



18,19 e 20 de outubro de 2018

MODELAGEM E A SALA DE AULA



*Encontro Paranaense de Modelagem
na Educação Matemática*

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENCADEADAS A PARTIR DE LIVROS DIDÁTICOS

Luiz Gabriel Martins
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
luizgabrielmartins2014@hotmail.com

Carlos Henrique Smek
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
chsmek@yahoo.com.br

Emerson Tortola
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
emersonortola@utfpr.edu.br

RESUMO

Esta pesquisa objetiva identificar e sinalizar elementos potenciais para o desenvolvimento de atividades de modelagem em livros didáticos. Para isso foi feita uma análise de um livro de 5º ano do Ensino Fundamental utilizado em escolas públicas do município de Toledo. A análise revelou que textos, gráficos, tabelas, imagens que abordam temas associados a problemas sociais, políticos, econômicos, têm potencial para desencadear o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Livro didático.

INTRODUÇÃO

A atividade de Modelagem Matemática no contexto do ambiente escolar pode ser entendida como alternativa pedagógica que possibilita o relacionamento entre a matemática trabalhada na sala de aula com situações extraclases, que são de interesse dos estudantes (ALMEIDA; BRITO, 2005). Entretanto, o fato de desenvolver uma atividade utilizando dados reais, não diz respeito, necessariamente, à modelagem matemática. A constituição de atividades de modelagem depende também de outros aspectos como o problema que orienta a atividade, cujos passos de resolução não devem estar especificados em seu enunciado, nem conter pistas sintáticas de que conteúdo pode ser utilizado (ENGLISH, 2003); a dinâmica do professor, que não pode encaminhar a atividade como uma aula expositiva, precisa fazer os estudantes pensarem e dar autonomia para elaborarem e testarem estratégias; e a participação

dos estudantes, que precisam se entender como corresponsáveis por sua aprendizagem, compreender o objetivo de suas ações e o motivo da realização da atividade (ALMEIDA; BRITO, 2005).

De modo geral, há várias situações que podem desencadear uma atividade de modelagem, e elas podem ser provenientes de várias fontes, o estudante pode se interessar por um tema que conhece por meio de seus familiares, ou que leu em um jornal, livro, revista, internet. Uma outra fonte que, às vezes, é pouco explorada nesse contexto e que é de fácil acesso aos estudantes e professor é o livro didático. Com as mudanças curriculares, os livros passaram a apresentar além de exercícios, várias situações e contextos que podem ser discutidos com os estudantes, muitas dessas situações, inclusive, com dados reais, sinalizando possibilidades de desenvolvimento de atividades de modelagem.

Como mencionamos a situação com dados reais não é suficiente para que uma atividade seja considerada de modelagem, mas quando analisada pode revelar aspectos que se explorados podem fazer com a situação venha a ser. Nesse sentido, investigamos nesse artigo quais elementos de um livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental que sinalizam potencialidades para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Para isso, pautamos nossas considerações na filosofia da linguagem de Ludwig Wittgenstein, particularmente na ideia de jogos de linguagem, olhando para os usos das palavras, símbolos, expressões nesse livro e, quiçá, pontuando especificidades quanto aos usos da linguagem nessa série.

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

É comum na literatura encontrarmos definições de modelagem matemática como sendo um processo de produção de modelos matemáticos. Mas de acordo com Lingefjärd (2006, p. 96), fazer modelagem matemática não pode se reduzir à essa tarefa. A atividade de modelagem matemática está associada a “observar um fenômeno, conjecturar relações, aplicar análises matemáticas (equações, estruturas simbólicas etc.), obter resultados matemáticos e reinterpretar o modelo”.

Nas palavras de Almeida e Vertuan (2011, p. 21),

uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para situação final) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final.

Esses procedimentos são apresentados pelos autores organizados em quatro fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (ALMEIDA; VERTUAN, 2011).

Durante a fase “inteiração”, ocorre o estabelecimento do que se procura responder diante da situação-problema, além de serem traçados caminhos possíveis a serem percorridos para responder o problema. Também ocorre a coleta das informações, sejam elas de natureza qualitativa ou quantitativa.

