



18,19 e 20 de outubro de 2018

MODELAGEM E A SALA DE AULA



A MATEMATIZAÇÃO EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Daniel José Kmita
Unespar/Campus de União da Vitória
engm-danielkmita@uniguacu.edu.br

Élida Maiara Velozo de Castro
Unespar/Campus de União da Vitória
elidamaiara.vc@gmail.com

Michele Regiane Dias Veronez
Unespar/Campus de União da Vitória
miredias@gmail.com

RESUMO

Uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por um grupo de alunos do quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática, cujo interesse deles era conhecer e compreender como a empresa de Correios realiza o cálculo do frete de mercadorias enviadas via sedex, é assumida, neste trabalho, como base para discutirmos acerca das ações dos alunos relacionadas à fase de matematização, bem como o papel desta fase no desenvolvimento de tal atividade. As discussões ora apresentadas refletem parte do estudo desenvolvido no contexto de um projeto de iniciação científica que ainda encontra-se em desenvolvimento. Assim, os resultados que aqui trazemos são incipientes, contudo, servem como fonte de reflexão para resultados e inferências futuras.

Palavras-chave: Atividade de modelagem matemática; Matematização; Ações dos alunos.

INTRODUÇÃO

Atividades de modelagem matemática apresentam como essência a realização de investigações em sala de aula, as quais assumem problemas da realidade como ponto de partida. Fatores como a intencionalidade dos alunos e a elaboração de hipóteses sustentam e indicam direções e, as diferentes resoluções matemáticas empreendidas têm como finalidade a resolução do problema (ALMEIDA; SILVA, 2015). Essa caracterização de modelagem sugere que os alunos mobilizem e construam uma série de conhecimentos, tanto matemáticos como sobre aspectos da situação em foco.

Tal fato nos leva a reconhecer que, em atividades de modelagem matemática, o aluno tem oportunidade de modelar problemas relacionados ao seu cotidiano, selecionar variáveis que o auxiliarão na busca por uma solução para o problema e utilizar ferramentas matemáticas que pré-dispõe para resolvê-lo. O uso de técnicas e procedimentos matemáticos que podem auxiliar na resolução do problema em estudo fica evidente na fase matematização¹; fase na qual o aluno representa matematicamente o problema e o resolve utilizando conhecimentos matemáticos já adquiridos ou construindo novos.

Como nosso objetivo é ilustrar as ações dos alunos relacionadas à fase matematização e discutirmos acerca do papel desta fase no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, trazemos o modo como um grupo de três alunos de um quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Modelagem Matemática, desenvolveu a atividade intitulada por eles: Frete dos Correios. O problema reconhecido pelos alunos na atividade é o seguinte: Como é feito o cálculo do valor do frete pelos correios através do serviço SEDEX? Para além disso, tal atividade se configurou como fonte para o estudo de novas situações problema a partir do estudo realizado pelos alunos. Sendo assim, realizamos uma nova abordagem ao problema, com vistas a evidenciar outros possíveis encaminhamentos e conhecimentos, bem como discutir aspectos da matematização reconhecidos ao longo da atividade.

Nossa investigação segue pressupostos do estudo qualitativo, o qual, segundo Menga e André (1986), tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento, os dados coletados são predominantemente descritivos, o interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas. Os dados utilizados em nossa análise foram coletados no trabalho escrito dos alunos, que posterior à apresentação da atividade de modelagem para a turma, foi entregue uma versão impressa. A análise corresponde a resultados parciais discutidos e refletidos no contexto de um projeto de iniciação científica que ainda encontra-se em desenvolvimento.

¹ Neste trabalho adotamos a fase matematização conforme perspectiva de Almeida; Silva; Vertuan (2012).

Nesse texto, inicialmente apresentamos nosso entendimento sobre as fases relativas a uma atividade de modelagem matemática; em seguida, discutimos a atividade desenvolvida pelos alunos com ênfase nos aspectos matemáticos, indicando outras possibilidades de resolução e encaminhamentos que poderiam ser assumidos e, por fim; tecemos algumas considerações sobre o estudo realizado.

