ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO EMERGENTES EM UMA QUESTÃO ADAPTADA DO ENEM E O ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Everton José Goldoni Estevam
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
evertonjgestevam@gmail.com

Maria Ivete Basniak
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
basniak2000@yahoo.com.br

Celine Maria Paulek
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR
celemaria03@yahoo.com.br

Dirceu Scaldelai
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR
dirceuscaldelai@gmail.com

Natali Angela Felipe
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR
natthali_felipe@hotmail.com

Resumo:
Este artigo analisa as resoluções de uma questão de matemática adaptada do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) envolvendo "volume de paralelepípedos" com o intuito de investigar semelhanças e diferenças entre as estratégias de resolução empregadas por alunos que experienciaram o Ensino Exploratório de Matemática (EEM) e aqueles que não vivenciaram formalmente essa perspectiva de ensino. Para tanto, é realizada uma análise qualitativa de 24 resoluções de dois grupos de alunos do segundo ano de dois cursos de licenciatura em Matemática: 14 com experiências no EEM e 10 sem este tipo de experiência. Os resultados evidenciam que, além de um maior percentual de acertos, os alunos com experiência no EEM apresentam maior variedade de estratégias, envolvendo justificativas que esclarecem os raciocínios empregados e a relação entre suas (re)soluções e contexto da questão. Assim, o estudo sugere que a perspectiva do EEM pode configurar uma perspectiva promissora para o ensino e a aprendizagem da Matemática, inclusive no que se refere à resolução de questões de avaliações sistemáticas como o ENEM.
Palavras-chave: Ensino Exploratório. Estratégias Matemáticas. Volumes.

Introdução

As estratégias de resolução empregadas em tarefas matemáticas vêm sendo apontadas pela literatura como aspecto importante a ser considerado por professores e pesquisadores porque "representações distintas focam, geralmente, aspectos diferentes de relações e conceitos complexos" e, portanto, "os alunos necessitam de uma diversidade de representações que suportem a sua compreensão" (NCTM, 1994, p. 77). D'Ambrósio, no final da década de 1980, já denunciava a necessidade de transcender o ensino de Matemática assente na aplicação de fórmulas e algoritmos, sob a afirmação de que "falta aos alunos uma flexibilidade de solução e a coragem de tentar soluções alternativas, diferentes das propostas pelos professores" (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 15).

A diversidade de estratégias de resolução, por exemplo, é um dos pressupostos assumidos pelo Ensino Exploratório de Matemática (EEM), o qual – em oposição ao ensino direto ou transmissivo – admite que a aprendizagem decorre do trabalho sério que os alunos realizam, a partir de tarefas desafiadoras para as quais não possuem uma estratégia imediata de resolução (CANAVARRO, 2011; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013). Com o planejamento e gestão consonantes das condições e ações do professor, favorece-se a participação – individual e coletiva – dos alunos em atividades de inquirição, nas quais, apoiando-se nas suas experiências anteriores, questões são levantadas, conjecturas elaboradas e caminhos diversos e possíveis são explorados e problematizados (OLIVEIRA; CARVALHO, 2014). Nesse sentido, o EEM valoriza a "(re)descoberta pelos alunos de métodos próprios para resolver uma questão" (PONTE, 2014, p. 21), os quais podem colaborar com seu processo de aprendizagem.

Contudo, por vezes nos deparamos com questionamentos e considerações acerca da efetividade dessa perspectiva de ensino para o desempenho adequado em avaliações sistemáticas – Prova Brasil, Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), vestibulares, concursos, etc. – as quais, de modo geral, não priorizam processos resolutivos, mas as soluções consideradas corretas.

