

MODELAGEM MATEMÁTICA NA OTIMIZAÇÃO DE UM PROTÓTIPO DE EMBALAGEM: RELATO DE EXPERIÊNCIA

Joice Caroline Sander Pierobon Gomes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
joicepierobon@hotmail.com

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
karinasilva@utfpr.edu.br

Resumo:

Neste artigo é relatada a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula com o objetivo de desenvolver conceitos voltados à geometria. A experiência ocorreu com uma turma de alunos do 1º ano do Ensino Médio, participantes de um projeto de contraturno. Considerando como foco principal a construção de um protótipo de embalagem visando sua otimização, os alunos realizaram algumas considerações a partir de intuições para posteriormente realizar a matematização da situação. Para o desenvolvimento da atividade buscou-se apresentar a importância do planejamento de aula, destacando o modo como a autora pensou nas fases para resolução do problema proposto, tendo consciência de que o desenrolar da aula pode-se ocorrer de maneira distinta ao planejado, assumindo formas diferentes.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Otimização de embalagens. Planejamento.

Introdução

Neste artigo trazemos resultados de uma experiência com atividade de modelagem matemática vivenciada pela primeira autora em sala de aula. A proposta de desenvolvimento de uma atividade de modelagem em sala de aula originou-se em uma disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino de um mestrado profissional de uma universidade pública do Paraná.

A atividade relatada, foi desenvolvida no período contraturno de uma escola pública de Apucarana, envolvendo alunos do 1º ano do Ensino Médio, com foco na otimização de um protótipo de embalagem. Almeida, Silva e Vertuan (2012), destacam que ao se trabalhar com Modelagem Matemática em atividades extraclasse faz com que alunos e professores tenham maior liberdade, pois nessas condições não é necessário cumprir currículos predeterminados, sendo possível avançar em conceitos e procedimentos matemáticos.

O conceito matemático desenvolvido na atividade proposta é volume, aliado à otimização. E como descrito nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, BRASIL, 2008), a matemática, assim como as outras ciências tem o objetivo de formar cidadãos capacitados a comunicação, resolução de problemas, tomada de decisões, reflexões críticas, criatividade, aperfeiçoando conhecimentos e valores de forma a trabalhar cooperativamente.

A matemática no Ensino Médio tem um papel importante na formação de alunos, pois nesta etapa é classificada como:

[...] um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno. (BRASIL, 2008, p. 40)

A matemática tem como critério central a contextualização e interdisciplinaridade, ou seja, ao se trabalhar determinado tema, deve-se potencializar o mesmo de forma a permitir conexões entre outros conceitos, a fim de propiciar diferentes formas de pensamento matemático, ou ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência (BRASIL, 2008).

Assim sendo a geometria a ser desenvolvida no Ensino Médio, deve proporcionar ao aluno uma aplicação na busca de soluções para problemas do mundo real, logo o relato desta atividade traz a geometria aliada a grandezas e medidas na busca por soluções de um problema de otimização.

No que diz respeito aos caminhos utilizados para o desenvolvimento da aula relatada, utilizou-se como alternativa pedagógica a Modelagem Matemática, destacada por Almeida, Silva e Vertuan (2012), como sendo uma maneira de abordar por meio da matemática, a solução de um problema não essencialmente matemático. Para tanto esta alternativa busca um professor/aluno que seja ativo, que vá além da resolução de problemas já pré-estabelecidos em livros didáticos, o que acontece principalmente na Educação Básica.

E este é o grande desafio da Modelagem Matemática, proporcionar ao professor diferentes possibilidades de atividades, enriquecendo sua prática pedagógica.

Levando em consideração os apontamentos supracitados, além dessa introdução,

organizamos nosso texto em quatro seções subsequentes. Na primeira delas, tratamos nosso entendimento sobre Modelagem Matemática na Educação Básica. Em seguida, apresentamos a proposta que planejamos para a atividade de modelagem, para assim relatar o encaminhamento que de fato ocorreu em sala de aula. Na quarta seção destacamos algumas considerações da experiência realizada.