FASES DA MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática segundo Barbosa (2004, p.3) “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”. Como uma das características da Modelagem Matemática é o fato de que as situações que dão origem a atividade, geralmente, têm origem fora da Matemática, isso implica na necessidade, muitas vezes, de compreender contextos de outras áreas do conhecimento, para conhecer o tema/situação em estudo. Nessa perspectiva é que conceitos e conhecimentos matemáticos também vão sendo construídos ou utilizados.

Nas palavras de Almeida, Silva e Vertuan (2013), atividades de modelagem matemática podem ser descritas em termos de transição de uma situação inicial (problemática) para uma situação final (solução para a problemática), que vem associada a uma representação ou modelo matemático. Nesta transição há mobilização de um conjunto de procedimentos por parte dos alunos, manifestos nos encaminhamentos que assumem enquanto investigam o problema que se propuseram estudar.

Associadas ao desenvolvimento de atividades de modelagem, na intenção de indicar caminhos aos alunos, estão algumas fases denominadas: inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013).

Como se pressupõe que uma atividade de modelagem matemática seja desenvolvida com base em questões que sejam do interesse dos alunos, geralmente relacionadas a aspectos da sua realidade, é necessário que primeiramente haja uma busca por informação para que possam conhecer melhor o tema proposto. Essa busca por informações, tanto quantitativas como qualitativas, se dá na fase inteiração. Embora seja uma fase inicial, que acontece logo que é realizada a escolha do tema, essa fase não possui um momento final, ou seja, os alunos podem recorrer à procura de novos dados ou informações ao longo da atividade, caso julguem

necessário. Essa busca inicial por informações conduz os alunos para uma interpretação matemática das informações coletadas.

Essa compreensão, transição, tradução, transformação da realidade por meios e instrumentos matemáticos é caracterizada como matematização e “tem como objetivo principal a transformação, tradução do problema do mundo real em um problema matemático e assim tem um papel fundamental na modelagem” (SILVA, 2013, p.33).

É na fase matematização que, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), há uma transição da representação de uma situação problema, muitas vezes reconhecida em linguagem natural, para a representação matemática. Essa fase pode ser reconhecida durante todo o desenvolvimento da atividade, tanto pelo caráter flexível de uma atividade de modelagem, quanto pelas necessidades de transição de linguagem evidenciadas no decorrer do processo de busca por uma solução para o problema.

Ainda nessa fase, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), podemos destacar a seleção de variáveis, o levantamento de hipóteses e a simplificação das informações obtidas, porém, essas simplificações devem considerar o problema matemático, uma vez que ele retrata aspectos da realidade por meio da matemática. Deste modo, a matematização é o processo de descrição do problema em termos de linguagem matemática, e de identificação de “meios” matemáticos necessários para sua resolução.

Na fase resolução, segundo Vertuan (2013), o aluno constrói ou faz uso de um modelo matemático², buscando representar ou solucionar o problema inicialmente proposto. Para isso se utiliza de conhecimentos matemáticos prévios, representações matemáticas, técnicas e ferramentas computacionais, também podendo ocorrer uma situação que o aluno manifeste necessidade em buscar novos métodos de resolução, ou seja, o aluno deverá adquirir conhecimentos matemáticos para resolver a problemática inicial.

O desenvolvimento da atividade geralmente culmina em um modelo matemático e na obtenção (ou não) de uma resposta para a situação problema, que leva os alunos a validar os

² Nossa compreensão de modelo está pautada na assertiva de Almeida, Silva e Vertuan (2013, p.13) de que ele pode ser descrito como uma estrutura matemática que representa alguma coisa cuja finalidade pode ser “prever o comportamento de um fenômeno, ser demonstrativo de algo (como uma maquete), ter um fim pedagógico (auxiliar na ilustração de um conceito), ser descritivo de algo, entre outras coisas”.

resultados encontrados. Essa validação é um processo no qual eles identificam se o modelo matemático utilizado ou construído e as soluções encontradas são coerentes e respondem satisfatoriamente o problema reconhecido inicialmente.