Nesse sentido, desde o ano de 2016, o Grupo de Estudos Teóricos e Investigativos em Educação Matemática – o Getiem – vem desenvolvendo o projeto "Ensino e Aprendizagem Exploratória da Matemática" que, dentre outros objetivos, busca investigar: i) o desempenho de alunos que experienciaram o ensino-aprendizagem exploratório na resolução de questões semelhantes às presentes no ENEM e em vestibulares; ii) semelhanças e diferenças nas estratégias, procedimentos e registros utilizados por alunos, na resolução de uma mesma tarefa, depois de experienciarem o ensino-aprendizagem exploratório.

O presente artigo é, portanto, parte dos resultados do referido projeto e busca discutir semelhanças e diferenças entre as estratégias de resolução empregadas por alunos da Licenciatura em Matemática que experienciaram o EEM e aqueles que não vivenciaram formalmente essa perspectiva de ensino, a partir de uma questão adaptada do ENEM envolvendo "volume de paralelepípedos".

A próxima seção apresenta uma discussão quanto a estratégias, procedimentos e registros matemáticos em processos de resolução de tarefas, seguida dos aspectos metodológicos da pesquisa. Na seção de resultados caracterizamos e discutimos as estratégias identificadas, cujas implicações são sistematizadas na última parte do trabalho.

Estratégias de resolução de tarefas matemáticas

Echeverría (1998, p. 60), discutindo estratégias para resolução de problemas, afirma que estas consistem em "formas conscientes de organizar e determinar recursos de que dispomos para a solução de um determinado problema". De acordo com Hadji, citado por Buriasco, Ferreira e Ciani (2009, p. 77), pode "entender-se por estratégia a orientação geral das operações e dos meios a utilizar [...]. Em sentido lato, o termo designa um conjunto de ações coordenadas tendo em vista uma finalidade". Nesse sentido, estratégia difere-se de procedimento que

> [...] diz respeito ao processo de desenvolvimento da estratégia, o modo pelo qual se desenvolve a estratégia. Considerando, por exemplo, que um problema foi resolvido por meio de um sistema de equações do primeiro grau (estratégia utilizada para abordar o problema) e que esse sistema foi resolvido pelo método da substituição, este seria então o procedimento, ou seja, o modo como se desenvolveu a estratégia. (BURIASCO; FERREIRA; CIANI, 2009, p. 77).

Destarte, a partir da definição de uma estratégia matemática, pode-se recorrer a diferentes procedimentos para resolução de determinada tarefa, os quais, por sua vez, podem envolver diferentes tipos de registro. As semelhanças e diferenças nessas estratégias, procedimentos e registros podem ser identificadas, por exemplo, considerando: (a) diferentes representações de um conceito matemático, (b) diferentes propriedades (definições ou teoremas) de conceitos matemáticos, a partir de um tópico particular de matemática, ou (c) diferentes ferramentas e teoremas, a partir de ramos diversos da matemática (GUBERMAN; LEIKIN, 2013).

Nesse contexto, Musser e Shaughnessy (1997) salientam cinco estratégias de resolução de problemas no campo da matemática escolar:

- *Tentativa-e-erro*: aplicação de operações pertinentes às informações dadas, podendo envolver processos sistemáticos (testar todas as possibilidades) ou inferenciais, os quais consideram um conhecimento pertinente para reduzir a procura.

- *Padrões*: resolução de casos particulares na busca por padrões que podem ser generalizados e auxiliam na solução do problema.
- *Resolver um problema mais simples*: resolução de um caso particular ou um recuo temporário de um problema complicado para uma versão resumida, podendo vir acompanhado do emprego de um padrão.
- *Trabalhar em sentido inverso*: partindo do objetivo ou resultado – e não dos dados –, procura-se uma proposição ou conjunto de proposições, uma relação ou conjunto de relações das quais se deduz o objetivo ou resultado.
- *Simulação*: utilizada quando a (re)solução de problema compreende a realização de um experimento, cuja execução não seja viável ou acessível.

Cavalcanti (2001) refere também a *recorrência a desenhos* como uma possível estratégia para a interpretação e compreensão de um problema, bem como para a busca de uma solução.