Modelagem Matemática na Educação Matemática

A Modelagem Matemática passou a ser inserida no âmbito educacional no Brasil, tendo como precursores, Rodney Carlos Bassanezi e Ubiratan D'Ambrósio, que por meio de cursos, palestras, oficinas, orientações, difundiram esta alternativa para o ensino e aprendizagem de matemática (BRANDT; BURAK; KLÜBER, 2010).

A partir de então a Modelagem Matemática passou a ter grande destaque na Educação Matemática, tendo como característica principal a utilização de atividades oriundas de situações reais vividas pelos participantes, ou seja, a Modelagem se constitui a partir da abordagem da matemática em um problema que não é essencialmente matemático.

De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), Modelagem em matemática significa dar forma a algo através de um modelo. Nesse sentido, a Modelagem Matemática busca responder aos problemas apresentando modelos matemáticos. Braga e Santo (2015) conceituam modelo matemático como:

(...) um modelo matemático tem o papel de descrever um fenômeno ou representa-lo, de diagnosticar um problema ou solucionar um problema, de prever fenômenos ou evitar fenômenos, etc. De um modo geral, o papel que esse modelo pode assumir vai depender da área de conhecimento da qual o mesmo é construído, pensado. (BRAGA; SANTO. 2015. p.4)

Ao desenvolver atividades com essas características, o professor deve levar em consideração alguns procedimentos, “fases” que serão essenciais no momento de configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema, classificados por Almeida, Silva e Vertuan (2012), como inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. Na Figura 1 são apresentadas de forma concisa as fases da modelagem conforme os autores supracitados.

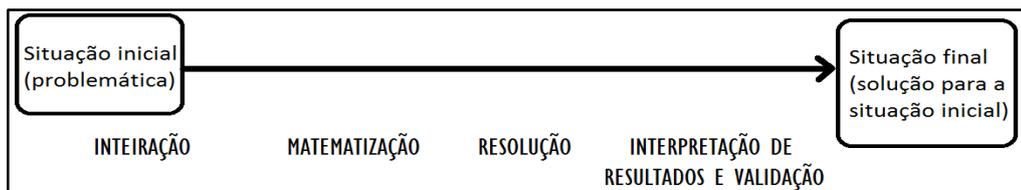


Figura 01- Fases da Modelagem Matemática
Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15).

A inteiração é a fase em que o participante de atividades de Modelagem se inteirar, ou seja, ter contato com a situação proposta. É a partir da inteiração que o conduz às outras fases, definindo metas para a solução de um problema. Esta fase é importante, pois ela pode permanecer no início da atividade, ou se estender durante toda atividade, considerando que possam surgir novas informações no decorrer da mesma.

A matematização consiste na transição da linguagem natural, para a linguagem matemática. Esta fase é importante por analisar quais possíveis conceitos matemáticos serão necessários para a resolução do problema. O que define a próxima fase de Resolução são os procedimentos matemáticos, tendo como finalidade responder o problema investigado, e em alguns casos viabilizar a realização de previsões do mesmo.

As fases denominadas como Interpretação dos dados e validação, definem a análise a partir da resolução matemática obtida ao problema inicial, analisando se a mesma satisfaz a solução ao problema proposto.

Mesmo sendo estas fases características de uma atividade de modelagem, elas nem sempre atuam de forma linear, o que se pode dizer que possam ocorrer constantes idas e vindas entre as fases, caracterizando, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), uma dinamicidade da atividade.

Considerando o encaminhamento de atividades de modelagem matemática em sala de aula e a necessidade do preparo do professor para orientar e encaminhar uma aula com Modelagem Matemática, entendemos que seja necessário realizar um planejamento. O planejamento da aula relatada neste artigo é apresentado na próxima seção.

A proposta de atividade de modelagem: um planejamento *a priori*

Discutir sobre otimização de embalagens é um assunto que vem tomando grande

destaque, principalmente no setor da indústria. Ao se pensar nisso, deve-se levar em consideração o que é de fato otimizar? Quais objetivos se buscam ao otimizar uma embalagem? Questões como estas contribuem para elaboração de um planejamento, sendo utilizadas como pontos de partida.