Nesse momento o problema, proposto no contexto da situação de origem é definido em termos da linguagem matemática. Essa transição entre as linguagens caracteriza a segunda fase de uma atividade de Modelagem, que é definida como “matematização”. Para que essa transição ocorra, alguns conhecimentos matemáticos são necessários, de modo que a linguagem matemática seja utilizada para formular hipóteses com base nas características da situação. Nesse momento, variáveis são definidas e simplificações são realizadas, atribuindo ao problema uma “roupagem” matemática (HUSSERL, 2012), viabilizando sua resolução.

A “resolução”, portanto, é a terceira fase da atividade de modelagem, na qual um conjunto de técnicas e procedimentos matemáticos são utilizados para determinar um modelo matemático para a situação-problema, seja ele um gráfico, uma tabela, uma equação, ou quaisquer outras estruturas matemáticas que mantenham um nível de fidedignidade com o fenômeno sob investigação (TORTOLA, 2016). Essas estruturas são produzidas com a intenção de fornecer explicações e até mesmo realizar previsões acerca da situação-problema.

Por fim, a fase de “interpretação de resultados e validação” tem como objetivo avaliar o modelo matemático obtido em decorrência dos procedimentos e encaminhamentos realizados, bem como das informações que temos a respeito da situação-problema. Isso implica na análise e interpretação dos dados obtidos, ponderando sobre a resposta para o problema. Essa fase, portanto, vai para além da capacidade de construir e aplicar modelos, envolve também a capacidade do aluno de revisitar e avaliar suas ações, comunicando-as para os colegas de classe (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN; 2012).

É preciso ressaltar que, embora organizadas em fases, não há uma ordem predefinida para sua realização. Elas são realizadas de acordo com a atividade e com as necessidades de quem a desenvolve, não havendo, pois, linearidade nos encaminhamentos.

MODELAGEM MATEMÁTICA E LINGUAGEM: UMA PERSPECTIVA WITTGENSTEINIANA

A descrição de uma atividade de modelagem matemática revela uma dinâmica própria de estudar a matemática, com usos específicos e característicos da linguagem. O filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein, em sua obra *Investigações Filosóficas*, concebe a linguagem como uma atividade, e, assim sendo, é resultado de um conjunto de ações (como hábitos, crenças, atividades) que envolvam uma determinada comunidade, de modo que ela não seja formada pelo singular (experiência particular), mas pela pluralidade.

Para Wittgenstein (2012), essa constituição social, histórica e cultural da linguagem se dá por meio dos usos que dela fazemos e são nesses usos que as palavras, símbolos, expressões são significados. Esses usos determinam, portanto, o que Wittgenstein (2012, §7) denomina como “jogos de linguagem”.

Wittgenstein (2012, §7), ao analisar o diálogo entre o pedreiro e seu ajudante, observou que bastava o pedreiro pronunciar uma palavra, “lajota”, por exemplo, que seu ajudante lhe traria lajota sem nenhuma orientação extra. A respeito disso o autor nos diz que

na prática do uso da língua (2), uma das partes chama as palavras, a outra age de acordo com elas; no ensino da língua, porém, encontramos este processo: o aprendiz denomina os objetos. Isto é, ele fala a palavra quando o instrutor aponta para a pedra. – Vai-se encontrar aqui até um exercício mais fácil: o aluno fala as palavras que o instrutor lhe dita — ambos são processos semelhantes à linguagem. (...) E poder-se-ia chamar os processos de denominação das pedras, e de repetição das palavras ditas também, de jogos de linguagem. Pense nos vários usos de palavras que se faz nas brincadeiras de roda. Chamarei também a totalidade: da linguagem e das atividades com ela entrelaçadas, de “jogo de linguagem”.

Assim, a linguagem constitui uma atividade cujos usos não necessitam de explicações, seus significados acarretam em ações que decorrem dos acordos e convenções subentendidos em determinados contextos. Nesse sentido, uma atividade de modelagem matemática pode ser entendida como um jogo de linguagem (TORTOLA, 2016), pois constitui uma maneira de

significar a matemática, a qual envolve a abordagem matemática de temas não essencialmente matemáticos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Saber jogar, para Wittgenstein (2012), é saber seguir regras. Os jogos de linguagem são dotados de regras que apenas seus usuários possuem conhecimento. Nesse contexto, para que outras pessoas possam participar desse jogo elas precisam observar os usos e aprender as regras que os governam. Nesse sentido, o aprendizado dessas regras se dá por meio da prática do jogo, ou como sugere Wittgenstein (2012), por meio de um treinamento. “Ensinar a linguagem aqui não é explicar, mas treinar” (WITTGENSTEIN, 2012, § 5).