Contexto da pesquisa e aspectos metodológicos

A presente pesquisa envolve a análise qualitativa das estratégias emergentes na resolução de uma mesma questão (Figura 1), por 24 alunos do segundo ano da licenciatura em Matemática, a qual foi adaptada do ENEM do ano de 2012. Ela envolve o conceito de volume, a partir da mudança do nível da água em um tanque com formato de paralelepípedo, quando da inserção de um objeto neste. A resolução demanda conhecimentos sobre cálculo de volumes, medidas de capacidade e reconhecimento de que a introdução de um objeto sólido num líquido contido em um recipiente ocasionará um aumento no nível deste líquido.

Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura. Qual é a variação do nível da água ao colocarmos no tanque um objeto cujo volume é de 2 $400cm^3$?

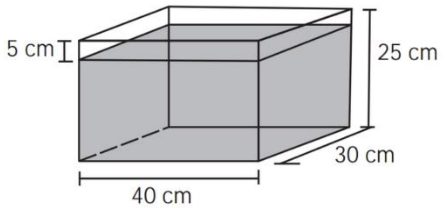


Figura 1 - Tarefa adaptada do ENEM (2012) e resolvida pelos alunos.

Os 24 alunos que resolveram a questão constituem dois grupos com experiências distintas relacionadas ao ensino e à aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial no curso de licenciatura: o Grupo A é composto de 10 estudantes de uma Instituição de Ensino Superior (IES) (identificados por A1 a A10), que estudaram os conteúdos tratados na tarefa na disciplina de "Geometria Euclidiana e Tópicos de Geometrias não Euclidianas". Já o Grupo B é composto de 14 estudantes de outra IES (identificados por B1 a B14) que – além de terem cursado uma disciplina de "Geometria Euclidiana" – experienciaram aulas assentes no EEM, no contexto da disciplina "Instrumentalização para o Ensino de Matemática no Ensino Médio", a qual tem por objetivo possibilitar a vivência de situações de aprendizagem de conteúdos matemáticos daquele nível de ensino, por meio de diferentes alternativas metodológicas.

A questão foi desenvolvida (juntamente com outras três, não referidas neste trabalho, em duas aulas com duração de 50 minutos cada) no final das duas disciplinas das diferentes IES, nas quais os alunos foram convidados a resolver as situações propostas apresentando os elementos considerados necessários e pertinentes para esclarecimento e compreensão do raciocínio empregado.

As análises foram realizadas identificando inicialmente a(s) estratégia(s) de cada resolução e a corretude da resposta apresentada, sendo iniciadas pelo Grupo A e seguidas pelo Grupo B. A partir da identificação inicial das estratégias, estas foram agrupadas de acordo com suas semelhanças e grupo pertencente, constituindo "categorias de estratégias" emergentes nas resoluções analisadas. Os resultados desse processo analítico são apresentados e discutido na seção seguinte.

Resultados e discussão

No que diz respeito à consideração de soluções/respostas corretas para a questão, a Tabela 1 sintetiza os resultados encontrados nas resoluções apresentadas pelos 24 alunos que a resolveram.

Foram consideradas corretas as soluções/respostas que, de alguma maneira, referiam a variação de 2cm do nível de água no tanque. Nesse sentido, tanto aquelas que mencionavam que o nível da água aumentaria 2cm quanto aquelas que afirmavam que este aumentaria 10% foram consideradas corretas. Também foram admitidas respostas que indicaram que "o novo nível da água será 22cm", por considerar que, de algum modo, elas referem a variação correta do nível da água.

Tabela 1 – Síntese das soluções apresentadas pelos 24 alunos que resolveram a tarefa.