O planejamento de uma aula é fundamental, pois é por meio dele que o professor pode atingir seus objetivos no processo de ensino e aprendizagem, pois sem um planejamento, as aulas podem se tornar desorganizadas e monótonas, causando aulas desestimulantes e alunos desinteressados. Castro, Tucunduva e Arns (2008), afirmam que um plano de aula torna-se importante em relação a prática pedagógica, pois o professor atua como organizador e norteador do seu trabalho. Segundo os autores:

É o plano de aula que dá ao professor a dimensão da importância de sua aula e os objetivos a que ela se destina, bem como o tipo de cidadão que pretende formar. Por este motivo, pensar que a experiência de anos de docência é suficiente para a realização de um bom trabalho é um dos principais motivos que levam um professor a não obter sucesso em suas aulas (CASTRO; TUCUNDUVA; ARNS, 2008, p. 61).

Sendo assim, construímos um delineamento das atividades, buscando destacar quais questionamentos poderiam surgir, construindo uma possível resolução para o modelo proposto, otimização de um protótipo de embalagem. Buscando uma definição para o termo otimização encontra-se a seguinte: “tornar ótimo ou ideal”, ou seja, extrair o melhor rendimento possível para qualquer área de atividade (HOUAISS, 2001).

Em nossa abordagem o foco principal foi otimização de embalagens, em especial, um protótipo construído a partir de uma folha de sulfite A4, na busca do maior volume possível, consumindo uma quantidade fixa de material.

O planejamento descrito visa pensar nas fases para resolução do problema proposto, porém é necessário ter consciência de que o desenrolar da aula pode ocorrer de maneira distinta ao planejado, assumindo formas diferentes. No Quadro 1 apresentamos o planejamento da atividade sobre otimização de protótipo de embalagem.

Esquema do plano de aula: Otimizando um protótipo de embalagem		
Passos	Objetivos	Observações
Divisão da Turma	Dividir a turma, em grupos de pelo menos 3 alunos	Ao se trabalhar em grupo, o aluno é levado a trabalhar de forma cooperativa, pois a socialização entre aluno e professor ocupa um papel de destaque na construção do conhecimento, como destaca Almeida e Dias (2004).
Recursos Materiais	Folha de papel sulfite A4, Régua (<i>O uso de uma régua de 30cm é melhor por conta do tamanho da folha A4</i>); Lápis; Tubo de cola; Tesoura, Data-show, notebook, quadro para anotações.	Os recursos materiais utilizados são simples e de baixo custo.
Duração da atividade	Previsão de 4 horas/aulas de 50 minutos cada	Ao se trabalhar com modelagem, deve levar em consideração a duração das aulas, pois pode se tornar algo demorado, caminhando num ritmo mais lento.
Explicação do tema (slides)	Discutir sobre otimização, levando em consideração aspectos importantes que influenciam na confecção de determinada embalagem.	Comentar sobre fatores utilizados para determinar o formato de uma embalagem. Por exemplo: O encaixe da embalagem na mão do consumidor, a aparência em relação a outras marcas, a conscientização sustentável de material, o baixo custo para produção das embalagens, etc.
Possíveis questões para o desenvolvimento da atividade	Delinear questões como: As embalagens presentes no nosso dia a dia, são otimizadas? Como podemos encontrar o maior volume, utilizando o mínimo de material possível? De que maneira a otimização pode proporcionar um consumo consciente e sustentável?	Ao definir questões, se constroem subsídios para resolução do problema. E é a partir daí que são definidos quais conteúdos matemáticos serão utilizados para responder tais perguntas. Proporcionando uma dinâmica maior no processo de ensino e aprendizagem, na medida em que atribui significado aos conteúdos trabalhados.
Refinando o problema	A partir de uma folha de sulfite A4 (30cm x 21 cm aprox.), construir um protótipo de embalagem plana, sem tampa para que nela possa comportar a maior capacidade possível.	Nesta etapa é importante ressaltar a importância do tipo de protótipo que os alunos irão construir. Para isso faz-se necessário instigá-los a pensar com qual altura pode-se confeccionar as caixas.
Construção dos protótipos	Considerar que para valores maiores que 7 cm, o recorte terá que ser feito no lado paralelo ao lado menor da folha A4, constatando que a altura máxima para esse modelo teria que ser menor que a metade do lado menor da folha e maior que	A escolha dos valores das alturas para confecção das caixas será importante para posterior construção de um gráfico do volume das caixas em função das alturas escolhidas pelos alunos.