Para Silva, Júnior e Silveira (2015) treinar é o processo pelo qual o sujeito é inserido no ambiente em que determinadas expressões e termos são utilizados e, através do uso, entenderia o sentido de tais. Desse modo, podemos entender esse treinamento como uma formação, que conduz o sujeito à significação da linguagem, por meio dos jogos de linguagem. Nesse sentido, o professor é o responsável pelo “treinamento” dos alunos para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, chamando atenção para os procedimentos que são realizados e colocando os alunos para agir.

ASPECTOS METODOLÓGICOS E CONTEXTO DA PESQUISA

Neste trabalho foi analisado o livro didático “Projeto Coopera” de Eliane Reame e Priscila Montenegro que é utilizado no quinto ano do Ensino Fundamental em escolas públicas do município de Toledo. Esse livro foi escolhido por ser adotado pelas escolas que fazem parte do projeto universal, apoiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), intitulado “Da passagem do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental: uma investigação acerca da cultura escolar, dos processos de ensino e aprendizagem e das concepções docentes e discentes”, ao qual os autores participam.

O livro possui 272 páginas e tem seu conteúdo organizado em 9 unidades. Nas primeiras páginas, em uma seção “Conheça seu livro” as autoras apresentam a estrutura dos capítulos, explicando suas possíveis seções.

Como nosso objetivo é sinalizar situações podem desencadear o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, indo para além da ideia de aulas expositivas, a análise foi desenvolvida a partir da observação de todo conteúdo do livro. Em um primeiro momento

identificamos elementos que permitissem a realização de atividades de modelagem matemática, como textos, gráficos, tabelas, imagens, comumente identificados na literatura como modelos matemáticos (BRITO; ALMEIDA, 2005), que trouxessem informações e dados reais (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), abrangendo temáticas de contextos variados (TORTOLA, 2016). Em um segundo momento, fez-se a observação de características de cada um desses elementos e do contexto em que são apresentados no livro. Por fim, em um terceiro momento, escolhemos uma temática identificada no livro e desenvolvemos uma atividade de modelagem, apontando possibilidades de exploração e os possíveis conteúdos que podem ser trabalhados, a fim de ilustrar o que queremos dizer com potencialidades.

ANÁLISE DO LIVRO

A partir da análise do livro foram identificados sete temas que consideramos ter potencial para desenvolver atividades de modelagem matemática, são eles: crescimento populacional (p. 17), salário mínimo (p. 85), desmatamento (p. 204), desperdício de água (p. 232) e alimentos (p. 240), consumo de eletricidade (p. 247) e aquecimento global (p. 262).

Podemos notar os temas estão relacionados a questões de naturezas social, econômica e política, de modo que é possível realizar discussões que vão para além da matemática (BLUM, 2002). Nesse contexto, trabalhar com situações de modelagem vão além de buscar uma resposta para o problema proposto, também permitem discutir medidas e atitudes que possam de alguma forma reduzir no impacto do problema (CALDEIRA, 2007).

A discussão de temas dessa natureza é comum na literatura (BLUM, 2002; ALMEIDA; BRITO, 2005; CALDEIRA, 2007). Grimaldi (2015), por exemplo, discute tópicos de educação financeira, salário mínimo e desperdício de alimentos através de uma atividade de modelagem matemática com alunos do 9º ano de duas escolas, de modo que as atividades proporcionem além do conhecimento matemático, o debate sobre questões sociais. Desse modo, a modelagem contribui para atingir alguns dos objetivos gerais para a Educação Básica estabelecidos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p. 9):

- posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas;

- perceber-se integrante, dependente e agente transformador do ambiente, identificando seus elementos e as interações entre eles, contribuindo ativamente para a melhoria do meio ambiente;
- desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e exercício da cidadania;
- utilizar as diferentes linguagens – verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
- questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

Além disso, os temas apontados foram apresentados por meio de um texto, para que os alunos pudessem ter uma primeira compreensão do assunto, e geralmente esse texto vinha acompanhado de tabelas ou gráficos com informações necessárias para o desenvolvimento de atividades de modelagem, que o professor pode definir para os alunos investigarem. Dessa forma, o professor tem à sua disposição mais cenários que podem ser investigados. A Figura 1 exemplifica a diversidade de informações a respeito do tema “salário mínimo”.