Grupo	**A**			**B**		
	Qtde.	**%**	**Alunos**	**Qtde.**	**%**	**Alunos**
Soluções corretas	3	30%	A4, A8 e A9	11	79%	B1, B3, B4, B5, B7, B8, B9, B10, B11, B13 e B14
Soluções Incorretas	6	60%	A1, A2, A3, A5, A7 eA10	3	21%	B2, B6 e B12
Sem resposta/resolução	1	10%	A6	0	0%	-
Total	**10**	**100%**	**-**	**14**	**100%**	**-**

No que se refere às estratégias empregadas, na análise das resoluções apresentadas pelos alunos, identificamos algumas variações, cujas aproximações e distanciamentos possibilitaram a sistematização de cinco estratégias, as quais são apresentadas no Quadro 1 e problematizadas – com recorrências aos procedimentos e registros – nas análises ulteriores.

Quadro 1 – Síntese das estratégias identificadas nas resoluções dos alunos.

Estratégia	**Grupo A**	**Grupo B**
E1. Compara o volume inicial da água e o volume acrescido com a inserção do objeto.	A3, A4, A5, A9	B3, B4, B7, B8, B12 e B14
E2. Considera o objeto como um paralelepípedo com a mesma base do recipiente e, a partir de seu volume, determina sua altura.		B1 e B13
E3. Determina o volume acrescido do objeto e divide o resultado pelas medidas da base do tanque.		B10
E4. Compara o espaço vazio do tanque antes e depois da inserção do objeto.	A7 e A8	B11
E5. Utiliza explicitamente raciocínio proporcional.		B5 e B9

Cabe salientar que a ausência de alguns alunos no Quadro 1 é decorrente da não apresentação de resolução (A6) ou da apresentação de ideias parciais que não viabilizam a identificação de uma estratégia. A1 e A10, por exemplo, apenas determinam o volume da água no tanque e não dão continuidade ao(s) procedimento(s). A2, por sua vez, ao também determinar esse volume, afirma (sem explicar o porquê) que isso equivale a 20cm³, possivelmente relacionando ao nível da água (20cm). Depois, considera indevidamente que o volume do objeto a ser colocado no tanque é de 24 000cm³ (e não 2 400cm³) e conclui que o aumento do nível da água será de 20cm³. B6 determina o volume inicial da água e a capacidade do tanque, mas não desenvolve uma estratégia para resolução da situação. De modo semelhante, B2, além dessas medidas, determina o volume da água acrescido do objeto, mas também não dá prosseguimento à estratégia, tampouco responde à questão.

Com relação à estratégia E1, a mais recorrente nas resoluções dos alunos de ambos os grupos, observou-se encaminhamentos diversos nos procedimentos utilizados. A4 *não apresenta cálculos* (o que sugere a utilização de cálculo mental), mas identifica o volume inicial de água como 24 000cm³ e o volume acrescido do objeto como 26 400cm³, afirmando que, portanto, o volume e o nível aumentarão em 10%, provavelmente a partir de uma relação proporcional. Já A9, B3, B4, B7, B8 e B14, depois de determinarem o volume contido no tanque após a inserção do objeto, recorrem à *expressão* para cálculo de volume (largura · comprimento · altura) e, por meio de uma *equação*, estimam o "novo" nível da água no tanque (22cm). A9, B3 e B4 *complementam* o procedimento fazendo a diferença entre o nível inicial e este, e determinam que a variação é de 2cm. Cabe salientar ainda que B7 *circunstancia a solução* encontrada (22cm de altura) com o contexto da situação, no intuito de avaliar e explicitar a plausibilidade da resposta (22cm não ultrapassa o limite de 25cm de altura do tanque).