Cabe salientar que quando os resultados encontrados não satisfazem ao problema estruturado inicialmente, isso indica que as hipóteses iniciais não se confirmaram, sendo necessária a retomada do problema ou busca por novas informações que permitam modificar ou aprimorar o modelo matemático utilizado/construído.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), há de se considerar que devido à dinamicidade característica de uma atividade de modelagem matemática, as fases descritas podem não ocorrer de forma linear, pois os autores sugerem que pode haver movimentos de “idas e vindas” entre elas, de acordo com os encaminhamentos assumidos durante a busca pela solução para problema.

Neste trabalho damos ênfase à fase matematização, buscando analisar as ações dos alunos ao resolverem o problema reconhecido por eles e compreender como se comportam diante dos aspectos exigidos nessa fase, em que há a transcrição do problema em linguagem natural para um problema em linguagem matemática.

A FASE MATEMATIZAÇÃO NA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA

A atividade de modelagem matemática com o tema “Frete dos Correios” teve origem na seguinte situação: ao enviar uma mercadoria pelos correios com as dimensões 50x40x25cm e com massa de 3kg o preço estipulado é de R\$ 24,00, porém ao enviar duas dessas mercadorias embaladas juntas, obtendo uma única caixa com as dimensões 50x40x50cm e 6kg o preço estipulado é de R\$ 67,30; sendo este valor diferente do esperado, R\$ 48,00. A partir dessa inquietação, os alunos manifestaram interesse em saber como é realizado o cálculo do frete dos correios, com o seguinte problema: como é feito o cálculo do valor do frete pelos correios através do serviço SEDEX?

Uma situação da realidade, vivenciada por um dos alunos do grupo, levou ao reconhecimento do problema e, a estruturação da pergunta matemática nos leva a perceber que a matematização está presente já no momento inicial da atividade. É a partir desse reconhecimento e dessa estruturação que para além de saber que o preço não seguia um padrão,

como esperado, os alunos se propuseram a investigar como e porque isso acontecia. Assim, é o problema que impulsiona o desenvolvimento da atividade.

Com o problema estruturado emerge a necessidade de busca por dados e informações no site dos Correios³, visto que este disponibiliza um simulador de valor de frete. Nesse simulador, ao inserir as dimensões da embalagem e medida de massa da mercadoria, juntamente com os CEP, de origem e de entrega, os alunos conseguiram obter o valor do frete correspondente. A possibilidade de realizar várias simulações de envio de mercadorias, com CEP de origem sendo União da Vitória (84600-000) e destino sendo Curitiba (80020-000), os valores de dimensões e massas foram atribuídos arbitrariamente, o que pode ter viabilizado a percepção de que os dados obtidos não apresentam uma regularidade e tal informação poderia ser útil na resolução do problema.

Embora a ação dos alunos buscarem informações relativas ao tema, pareça indicar aspectos da fase inteiração, o fato de delimitar dos CEP's de origem e destino e assumir os valores de medida de dimensão e massa da caixa podem ser compreendidos como aspectos relativos à fase matematização. Também referente a essa fase, notamos o fato de perceberem que os dados obtidos não seguem uma regularidade. Podemos entender que foi uma hipótese levantada por eles na busca por resolver o problema. Neste caso, a fase matematização tem o papel de levar os envolvidos a deliberar sobre o que, dos dados que possuíam, poderiam contribuir na resolução do problema e tomar decisões objetivas olhando para tais dados.

A partir dessa constatação os alunos passaram a buscar outras informações. Encontraram o site da IATA (The International Air Transport Association), que regulamenta o envio de mercadoria pelo tráfego aéreo, e que por convenção dessa instituição cada 1kg deve possuir no máximo 6000cm³. Para utilizar essa relação é feito o cálculo do peso cubado, cubagem, ou como é conhecido popularmente, peso taxado, esse cálculo se dá através da divisão do volume pelo fator de cubagem, nesse caso 6000cm³, logo $Cubagem = Volume / 6000$.