Figuras 1 – Salário Mínimo

Gráficos e tabelas

O salário mínimo brasileiro

Você já ouviu falar em **salário mínimo**? Troque ideias com seus colegas sobre o que sabem a respeito desse tema.

Parabéns, o emprego é seu! Você receberá seis salários mínimos por mês de pagamento.



Leia o texto a seguir.

O salário mínimo é um direito social do trabalhador urbano e rural e deve ser capaz de atender às necessidades vitais básicas do trabalhador e de sua família, como moradia, alimentação, educação, saúde, vestuário, higiene, transporte, lazer e Previdência Social. Nacionalmente unificado, o salário mínimo é reajustado periodicamente, de modo a preservar o poder aquisitivo do cidadão.

O pagamento do salário mínimo é obrigatório a todo empregador que mantém funcionários com carga horária de 44 horas semanais e contrato formal de trabalho. Caso a carga horária seja superior, a empresa deverá pagar hora extra ao trabalhador.

Em 1º de maio comemora-se não só o Dia do Trabalho, mas também a criação do salário mínimo no Brasil. A instituição do benefício foi regulamentada no Brasil em 1936. [...] A princípio, ele era calculado de acordo com a região em que o trabalhador residia e deveria atender somente às suas necessidades básicas.

[...]

A unificação do salário mínimo para todo o país ocorreu em 1984. [...]

Fonte: www.brasil.gov.br/economia-e-emprego/2010/01/salario-minimo. Acesso em: 10 abr. 2014.

Nacionalmente unificado, o salário mínimo é reajustado anualmente, de modo a preservar o poder aquisitivo ou o poder de compra do cidadão. Observe a tabela abaixo.

Salário mínimo brasileiro							
Ano	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Valor	R\$ 415,00	R\$ 465,00	R\$ 510,00	R\$ 545,00	R\$ 622,00	R\$ 678,00	R\$ 724,00

Fonte: CBO Data - www.cbo.org.br/infocbo/infocbo/estatisticas/salario-minimo.html. Acesso em: 10 abr. 2014.

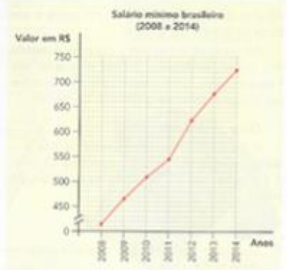
Responda em seu caderno:

- Qual é o assunto dessa tabela?
- Que período de tempo foi apresentado na tabela?
- Quantos reais o salário mínimo aumentou de 2008 até 2014?
- Entre que anos o salário mínimo teve um aumento de R\$ 56,00?

Represente em seu caderno, usando as cédulas do real, duas possibilidades de um trabalhador ter recebido o valor do salário mínimo vigente em 2008.

Com os dados da tabela, também é possível construir um gráfico de linha. Responda em seu caderno:

- Qual é o título desse gráfico?
- O que indica o eixo horizontal? E o eixo vertical?
- Faça duas outras perguntas e dê para um colega responder.



Pesquise o valor do salário mínimo atual. Será que ele atende a todas as necessidades básicas de um trabalhador?

Fonte: Reame e Montenegro (2014, p.84-85).

Assim, para mostrar que esses temas possuem potencial para desencadear atividades de modelagem, desenvolvemos uma atividade a partir do tema “crescimento populacional”.

DESENVOLVENDO UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM COMO EXEMPLO

Situação-problema: Levando em consideração os dados da tabela apresenta na figura abaixo, deseja-se estimar a população para o ano de 2020.

Figura 2 – Atividade de modelagem sobre Crescimento da População Brasileira



Fonte: Reame e Montenegro (2014, p.17).