Essa *análise de plausibilidade* não se evidencia na resolução de A3, por exemplo, e poderia auxiliar a identificação do erro. Isso porque, ao utilizar a equação para determinar o valor da incógnita referente à "nova" altura da água no tanque, o aluno "erra" nos cálculos e determina uma altura de 220cm, a qual não faz sentido no contexto da situação. O erro de A5 e B12, por sua vez, é decorrente de outro equívoco: problemas na compreensão da situação em *relação* aos cálculos e valores empregados. B12 erra porque determina o espaço vazio no tanque (3 600cm³) e conclui que este é o volume que aumentaria de água. Já A5, ao determinar este mesmo espaço vazio, conclui que $30000 - 26400 = 3{,}6$, sem uma explicação que esclareça seu raciocínio. Disso, considera que 3,6cm é a altura do espaço vazio que restará que, subtraída daquela existente inicialmente, resultaria uma variação de 1,4cm no nível da água. O Quadro 2 ilustra algumas dessas estratégias empregadas pelos alunos, as quais de modos diversos evidenciam a busca de um *padrão* – uma relação proporcional – entre o volume inicial e final de água no tanque.

Quadro 2 – Resoluções dos alunos envolvendo a estratégia E1.

<table>
<tr><td colspan="2">$V_{T_1} = 24.000\ cm^3$ sem objetos ; $V_{T_2} = 26400$ com objeto.
O volume da água aumentará em 10%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Resolução do aluno A4</td></tr>
<tr><td>④ Capacidade do tanque: $40 \cdot 30 \cdot 25 = 30.000\ cm^3$
Volume de água: $40 \cdot 30 \cdot 20 = 24.000\ cm^3$
resta $6.000\ cm^3$.
Se o objeto possui $2400\ cm^3$, restam $3.600\ cm^3$.
Colocando objeto $\Rightarrow 24.000 + 2.400 = 26.400$
$40 \cdot 30 \cdot x = 26.400$
$1.200 \cdot x = 26.400$
$x = \frac{26.400}{1200}$ $x = 22$
Se inicialmente a altura do nível da água era de 20cm, então, ao colocarmos o objeto no tanque, o nível da água irá aumentar em 2cm.</td><td>$V = 2400$
$Vt = 40 . 30 . 25 = 30000\ cm^3$
O volume de água no tanque
$V = 40 . 30 . 20 = 24\ 000\ cm^3$
$V = 40 . 30 . a = 26\ 400\ cm^3$
$120\ a = 26\ 400$
$a = 220\ cm$
a água atingirá 220 cm no tanque</td></tr>
<tr><td>Resolução do aluno B3</td><td>Resolução do aluno A3</td></tr>
<tr><td colspan="2">①. Observando as medidas do tanque e procurando calcular o volume temos:
$40 \times 30 \times 25 = 30.000\ cm^3$ (volume do tanque)
Olhando para a quantidade de líquido existente no tanque pode-se notar que ele não está completo de água e que as medidas mudam.
Temos: $40 \times 30 \times 20 = 24.000\ cm^3$ (líquido)
↳ diminuímos 5 da parte que está vazia.
Se o volume da água é de $24.000\ cm^3$, ao colocarmos um objeto de $2.400\ cm^3$ no tanque ele aumentaria para $26400\ cm^3$.
*diferença do volume do tanque para o da água: $30000 - 26400 = 3600\ cm^3$
R= O volume da água aumentaria em $3600\ cm^3$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Resolução do aluno B12</td></tr>
</table>

No que se refere à estratégia E2, ela só foi identifica no grupo B. B1 e B13 (Quadro 3), também recorrendo a uma *equação*, consideram o objeto como tendo a mesma base do tanque e, pela expressão para determinação do volume, calculam sua altura (2cm). Nesse sentido, a estratégia empregada evidencia a elaboração de uma *situação mais simples* para resolver o problema, sem recorrer ao "padrão" de proporcionalidade.

Quadro 3 – Resolução do aluno B13 envolvendo a estratégia E2.