Para utilizar o peso cúbico existem outras condições encontradas no site dos correios:

a) Se o peso cúbico for menor que 10 considera-se o peso real do produto(kg). b) Se o peso cúbico for maior que 10 considera-se o maior valor entre o peso cúbico e o peso real.

³Endereço: www.correios.com.br/para-você

Ainda na busca por informações complementares sobre o assunto problematizado, ou seja, inteirando-se do assunto, a identificação de dados matemáticos necessários para a resolução do problema, e a interpretação das informações matemáticas obtidas com base em elementos da realidade, evidencia como a matematização aconteceu.

De posse dessas novas informações, os alunos estabelecem uma relação entre o peso cúbico do objeto ou a massa (o que estiver de acordo com as condições) e o valor do frete dos correios. Novas simulações de envio de mercadorias foram realizadas pelos alunos que construíram uma tabela considerando para Massa do Produto/Peso Cúbico (kg) ou (cm³/6000) valores de 1 a 50, para ilustrar e simplificar sua investigação.

A partir dos resultados obtidos observaram que os dados possuíam duas regularidades: até 10 kg ou cm³/6000 apresentavam um comportamento e a partir disso, até 50 kg ou cm³/6000 apresentavam outro comportamento. Em sequência utilizaram o *software Excel* para gerar as funções e os gráficos.

Essa nova simplificação e a opção por utilizar as ferramentas matemáticas de cálculo de valores de fretes dos correios, também sinalizam aspectos relativos à fase matematização. Assim, a atitude dos alunos a partir da matematização possibilitou a fase resolução, quando realizaram os cálculos necessários para se chegar a resultados matemáticos, conforme expressos na sequência. Disso entendemos que a fase matematização pode ter desencadeado um primeiro elemento para que a fase resolução fosse possível.

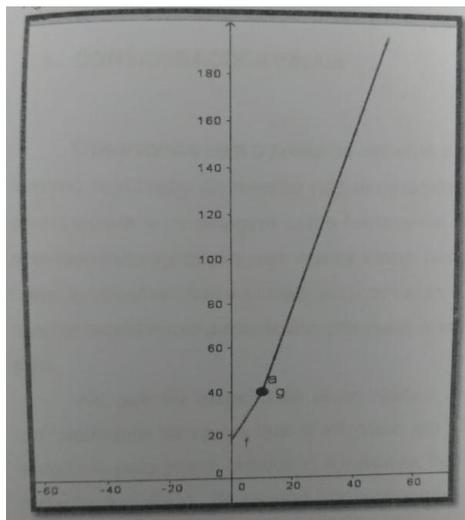
A primeira função encontrada foi $y = 0,189x^2 + 2,0086x + 17,963$; em que $R^2 = 0,9999$, para pesos de 0,3 a 10 kg. E a segunda que descrevia os dados de 10 kg ou cm³/6000 até 50 kg ou cm³/6000 foi $y = 3,9x + 1$ para $R^2 = 1$.

Dessa forma, conseguiram modelar uma função por partes que descreve como é calculado o frete dos correios. O gráfico obtido encontra-se ilustrado na Figura 1.

Figura 1 - Função por partes: representação gráfica do modelo encontrado pelos alunos.

Modelagem e a Sala de Aula

Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
18, 19 e 20 de outubro de 2018
Cascavel - PR



Fonte: Relatório dos alunos.

A lei de formação da função encontrada é a seguinte: $f(x) = \{0,0189x^2 + 2,0086x + 17,963, \text{ se } 0,3 \leq x \leq 10\}; \{3,9x + 1, \text{ se } 10 \leq x \leq 50\}$

A resolução encontrada pelos alunos em forma gráfica e na algébrica, pode ser consequência da fase resolução, a qual permitiu-os, com o auxílio de ferramentas computacionais, chegar a um modelo matemático que descreve uma solução para o problema inicialmente posto. Reconhecemos ainda que a matematização, neste caso, está na opção pelos conhecimentos matemáticos que podem encontrar-se implícitos em situações do cotidiano.