	zero, ou seja, $a < x < \frac{a}{2}$, se $a = 0$ e $a > \frac{a}{2}$, não existe volume algum.	
Elaboração de tabelas	A partir dos protótipos confeccionados, elaborar uma tabela na qual cada grupo classifica as caixas em relação à capacidade, utilizando para isso a percepção visual. Numerado em ordem crescente da maior capacidade para menor.	Essa numeração servirá de registro para a verificação da percepção visual dos alunos em relação a capacidade das caixas. A classificação também poderá ocorrer em relação a todas as caixas confeccionadas pelos alunos.
Cálculo do Volume	A partir de percepção visual, obter a matematização da capacidade das caixas. Construir uma nova tabela para o volume encontrado em cada caixa. Nomear do maior para o menor volume obtido. Comparar a percepção visual que têm do volume com o seu valor real.	Destacar que nem sempre a percepção visual é correta, instigar a pensar como podemos calcular a capacidade de recipientes e em especial as caixas construídas por eles, utilizando como unidade de medida uma régua, para obtenção dos valores de base, largura e altura.
Matematização	Desenvolver por meio de conceitos matemáticos a resposta para o problema inicial. Partir da definição de volume (área da base x altura) para encontrar uma função polinomial do 3º grau utilizando como variáveis altura e volume.	Instigar a encontrar um modelo generalizado para qualquer papel, que se possa cortar e se transformar em um sólido geométrico regular sem tampa. A partir da função encontrada, construir um gráfico ao qual se busca responder perguntas como: a partir do gráfico traçado é possível obter o valor máximo do volume? O que ele significa a respeito da otimização do protótipo.
Validação do modelo matemático encontrado	Analisar e discutir a solução encontrada, favorecendo o desenvolvimento do pensamento crítico e argumentação lógica, relacionando a solução encontrada ao problema da realidade.	Neste momento a validação tem extrema importância, pois é a partir dela que o aluno será capaz de relacionar o modelo matemático encontrado, com seu problema inicial.

Quadro 01: Planejamento da atividade proposta

Fonte: autores

De posse de um planejamento, desenvolvemos a atividade de modelagem em sala de aula, conforme descrição apresentada na seção a seguir.

Descrição da atividade desenvolvida

Realizar o planejamento do que aconteceria nesta aula, contribuiu significativamente

para segurança em sala de aula, principalmente ao desenvolver uma aula utilizando pela primeira vez Modelagem Matemática. Discutir com os alunos sobre o tema otimização de embalagens, proporcionou uma interação maior entre professora/alunos, pois houve uma ansiedade tanto por parte da professora no desenvolvimento da atividade, quanto dos alunos em encontrar a caixa que teria maior capacidade.

A atividade foi desenvolvida num período de 4 horas-aulas de 50min, sendo iniciada a partir de uma apresentação de slides, destacando a importância de otimizar, enfatizando diferentes áreas que utilizam da otimização para alcançar determinados objetivos. A partir da apresentação realizada, foi iniciada às indagações referente a atividade proposta.

Vimos que a otimização é importante e necessária em nosso dia-a-dia, então como seria possível otimizar uma folha A4 de sulfite afim de encontrar uma caixa plana sem tampa, que fosse totalmente otimizada? A partir de então os alunos começaram por analisar as informações necessárias à solução da situação.