Capacidade total = $40 \cdot 30 \cdot 25 \rightarrow 1200 \cdot 25 = 30.000\ cm^3$

1200 V Água = $40 \cdot 30 \cdot 20 = 1200 \cdot 20 = 24.000\ cm^3$

$$\begin{array}{r} 1200 \\ \times\ 25 \\ \hline 6000 \\ 2400\ \ \\ \hline 30000 \end{array}$$

$40 \cdot 30 \cdot \boxed{1} = 1200\ cm^3$

$40 \cdot 30 \cdot x = 2400\ cm$

$1200x = 2400 \Rightarrow x = \frac{240\cancel{0}}{120\cancel{0}} \Rightarrow x = \frac{120}{60} \Rightarrow \boxed{x = 2}$

$40 \cdot 30 \cdot \boxed{2} = 2400$

Se colocar um objeto de $2400\ cm^3$, o nível da água irá variar em dois centímetros.

Resolução do aluno B13

Apenas B10 recorre a E3. Ele utiliza um *raciocínio inverso* com relação à expressão para determinação do volume e, a partir do valor do volume da água acrescido do objeto, realiza a divisão pelos valores das medidas da base do tanque, que resulta os 22cm de altura, cuja subtração da altura inicial revela a variação de 2cm no nível da água (Quadro 4).

Quadro 4 – Resolução do aluno B10 envolvendo a estratégia E3.

O "volume" da água no tanque é $40 \cdot 30 \cdot 20 = 24000$

acrescentando 2400, temos ~~2400~~ 26400

daí vem $\frac{26400}{40 \cdot 30} = 22$

logo aumenta 2 cm

Resolução do aluno B10

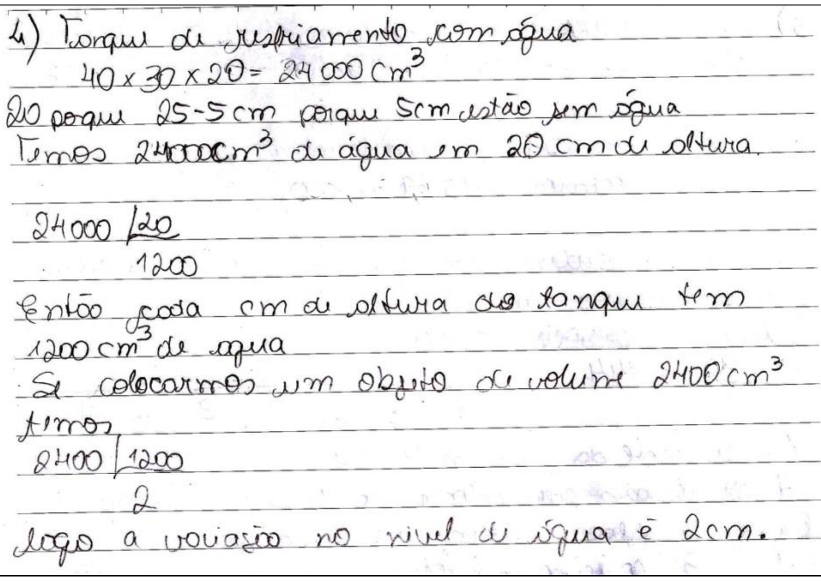
Com relação à estratégia E4, ela emergiu tanto no Grupo A quanto no B. Apesar de a questão envolver o volume contido no recipiente (antes e após a inserção do objeto), os alunos recorrem ao(s) espaço(s) vazio(s) no tanque e utilizam a expressão para o cálculo do volume em relação a este(s). A8 elabora uma relação proporcional entre o espaço vazio e o volume do objeto e as referidas alturas, determinando os 2cm de variação do nível da água. Já A7 e B11 determinam, a partir de equações, a altura do espaço vazio no tanque após a inserção do objeto. Contudo, enquanto B11 esclarece que, esta sendo a altura do espaço vazio, a variação do nível da água consiste na diferença entre a altura inicial deste espaço e a final, A7 não reconhece esse aspecto e conclui indevidamente que a variação no nível da água será de 3cm. O quadro 5 ilustra a estratégia de A8 e B11, que também envolve a estabelecimento de um *padrão* nas relações proporcionais.

Quadro 5 – Resoluções dos alunos envolvendo a estratégia E4.