Após encontrada a função utilizando o *software*, os alunos decidiram resolver o problema sem o auxílio tecnológico, ou seja, realizando os cálculos. Para isso utilizaram-se do método dos mínimos quadrados que consiste em obter o melhor ajuste para um conjunto de dados tentando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados. Isso permitiu aos alunos modelar uma função por partes que descreve o frete dos correios através do serviço SEDEX.

O reconhecimento de outras alternativas ou meios matemáticos para resolver o mesmo problema, ou seja, a constatação de que outra forma matemática de se resolver seria possível, denota novamente aspectos da fase matematização. Tal fase parece estar aliada à fase interpretação dos resultados e validação, que neste caso possibilitou aos alunos, a partir de dois encaminhamentos matemáticos distintos, chegar ao mesmo resultado obtido anteriormente, considerado válido e satisfatório para responder ao problema.

A NOSSA ABORDAGEM AO PROBLEMA

A análise da atividade de modelagem desenvolvida pelos alunos cujo problema era “Como é feito o cálculo do valor do frete pelos correios através do serviço SEDEX?”, nos levou a buscar novas (outras) possibilidades de resolvê-lo e/ou reconhecer outras questões que podem surgir com a mesma temática. Assim, a partir do problema que originou a atividade de modelagem desenvolvida pelos alunos licenciandos, buscamos no contexto de um Projeto de Iniciação Científica, além de discutir os aspectos da matematização presentes na atividade, trabalhar com outras possibilidades de abordagem do problema. Dentre possíveis questões para estudo optamos por investigar sobre os seguintes problemas: Cidades que tem distam a mesma distância entre essas analisadas, possuem o mesmo valor de frete? Cidades localizadas em estados diferentes, mas a mesma distância, possuem o mesmo valor de frete? Dois fretes com cidades de origem e entrega diferentes, podem possuir o mesmo valor?

Diante do reconhecimento de novos problemas, delimitamos nosso estudo assumindo como hipótese que o produto a ser enviado possui dimensões e a medida de massa iguais, sendo esses valores escolhidos aleatoriamente, pois buscamos dessa forma minimizar regularidades que poderiam surgir no preço dos fretes, essas condições para um envio de mercadorias considerando distâncias aproximadas entre cidade de origem e de destino.

Podemos perceber, nesse contexto, aspectos relativos à fase matematização quando fazemos o levantamento de hipóteses, algo que nos auxiliará no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, pois consideramos que a partir dessas hipóteses há a simplificação do problema inicialmente proposto, sendo esta ação de simplificação também referente à fase matematização.

As delimitações realizadas permitiram analisarmos valores referentes a fretes sob diversos contextos. O primeiro deles é considerarmos a mesma cidade de origem, porém com destino diferente, com a condição de que as distâncias percorridas nos dois fretes sejam aproximadas entre si. Isso exigiu a procura por cidades que cumprissem essas condições, o que levou a assumir as cidades de União da Vitória e Toledo, cuja distância é de 316 km, e as cidades de União da Vitória e Arapongas, que distam em 315 km. Por essa distância de 1km ser pequena consideramos que não teria influência significativa no cálculo do frete e podemos utilizar as distâncias aproximadas entre as cidades, isso nos permite realizar as simulações de fretes no site dos correios.

Nesse momento verificamos ser necessário, para realizarmos apontamentos mais precisos, a procura por duas cidades que possuam a mesma distância de uma cidade de origem. Essa busca, aponta indícios de que a fase inteiração ocorreu, já que houve a procura por dados que complementem as hipóteses inicialmente propostas. Além disso, percebemos presente a fase matematização quando assumimos que a distância de 1 km influenciaria minimamente nos resultados, ou seja, simplificamos o problema matematicamente.

Os CEPs utilizados foram de União da Vitória (84615-000) para Toledo (85906-490) e para Araçongas (86704-230). Dentre os valores testados, trazemos cinco para ilustração conforme Tabelas 1 e 2 a seguir.