E foi neste momento que os alunos iniciaram a busca por possíveis soluções para a pergunta inicial. Como não havia faltado aluno, a turma estava dividida em 4 grupos com 3 alunos cada, e por instinto os alunos começaram então a montar uma caixa, escolhendo para altura valores aleatórios, como mostra o Quadro 2.

Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Grupo 04
Aluno A: 5cm Aluno B: 4cm Aluno C: 3cm	Aluno D: 3cm Aluno E: 2cm Aluno F: 2,5cm	Aluno G: 4cm Aluno H: 7cm Aluno I: 2cm	Aluno J: 5,5cm Aluno K: 7,5cm Aluno L: 6cm

Quadro 02: Classificação dos grupos por cada capacidade

Fonte: autores

Com as caixas confeccionadas, foi proposto que os alunos tentassem descobrir a partir da caixa construída por cada integrante do grupo, qual teria maior capacidade, ou seja, qual seria a melhor caixinha que respondesse a pergunta inicial. Não demorou muito e logo surgiram algumas conclusões organizadas como no Quadro 3.

Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Grupo 04
----------	----------	----------	----------

Aluno A: 5cm	Aluno D: 3cm	Aluno H: 7cm	Aluno J: 5,5cm
--------------	--------------	--------------	----------------

Quadro 03: Conclusão dos grupos quanto à maior capacidade
Fonte: autores

Os grupos também analisaram as caixas confeccionadas pelos demais grupos e realizaram uma classificação em ordem crescente em relação a percepção visual da turma, com relação a capacidade das caixas, apresentado pelo Quadro 4.

Alunos	Altura das caixas	Classificação quanto à capacidade
Aluno L	6 cm	1°
Aluno J	5,5 cm	2°
Aluno A	5 cm	3°
Alunos B e G	4 cm	4°
Alunos C e D	3 cm	5°
Aluno K	7,5 cm	6°
Aluno H	7 cm	7°
Aluno F	2,5 cm	8°
Aluno E e I	2 cm	9°

Quadro 04 - Classificação quanto a percepção Visual
Fonte: autores

Com base na intuição dos alunos para classificação das caixas, foi discutido que eles haviam utilizado da intuição para realizar tal classificação, porém como saber se realmente a caixa que escolheram como a otimizada era realmente a que teria maior capacidade. Foi então que o aluno C respondeu que poderia ser adicionada água, descobrindo assim quanto caberia. No entanto, foi indagado que a caixa confeccionada pelos alunos era de um material frágil, o sulfite, sendo assim ao adicionar água na caixa ela não teria tanta firmeza, o que ocasionaria uma curvatura nas laterais em função da pressão da água, o que aumentaria sua capacidade.

Partindo dessas conclusões, foi discutido também que para encontrar uma determinada capacidade, torna-se inviável a colocação de líquidos, visto que certos objetos podem sofrer alteração quanto a sua capacidade. Então foi complementado como poderia encontrar a capacidade de tais caixas por meio da matemática. E o aluno H, comentou que poderiam calcular o volume das caixas, multiplicando base, largura e altura, como mostra a Figura 2,

onde o grupo 01, encontrou a capacidade de cada caixinha confeccionada pelos integrantes do grupo utilizando uma régua.

$$22 \times 13 \times 4 = 1144 \text{ cm}^3$$

$$20 \times 10 \times 5 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$24 \times 15 \times 3 = 1080 \text{ cm}^3$$

Figura 02 - Volume de cada caixa confeccionada pelo grupo 01

Fonte: arquivo dos autores

A partir das capacidades, agora chamadas pelos alunos de volume, deu-se continuidade a busca por uma solução para a pergunta inicial, em que os alunos foram novamente indagados sobre suas classificações quanto à capacidade das caixas, realizando uma nova classificação, utilizando para isso a abordagem matemática, ou seja, a partir do cálculo feito por cada grupo para encontrar o volume das mesmas, diferenciando intuição de matematização. No Quadro 5 apresentamos os resultados encontrados pelos alunos.