$V_L = 20 \cdot 30.40$ $V = 24.000\ cm^3$ $V_{EV} = 5 \cdot 40.30 = 6000 cm^3$ $6000 \rightarrow 5$ $2400 \rightarrow x$ $6000x = 12.000$ $x = 2 cm$ // A variação da água seria de 2cm.
Resolução do aluno A8
como o volume total do tanque é de 30000 cm³ restariam ainda 3600 cm³ vazio que seria $40 \times 30 \times x = 3600$ $x = \frac{3600}{1200}$ $x = 3 cm$ vazio como antes o espaço vazio media 5cm de altura e agora com o objeto a altura do espaço vazio passou a ser 3cm então o nível da água aumentou em 2cm
Resolução do aluno B11

Por fim, dois alunos (B5 e B9) *explicitam* o emprego do *raciocínio proporcional* (E5). Eles relacionam o volume de água no tanque ao nível da água, concluindo que a cada 1cm de altura no nível de água no tanque corresponde 1 200cm³ de água. Contudo, enquanto A5 estabelece essa relação de proporcionalidade a partir da água inicial contida no tanque, A9 faz isso a partir do espaço vazio existente no tanque inicialmente. Dessas relações, concluem a variação de 2cm no nível de água no tanque com a inserção do objeto (Quadro 6). Assim, trata-se de outra estratégia relacionada a busca e estabelecimento de um *padrão*.

Quadro 6 – Resolução do aluno B5 envolvendo a estratégia E5.


4) Tanque de resfriamento com água
40 x 30 x 20 = 24 000 cm³
20 porque 25-5 cm porque 5cm estão sem água
Temos 24000cm³ de água em 20 cm de altura.
24000 |20
1200
Então cada cm de altura do tanque tem
1200 cm³ de água
Se colocarmos um objeto de volume 2400 cm³
temos
2400 |1200
2
logo a variação no nível de água é 2cm.

Resolução do aluno B5

As estratégias E1 a E5 revelam, portanto, uma diversidade de possibilidades de recursos, ações e operações capazes de orientar o processo de busca pela resolução da questão, assente tanto na Álgebra quanto na Aritmética. Assim, a partir de uma mesma estratégia pode-se empregar procedimentos de natureza diversa, sem que se comprometa o processo resolutivo, bem como a solução encontrada. Estes procedimentos, por sua vez, podem recorrer a diferentes registros (ou até a cálculo mental) que clarificam o(s) raciocínio(s) empregado(s) na busca pelo solução/resposta da questão. Há que se destacar, contudo, que de modo geral as estratégias e os procedimentos dos alunos do Grupo B estão mais esclarecidos e circunstanciados, o que facilitou o processo analítico em comparação às resoluções do Grupo A.

A concluir

A identificação e análise das estratégias emergentes nas resoluções dos alunos (Quadro 1) revela uma variedade de possibilidades de recursos relacionados com a Álgebra e a

Aritmética. Embora a questão, de modo geral, envolvesse relações proporcionais, o raciocínio proporcional não se fez presente em todas as estratégias, sendo explicitado apenas em E5 e possivelmente ausente, por exemplo, em E2 e E3. Isso sugere que, além da possibilidade do emprego de diferentes conceitos e ideias, residentes em variados campos da Matemática e assentes em representações diversas para resolução de uma questão ou problema, essa variedade de aspectos colabora para o esclarecimento de semelhanças e diferenças entre estratégias empregadas num processo resolutivo (GUBERMAN; LEIKIN, 2013).