Tabela 1 - Frete de União da Vitória a Toledo

Comprimento(cm)	Largura(cm)	Altura(cm)	Massa(kg)	Valor do Frete(R\$)
70	25	10	5	32,60
100	11	50	12	57,20
105	15	80	3	108,50
65	15	30	25	131,30
65	50	40	14	114,20

Fonte: Os Autores

Tabela 2 - Frete de União da Vitória a Araçongas

Comprimento(cm)	Largura(cm)	Altura(cm)	Massa(kg)	Valor do Frete(R\$)
70	25	10	5	32,60
100	11	50	12	57,20
105	15	80	3	108,50
65	15	30	25	131,30
65	50	40	14	114,20

Fonte: Os Autores

Percebemos, após a simulação do envio de dez mercadorias com as mesmas dimensões e massas da cidade de União da Vitória a Toledo e de União da Vitória para Araçongas, que não houve alteração no valor do frete. O que nos remete a uma primeira consideração: o envio de mercadorias com cidades de destino que apresentam distâncias aproximadas da cidade de origem possui o mesmo valor de frete.

Para investigar como se dá o valor do frete em outras situações elegemos diferentes cidades de origem e de destino, para o envio de duas mercadorias, com a única condição de que a distância percorrida em cada entrega seja aproximada. Buscando cidades no Paraná que

atendessem a esses critérios, encontramos que a distância entre Cascavel e Rio Negro é de 523 km, e a distância entre Foz do Iguaçu e Londrina é de 509 km. Consideramos que as duas distâncias são aproximadas, posto que a diferença de 14 km é pequena e para fins de cálculo não teriam grandes influências.

Novamente percebemos as fases de inteiração e matematização presentes na atividade, sendo necessário buscar informações a respeito das cidades e de suas distâncias, bem como considerar que os 14 km não influenciam nos cálculos, ou seja, uma simplificação da vida real para transformar o problema em um problema matemático.

Os CEPs utilizados foram Cascavel (85812-040) com destino a Rio Negro (83880-000) e Foz do Iguaçu (85851-010) com destino a Londrina (86026-100). Os valores das dimensões da mercadoria e sua massa foram marcados arbitrariamente dentro dos valores disponíveis no site dos correios e da mesma forma que realizado anteriormente foram feitas 10 simulações de envios, sendo que a mesma mercadoria era enviada de ambas as cidades de origem para as respectivas cidades de destino. Como as tabelas obtidas seguem a mesma linha de construção da tabela 1 e 2, e devido ao número limitado de páginas, neste trabalho, optamos por não apresentar na íntegra todas as simulações realizadas. Entretanto, salientamos que elas nos permitem inferir que o valor do frete permanece o mesmo nas situações colocadas, ou seja, após as simulações do envio das mercadorias no site dos correios observamos que o valor do frete não se altera para envios que possuam cidades de origem e de destino diferentes com a condição da distância percorrida nesses fretes ser a mesma. O que reforça a ideia de que os valores do frete encontrados como resposta mantém um padrão, ou seja, os valores cobrados se aproximam quando as distâncias são próximas.

Como as simulações realizadas até o momento descrevem apenas sobre cidades do estado do Paraná, optamos por tomar uma cidade no Paraná como origem e duas cidades, uma estando no Paraná e outra em Santa Catarina como destinos para o envio das mercadorias. Sempre com o cuidado de que a distância percorrida nos dois fretes seja a mesma. Para esse caso encontramos as seguintes cidades: Ponta Grossa (PR) à Apucarana (PR) são 250km enquanto que Ponta Grossa (PR) a Joinville (SC) são 244km. Novamente a diferença de 6km nos permite aproximar a distância entre as cidades.

Os resultados obtidos a partir das novas simulações podem estar relacionadas a fase resolução, pois, os dados obtidos precisaram ser manipulados, com a ajuda do recurso

tecnológico do site. Também, o fato de aproximar distâncias entre as cidades, sinaliza indícios da fase matematização, posto que houve uma simplificação do problema.