Nessa situação temos o problema definido e os dados coletados, resta-nos resolver o problema e verificar a solução. Em primeiro lugar, são retiradas as diferenças de aumento populacional a cada intervalo de tempo, conforme demonstrado na tabela abaixo:

Tabela 1 – Variação Populacional

1950-1960	$70.070.457 - 51.941.767 = 18.128.690$
1960-1970	$93.139.037 - 70.070.457 = 23.068.580$
1970-1980	$119.002.706 - 93.139.037 = 25.863.669$
1980-1991	$146.825.475 - 119.002.706 = 27.822.769$
1991-2000	$169.779.170 - 146.825.475 = 22.953.695$
2000-2010	$190.732.694 - 169.779.170 = 20.953.524$

Fonte: Dos autores.

Percebendo que as variações não são constantes, podemos calcular a média das variações e supor que esse seja o valor que esteja variando a cada intervalo. Para isso é necessário que sejam somadas todas as variações e dividido pela quantidade de variações que aconteceram, assim:

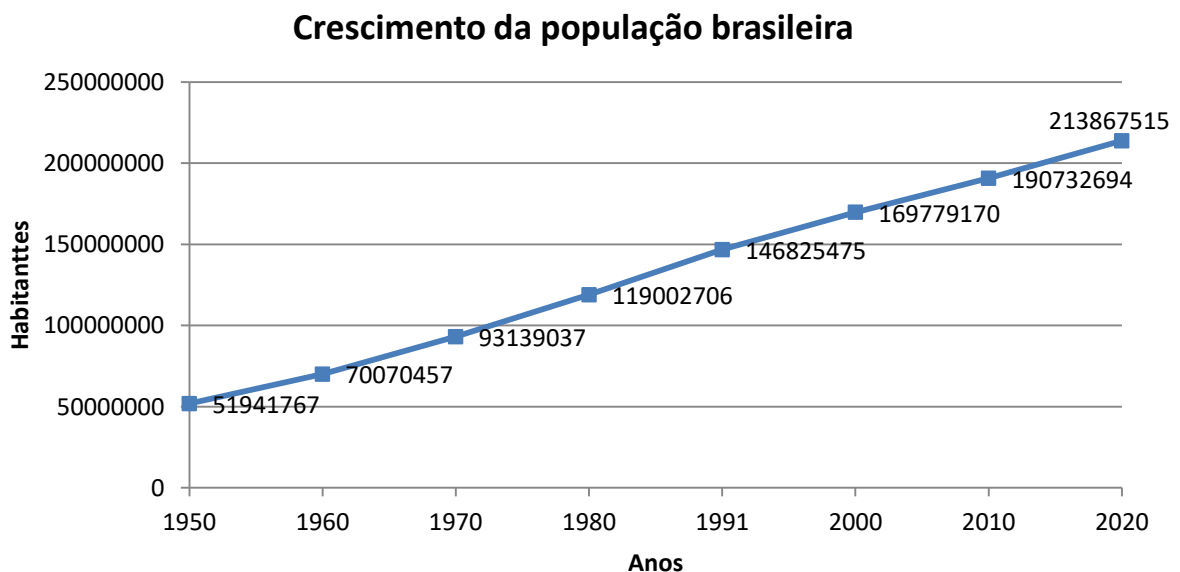
$$\text{variação média} = \frac{\text{Somadas variações}}{\text{Quantidade de variações}} = \frac{138.790.927}{6} \approx 23.131.821$$

Apesar da variação média não ser um número inteiro, é necessário que faça uma aproximação, uma vez que a população é dada em números inteiros. Para obtermos a população estimada do ano de 2020, soma-se a população de 2010 com a variação média, obtendo:

$$190.732.694 + 23.131.821 = 213.867.515 \text{ habitantes}$$

Para verificar se nosso resultado é uma boa aproximação, podemos utilizar o site oficial do IBGE que possui uma projeção populacional. De acordo com o IBGE a população projetada para o ano de 2020 é de 211.755.692 habitantes que em comparação a nossa estimativa não é muito distante, apenas uma diferença de 2.111.823 habitantes. Graficamente:

Figura 3 – Gráfico com Projeção populacional para o ano de 2020



Fonte: Dos autores.

Levando em conta que o nosso problema envolve estimativas para o futuro, não há como fazer uma validação de resultado de forma precisa. No entanto, se considerarmos a projeção do IBGE como resposta mais próxima do verdadeiro valor – que só será descoberto ao final do ano de 2020 – então a nossa solução é uma boa aproximação.

