgebra, e isto acarreta em vários outros problemas que dificultam o processo de resolução de problemas. Neste processo, entendemos que os professores de Matemática podem introduzir outra ferramenta para facilitar o processo de ensino: a leitura matemática. Assim, enquanto o professor introduz conceitos, categorizações e características de objetos matemáticos, ele também vai se utilizando de leituras que ajudam o aluno a interpretar e preparar ferramentas para resolver problemas de matemática.

Porém, enquanto este processo de interpretação vai evoluindo, cabe ao professor valorizar as possíveis leituras e significados que os alunos vão produzindo de uma questão, não

focalizando no erro ou no acerto, mas nos processos construídos pelos alunos na busca de significações para o enunciado da questão. Entendemos que os diferentes significados construídos levam a diferentes caminhos, e, por consequência, podem levar a diferentes respostas. Cabe a todos nós, reconhecermos as diferentes “mentes” que temos em sala de aula, e com isso, sempre estarmos modificando nossas práticas, reconhecendo a existência de várias possibilidades de significações de um mesmo objeto matemático.

Referências

ANGELO, C. L. **Uma leitura das falas de alunos do ensino fundamental sobre a aula de matemática.** 160 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2012.

ARAUJO, E. A. de. **Ensino de Álgebra e formação de professores.** PUC - Educ. Mat. Pesquisa, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 331-346, 2008.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As idéias da Álgebra.** São Paulo: Atual, 1995.

FERREIRA, Diego de Jesus. **Uma leitura da produção de significados por uma aluna de nono ano sobre sua produção escrita em provas de matemática.** 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba – PR, 2014.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra.** 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

HOUSE, P. A. Reformular a Álgebra da escola média: porque e como? In: COXFORD, A. F. e SHULTE, A. P. **As idéias da Álgebra.** São Paulo: Atual, 1995. p. 1 – 8.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: Unesp, 1999. p. 75-94.

_____. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L.; BARBOSA, E. P.; SANTOS, J. R. V. dos; DANTAS, S. C. e OLIVEIRA, V. A. de O. **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática.** São Paulo: Editora Midiograf, 2012. p. 11 – 30.

SANTOS, L. M. **Produção de significados para objetos de aprendizagem: de autores e leitores para a educação matemática.** 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Paraná, Curitiba – PR, 2007.

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. P. **Um Estudo da Produção Escrita de Estudantes e Professores do Ensino Fundamental I em Tarefas Envolvendo Pensamento Algébrico.** In: Encontro Brasileiro de estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 15, 2011, João Pessoa, PB. João Pessoa: EBRAPEM, 2011.



SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática.** 244 f. Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) UNESP, Rio Claro - SP, 2003.