Alunos	Altura das Caixas	Volume encontrado	Classificação quanto ao volume
Alunos B e G	4 cm	1144 cm ³	1°
Alunos C e D	3 cm	1080 cm ³	2°
Aluno A	5 cm	1100 cm ³	3°
Alunos J	5,5 cm	1045 cm ³	4°
Aluno F	2,5 cm	1000cm ³	7°
Alunos L	6 cm	972cm ³	5°
Aluno E e I	2 cm	884 cm ³	6°
Aluno H	7 cm	764 cm ³	8°
Aluno K	7,5 cm	675 cm ³	9°

Quadro 05: Matematização dos alunos

Fonte: autores

Com uma nova classificação, os alunos puderam responder parte da pergunta inicial,

pois encontraram a partir das caixas confeccionadas por eles a que teria a maior capacidade. Entretanto a pergunta se resumia em encontrar a partir de uma folha de sulfite A4, uma caixa plana sem tampa que obtivesse a maior capacidade, sendo a mais otimizada. Para isso, orientou-se que os alunos construíssem um gráfico para a visualização dos volumes das caixas que haviam encontrado. Na Figura 3 apresentamos os registros dos grupos 02 e 04.

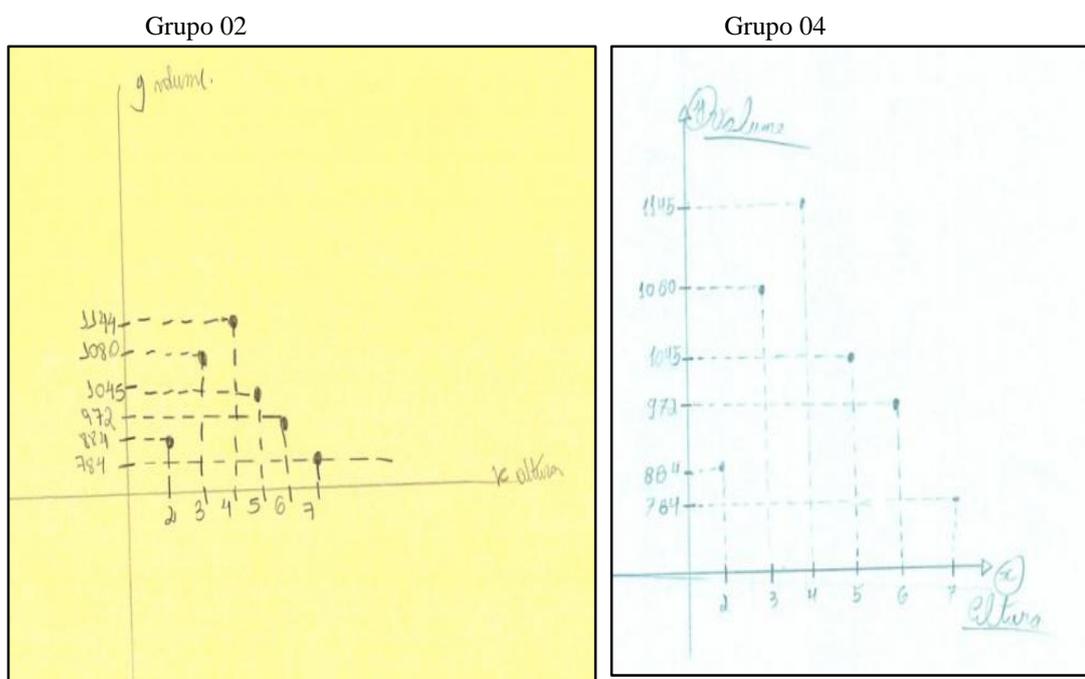


Figura 03: Gráficos dos volumes em relação à altura
Fonte: Arquivos dos autores

Na parte da plotagem das coordenadas no gráfico, um aluno indagou que a partir do gráfico é possível analisar o ponto “mais alto”, sendo este ponto a maior capacidade da caixa, alinhando área da base e altura. Como os alunos haviam visto o conceito de funções, tornou-se relevante a discussão em relação a diferenciação de funções contínuas e discretas, com destaque para o gráfico encontrado pelos alunos realçando uma unidade trabalhada pelos alunos, o centímetro.