A atividade apresentada permite com que sejam aplicados os conteúdos de adição, subtração, divisão, arredondamento, gráficos e média. Todos eles, exceto o último, são apresentados em algum momento no livro, assim, é necessário que seja introduzido o conceito de média aritmética.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando em consideração a facilidade e o acesso que estudantes e professor têm ao livro didático, pensamos ser pertinente investigar as potencialidades que ele apresenta para desencadear o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Nosso objetivo, com esse artigo, portanto, foi apontar elementos que pudessem ser observados pelo professor, para vislumbrar o desenvolvimento de tais atividades. Além disso, apresentamos um exemplo de desenvolvimento de atividade de modelagem que pode surgir, tomando como ponto de partida um dos temas identificados na análise.

A observação dos sete temas indicados revela que, de fato, há nos livros didáticos vários elementos que possuem potencial para desencadear o desenvolvimento de atividades de modelagem, esses elementos são textos, gráficos, tabelas, imagens que abordam temas associados a problemas sociais, políticos, econômicos, muitas vezes, inclusive, associados a situações cotidianas. Isso contribui para a realização de discussões sobre o tema e definição e/ou compreensão do problema, uma vez que os estudantes podem dar suas contribuições relatando suas experiências. Isso fica ilustrado na atividade que desenvolvemos, que embora seja simples, pode levantar outros questionamentos e direcionamentos, desencadeando em outras investigações, novas atividades de modelagem.

É claro que, esses sete temas não são os únicos que podem desencadear atividades de modelagem matemática, existem alguns temas observados no livro, mas que optamos por não detalhar neste trabalho, pois requerem quem seja efetuada uma coleta de dados para que possam ser investigados, o que pode ser feito pelo professor e/ou pelos alunos, quando

considerarem adequado. Além disso, vale chamar atenção para a subjetividade na determinação dessas situações, uma vez que, como mencionamos, a constituição de uma atividade dependerá do olhar do professor e dos alunos para o material que eles têm.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação** (Bauru), v.11, n.3, p.483-497, 2005.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” Modelagem Matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011, 19-44.

BLUM, W. ICMI Study 14: applications and modelling in mathematics education – discussion document. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 51, n. 1-2, p. 149-171, jul. 2002.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Matemática. Ensino Fundamental. Ensino de primeiro à quarta série. MEC/SEF, 1997.

CALDEIRA, A. D. Etnomodelagem e suas relações com a Educação Matemática na infância. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007, p. 81-97.

ENGLISH, L. Mathematical modelling with Young learners. In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (Eds.). **Mathematical Modelling: a way of life**. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-18.

IBGE. **Projeção da População**. Disponível em:
<<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pesquisa/53/49645?tipo=grafico>>.

GRIMALDI, F.C. Modelagem Matemática no Ambiente Escolar: uma possibilidade de aprendizagem para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 19., 2015, Minas Gerais, **Anais...**, Juíz de Fora: UFJF, 2015.

HUSSERL, E. **A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental**: uma introdução à filosofia fenomenologia. Forense Universitária: Rio de Janeiro, 2012.

LINGEJÄRD, T. Faces of mathematical modeling. **ZDM**, Berlim, v. 38, n. 2, p. 96-112, 2006.

REAME, E.; MONTENEGRO, P. **Projeto coopera**. São Paulo: Saraiva, 2014.

ROBIM, B. N. P. A. S.; TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. O fazer modelagem matemática: uma análise à luz da filosofia da linguagem. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2014, Campo Mourão. **Anais...** Campo Mourão: Unespar, 2014.

SILVEIRA, M. R. A.; JÚNIOR, V. P. T.; SILVA, P. V. A matemática e suas aplicações na perspectiva de Wittgenstein. In: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 14., 2015, Tuxtla Gutiérrez. **Anais...** Tuxtla Gutiérrez: ICMI, 2015.

TORREZAN, M. Wittgenstein e os “jogos de linguagem”: novas perspectivas para o conceito educação. **Perspectiva**, Florianópolis, v. 18, n.34, p. 159-176, jul./dez. 2000.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Londrina: UEL, 2016, 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 7. ed. Tradução de Marcos G. Montagnoli. Petrópolis: Editora Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2012. (Coleção Pensamento Humano). Tradução de: Philosophische Untersuchungen.