Quando utilizamos os CEPs de Ponta Grossa (84010-095) para Apucarana (86800-150) e de Ponta Grossa (84010-095) para Joinville (89201-150), seguindo os mesmos procedimentos para escolha das medidas de dimensões da mercadoria, bem como sua massa, realizamos simulações de dez envios. Assumimos que as mercadorias enviadas da cidade de origem eram as mesmas para ambas as cidades de destino e, analisando o valor do frete nas respectivas simulações, percebemos que mesmo o envio de mercadorias com uma mesma cidade de origem e cidade de destino em estados diferentes resulta em um mesmo valor de frete, desde que as distâncias consideradas para as duas entregas sejam aproximadas.

Assim, os resultados das várias simulações realizadas no site dos correios foram inesperados. Era esperado que o valor do frete se alterasse conforme mudassem as cidades, principalmente quando ocorreu a mudança de estados (SC e PR), mas como vimos não foi assim que aconteceu.

Entendemos que neste momento, a fase interpretação dos resultados e validação acontece quando percebe-se que o valor do frete não se altera desde que a condição de a distância percorrida ser a mesma. Ainda, associada à fase interpretação de resultados e validação notamos a fase matematização quando hipóteses são formuladas, o que provocou mudanças nos questionamentos iniciais poderíamos obter resultados diferentes destes.

Com base nas conclusões a que chegamos resolvemos por encontrar um modelo matemático, nesse caso uma função, que representasse o valor do frete dos correios através do serviço Sedex tendo como variável apenas a distância, e para isto montamos novamente uma tabela em que um único produto com massa e volumes escolhidos arbitrariamente seria enviado a partir de uma cidade de origem para várias cidades de destino diferentes, e dessa forma conseguiríamos modelar uma função do valor do frete com as respectivas distâncias entre a cidade de origem e cada uma das cidades de destino.

Cabe destacar que nesse momento da atividade a fase matematização foi evidenciada, pois percebendo as conclusões obtidas anteriormente buscamos transcrever o problema para uma linguagem matemática, nesse caso uma função, sendo para isto necessário fazer simplificações e formular hipóteses. Como simplificações citamos o fato de apenas um produto com determinadas dimensões e massa ser a mercadoria enviada para as diversas cidades de

destino. Uma hipótese formulada é a de que seria possível modelar uma função que descrevesse o valor do frete com base apenas na distância, seguindo as simplificações feitas anteriormente.

Como cidade de origem adotamos União da Vitória (84615000) e para o produto a ser enviado utilizamos os seguintes dados: Massa=5 kg, comprimento de 40 cm, com largura igual a 25 cm e altura de 20 cm. A Tabela 3 ilustra os valores obtidos.

Tabela 3 - Frete com Origem em União da Vitória

Cidade	Distância de União da Vitória (km)	Valor do Frete (R\$)	Cidade	Distância de União da Vitória (km)	Valor do Frete (R\$)
Curitiba	242	32,60	Maringá	512	32,60
Porto Alegre	601	95,50	Castro	252	32,60
Joinville	273	95,50	Caçador	91	95,50
Chapecó	243	95,50	Camboriú	354	95,50
Passo Fundo	321	95,50	Ijuí	485	95,50
Toledo	479	32,60	Paranaguá	314	32,60
Alegrete	789	95,50	Porto União	3	95,50

Fonte: Os Autores

Ao analisar a tabela obtida observamos que os valores dos fretes assumem apenas dois valores R\$ 32,60 e R\$ 95,50 e para distâncias muito diferentes, como é o caso do envio de mercadorias para as cidades de Porto União e Alegrete o valor se mantém, isso nos leva a interpretar que o valor do frete não apresenta uma certa regularidade.

Além disso, podemos notar também que o valor do frete para o envio da mercadoria para as cidades de Paranaguá e Passo Fundo é muito distinto, sendo que a diferença de distância dessas cidades para a cidade de origem é de apenas 7 km. De fato, isso foi algo inesperado, pois foi de encontro com nossas conclusões anteriores, onde o valor era invariante para mesmas distâncias das cidades de origem e de destino. Dessa forma observamos que as respostas obtidas anteriormente não eram válidas, ou seja, o valor do frete não permanece o mesmo quando as distâncias consideradas são aproximadas.