Por conseguinte a partir de indagações em como obter uma função polinomial para um modelo matemático para a função discreta, os alunos tiveram grande dificuldade na busca pela função, sendo orientados a pensar o que haviam acabado de encontrar, o volume das caixas. Então de que modo poderiam utilizar esses valores para generalização da função polinomial

para o cálculo de qualquer papel que se queira transformar em um paralelepípedo regular.

Analisaram então as dimensões que se basearam no início da resolução do problema, e como utilizou-se uma folha de sulfite A4, com medidas aproximadas 30cm x 21 cm, construíram geometricamente a planificação da caixa confeccionada para então realizar a transposição da linguagem geométrica para a linguagem algébrica (Figura 4).

$$\begin{aligned}
 V &= (a \cdot b) \cdot x \\
 V &= (\text{área base}) \cdot \text{altura} \\
 V &= (30 - 2x) \cdot (21 - 2x) \cdot x \\
 V &= (630 - 60x - 42x + 4x^2) \cdot x \\
 V &= 630x - 60x^2 - 42x^2 + 4x^3 \\
 V &= 4x^3 - 102x^2 + 630x
 \end{aligned}$$

Figura 04: Generalização do volume encontrado pelo grupo 03

Fonte: arquivo dos autores

Como as dimensões da folha utilizada para a atividade era de 30 cm x 21 cm, foi importante considerar que para a realização deste protótipo de embalagem, ao se escolher valores maiores que 7 cm para altura da caixa, o corte para confecção seria feito no lado paralelo ao lado menor da folha, constatando que a altura máxima para esse modelo teria que ser menor que a metade do lado menor da folha e maior que zero, ou seja, $a < x < \frac{a}{2}$ e $a = 0$ e $a > \frac{a}{2}$, não existe volume algum.

Na modelagem, o volume obtido foi em cm^3 , porém quando se fala em capacidade, a unidade fundamental é o litro. E quanto a capacidade da caixa ser respondida em litros, a turma teve que recorrer ao que haviam estudado sobre transformações de grandezas. Assim, o volume da caixa otimizada encontrada comporta 1144 ml, isto é 1,14 litros.

Algumas considerações

O relato desta experiência buscou detalhar a utilização da Modelagem Matemática, com base na otimização do volume a partir de uma quantidade fixa de material de determinada embalagem. Neste contexto, buscou-se a oportunidade de discutir diversos fatores que

influenciam para o formato de uma embalagem, bem como proporcionar aos alunos a visualização de uma matemática para fora da sala de aula e sua finalidade no cotidiano. Planejar uma aula, proporciona ao professor uma maior segurança e principalmente em relação a utilização da Modelagem Matemática enriquecendo sua prática pedagógica.

Descrever como pode ser gratificante a utilização de alternativas pedagógicas como esta, proporciona aos professores entusiasmos para suas aulas, fazendo-os refletir constantemente sobre sua prática pedagógica. Fortificando continuamente a busca por soluções matemáticas de um problema não necessariamente matemático.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R.. **Um estudo sobre o uso da modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.** In: BOLEMA, Rio Claro – SP, 2004.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2012.

BRAGA, R. M.; SANTO, A. O. E. **Modelos Matemáticos na Iniciação Científica.** CNMEM, Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática. São Carlos-SP, 2015.

BRASIL. **Orientação Curriculares para o Ensino Médio.** Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf> Acesso em: 30 março. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.** Brasília, 1999.

BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica.** Ponta Grossa: UEPG, 2010.

CASTRO, P. A. P. P.; TUCUNDUVA, C. C.; ARNS, E. M. **A importância do planejamento das aulas para organização do trabalho do professor em sua prática docente.** Athena, Revista Científica de Educação, v.10, n.10, jan.\jun. 2008.

HOUAISS, A. e VILLAR, M. de S. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa.** Elaborado no Instituto Antonio Houaiss de Lexicografia e Banco de Dados da Portuguesa. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.