Em termos da classificação de estratégias de Musser e Shaughnessy (1997), identificamos a recorrências a três tipos distintos. Enquanto E1, E4 e E5 envolvem a busca por um *padrão*, E2 sugere a identificação de *"problemas" mais simples* que possibilitam a resolução da situação em questão. Por sua vez, E3 utiliza um *raciocínio inverso,* a partir da aplicação da expressão para o cálculo do volume, assumindo como incógnita a altura do nível da água. Contudo, cabe salientar que essa diversidade mostrou-se mais evidente no grupo de alunos que experienciaram o EEM (Grupo B), os quais, além de recorrerem a diferentes estratégias e procedimentos de encaminhamentos dessas estratégias, evidenciaram em seus registros uma preocupação em detalhar e esclarecer seus processos de resolução, provavelmente em decorrência da "cultura" criada e cultivada na disciplina de Instrumentalização para o Ensino de Matemática. Além de possibilitar a compreensão dos raciocínios empregados, esse cuidado também parece colaborar na identificação de equívocos no processo resolutivo, já que o percentual de erros do Grupo A - cujas resoluções não evidenciam uma preocupação no esclarecimento das estratégias empregadas – foi muito superior ao do Grupo B.

Nesse sentido, o estudo revela indícios de que os alunos que experenciaram o Ensino Exploratório de Matemática não priorizam apenas a resposta final como solução da questão, mas se preocupam com o estabelecimento e esclarecimento dos caminhos que empregam no processo resolutivo, considerado aspecto também relevante para a solução. Isso, além de encorajá-los a transcender uma compreensão de matemática assente na aplicação de fórmulas e algoritmos, colabora, por exemplo, para a busca de alternativas diversas de resolução as quais, ao evocar aspectos diferentes das relações matemáticas e de conceitos complexos relacionados à situação/questão, podem colaborar para sua compreensão e elaboração de conhecimento matemático. Talvez isso justifique o percentual superior de acertos do Grupo B em relação ao Grupo A e sugere que a experiência com o EEM pode colaborar para o bom desempenho dos alunos em avaliações sistemáticas, como o ENEM.

Por outro lado, o estudo revela igualmente que a estratégia empregada inicialmente não determina o êxito ou o fracasso na resolução da questão, mas depende substancialmente dos procedimentos utilizados para encaminhá-la e dos registros que suportam os desdobramentos desses encaminhamentos. Além disso, os resultados também salientam que mesmo em soluções/respostas erradas identificam-se estratégias proeminentes para o processo pedagógico, o que ratifica a relevância de práticas pedagógicas e avaliativas que priorizam o(s) processo(s) de resolução em detrimento da análise exclusiva da resposta final.

A continuidade da investigação com outros grupos de alunos, com características semelhantes aos envolvidos neste estudo, envolvendo campos e conteúdos diversos da Matemática, pode confirmar estes indícios inicias.

Agradecimento

Agrademos à Fundação Araucária e à Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa da Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR, pelo auxílio financeiro que suportou este estudo.

Referências

BURIASCO, R. L.; FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B. Avaliação como Prática de Investigação (alguns apontamentos). **Boletim de Educação Matemática**, v. 22, n. 33, p. 69-95, 2009.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, n. 115, p. 11-17, 2011.

CAVALCANTI, C. Diferentes formas de resolver problemas?. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: ArtMed, 2001. p. 121-149.

D’AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM. Ano II, n. 2, Brasília, p. 15-19, 1989.

ESCHEVERRÍA, M. D. P. P. A solução de problemas em Matemática. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 43-65.

GUBERMAN, R.; LEIKIN, R. Interesting and difficult mathematical problems: changing teachers’ views by employing multiple-solution tasks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 16, n. 1, p.33–56, 2013.

MUSSER, G.L.; SCHAUGHNESSY, J. M. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática escola**. São Paulo: Atual, 1997. p. 188-201.

NCTM. **Normas profissionais para o ensino da Matemática**. Lisboa: APM e IIE, 1994.

OLIVEIRA, H.; CARVALHO, R. Uma experiência de formação, com casos multimédia, em torno do ensino exploratório. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: IE/UL, 2014. p. 465-490.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, v. 22, n. 2, p. 19-53, 2013.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: IE/UL, 2014. p. 13-30.