Tal fato instigou-nos a indagar se o valor do frete não dependeria apenas do peso cubado a da distância, devido ao que foi concluído com base na observação desta última tabela. Então

resolvemos partir novamente a procura de dados e informações que auxiliassem a resolver a problemática inicialmente proposta. Através da procura em vários sites na internet, inclusive sites dos correios, descobrimos que o valor do frete dos correios é tabelado, dependendo do tipo de serviço contratado (nesse caso o Sedex), cidade de origem, cidade de destino, massa e dimensões do produto e também os serviços adicionais contratados. É importante observar que existem inúmeras tabelas de preços, sendo referentes a objetos de diversas naturezas que são enviados pelos correios, como cartas, embalagens, pacotes, etc. Estes ainda subdivididos em vários tipos (de objeto e de envio), como por exemplo, linha básica, linha convencional e linha temática.

Tendo em vista essas descobertas através das pesquisas percebemos não ser possível modelar uma função que descreve a forma como o correio calcula o valor do frete, pois os mesmos são valores tabelados, dependendo de diversos fatores. Porém observamos que apesar de não termos chegado em uma função para o valor do frete, respondemos de qualquer modo, a problemática inicial, pois chegamos à conclusão de que o valor do frete é tabelado, sendo dessa forma que os correios determinam o valor do envio de mercadorias.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na investigação realizada, no contexto de um projeto de iniciação científica que ainda encontra-se em desenvolvimento, tivemos por objetivo discutir acerca de aspectos referentes à fase matematização em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por alunos do 4º ano de um curso de Licenciatura. Assim, buscamos ilustrar ações dos alunos relacionadas à essa fase. Para além, buscamos neste estudo, assumir uma nova condução para o tema já trabalhado, ou seja, damos um novo encaminhamento para a atividade, mantendo a situação problema estudada antes pelos alunos. Tal encaminhamento permitiu o estudo de novos problemas e assim, a atividade de modelagem matemática teve outro desenvolvimento. Entretanto, cabe ressaltar que esse desenvolvimento ocorreu naturalmente sem uma preocupação maior em evidenciar ou privilegiar aspectos das fases relativas à atividade.

Nesse sentido, da descrição e interpretação das atividades desenvolvidas pelos alunos é possível considerar que a fase matematização se faz presente ao longo de toda a atividade, pois os alunos necessitam constantemente reconhecer as informações referentes à situação problema

e realizar a transição da linguagem em que se encontram e que faz menção a realidade para a linguagem matemática.

A opção dos alunos por determinadas variáveis, simplificações, hipóteses e ferramentas matemáticas para a resolução do problema, bem como a forma que o problema é estruturado e transcrito em linguagem matemática, podem ser determinantes no encaminhamento da atividade bem como na solução obtida. Desse modo, como tais aspectos parecem associados à fase de matematização, ponderamos que ela é decisiva em uma atividade de modelagem matemática.

Nosso estudo permite considerar, também, que as fases da modelagem são interdependentes, não podem ser compreendidas ou realizadas de forma isolada. Aspectos da fase de matematização, por exemplo, puderam ser vistos associados à todas as outras fases relativas à atividade de modelagem desenvolvida.

Para além, notamos que os conceitos matemáticos construídos e/ou utilizados pelos alunos passam a ter significado à medida que ele interpreta, reflete e resolve problemas que lhes são de seu interesse, que fazem parte do seu dia a dia ou que conseguem perceber relações com conhecimentos de outras áreas.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, H. C. A matematização em atividades de modelagem matemática. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, v. 8, n. 3, p. 207-227, novembro. 2015.
- ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. ed. 1ª reimpressão. SP: Contexto, 2013.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.
- MENGA, L.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.
- SILVA, H. C. **Matematização e modelagem matemática**: possíveis aproximações. 2013. 137p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2013.
- VERTUAN, R. E. **Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de modelagem matemática**. 2013. 247p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, UEL, 2013.