



18,19 e 20 de outubro de 2018

MODELAGEM E A SALA DE AULA



POSSIBILIDADES DE ARTICULAÇÃO ENTRE LIVRO DIDÁTICO E MODELAGEM MATEMÁTICA

Victor Hugo dos Santos Gois
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
victor.gois28@hotmail.com

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
karinasilva@utfpr.edu.br

RESUMO

Neste artigo apresentamos resultados parciais de uma pesquisa de mestrado cujo objetivo é evidenciar potencialidades de situações propostas em livros didáticos para serem desenvolvidas como atividades de modelagem matemática. Por meio de uma análise de situações presentes em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), selecionamos uma situação-problema e a adaptamos para ser desenvolvida como uma atividade de modelagem matemática. A abordagem da situação-problema foi desenvolvida em uma turma do 1º ano do Ensino Médio de um colégio estadual do norte do Paraná. Por meio das produções escritas e dos diálogos dos 21 alunos, evidenciamos possibilidades de a situação-problema apresentar potencial para ser desenvolvida enquanto atividade de modelagem por professores em sala de aula.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Livro Didático de Matemática; Função definida por várias sentenças.

INTRODUÇÃO

Em consonância com o tema do VIII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (EPMEM), “Modelagem e sala de aula”, este artigo tem o objetivo de apresentar resultados parciais de uma pesquisa de mestrado que tem como foco o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática¹ em sala de aula a partir de situações-problema presentes em Livros Didáticos de Matemática (LDM) do Ensino Médio.

Observando que, no Brasil, uma das ferramentas pedagógicas bastante utilizada por professores é o livro didático, nos concentramos em aliar o uso deste material juntamente a Modelagem Matemática, na perspectiva que sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2012),

¹ Para um melhor entendimento do leitor, em alguns momentos utilizaremos apenas o termo modelagem ao nos referirmos a modelagem matemática e adotaremos o termo com as iniciais maiúsculas quando estivermos tratando da perspectiva epistemológica adotada neste trabalho.

buscando favorecer e amplificar de forma positiva os processos de ensino e de aprendizagem da matemática em sala de aula.

Desde sua criação, o livro didático tem sido objeto pedagógico inserido em todas as áreas de conhecimento disponíveis no ambiente escolar e esse material ocupa lugar especial nas ferramentas utilizadas pelo professor em sala, por servir como compêndio de conteúdos que são exigidos pelo currículo escolar, e não só para o professor, mas para os alunos, pois tem como objetivo, entre outras coisas, o de difundir conhecimentos (GONÇALVES; CORRÊA, 2016). Segundo Costa e Allevato (2010):

O livro didático é um dos instrumentos mais utilizados pelos professores para organização e desenvolvimento das atividades em sala de aula e, até mesmo, para aprimorar seu próprio conhecimento sobre o conteúdo e, para os alunos, trata-se de uma fonte muito valiosa de informação, que deveria despertar o interesse e o gosto pela leitura, além de ajudar no avanço dos estudos.

Por tanto, o livro didático deve ser muito bem organizado tanto para o professor, que o tem como apoio pedagógico, quanto para os alunos, que poderão utilizá-lo para estudar sozinhos. O livro adquire, assim, a função de contribuir para o ensino-aprendizagem. Por isso, ele é considerado um interlocutor, isto é, um componente que “dialoga” tanto com o professor quanto com os alunos (COSTA; ALLEVATO, 2010, p. 72-73).

Assim, neste artigo, fazemos um recorte de nossa pesquisa e apresentamos uma análise de uma das situações-problema que encontramos em livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), 2018: o cálculo do imposto de renda. Com isso, nos inclinamos a estudar *de que forma uma situação-problema de livro didático pode ser desenvolvida como uma atividade de modelagem matemática?*

Para isto, além desta introdução, elucidamos nossos entendimentos a respeito da Modelagem Matemática enquanto uma alternativa pedagógica, em seguida, apresentamos os aspectos metodológicos, para então, apresentarmos a descrição do desenvolvimento em sala juntamente com as análises que empreendemos da atividade de modelagem, para, na sequência, apresentarmos as considerações deste trabalho e as referências.

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO UMA ALTERNATIVA PEDAGÓGICA

Cumulando mais de três décadas no Brasil de pesquisas a respeito da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática é possível encontrar uma gama de diferentes ideias e concepções a respeito da modelagem. Entretanto, a partir de nossos estudos

e discussões nesta área, nos pautamos na compreensão de que a modelagem busca ensinar conceitos matemáticos utilizando modelos que visam a solução de problemas dentro e fora da matemática.

Com isso, corroboramos com Burak (1992, p. 62) quando afirma que a modelagem “[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”.

Blum e Borromeo Ferri (2009) articulam que no processo de modelagem matemática

Primeiro, a situação-problema precisa ser entendida pelo resolvidor de problemas, e um modelo real da situação precisa ser construído. Em seguida, a situação precisa ser simplificada, estruturada e tornada mais precisa. Em particular, o resolvidor de problemas tem que definir o que de fato 'vale a pena'. [...]. A matematização transforma o modelo real em um modelo matemático que consiste de certas equações. Trabalhando matematicamente (calculando, resolvendo equações, etc.), os resultados matemáticos são interpretados no mundo real com os resultados reais [...]. Uma validação destes resultados pode mostrar a necessidade de retomar o processo uma segunda vez [...] (BLUM; BORROMEO FERRI, 2009, p. 46-47).

Assim, entendemos que uma atividade de modelagem intermeia uma situação inicial (problemática advinda de fenômenos baseados na realidade) e uma situação final (construção de um modelo que possa descrever e solucionar a problemática).

Além disso, Almeida (2018, p. 19) aponta que ao introduzir uma atividade de modelagem em aulas de matemáticas se faz necessário considerar, entre outras coisas que “a matemática utilizada pode não ter sido previamente escolhida ou definida; em vez disso, a matemática necessária emerge do problema e de suas especificidades”. Com isso, não se pode esperar que os alunos modelem determinada situação utilizando um objeto matemático específico, mas permite que o aluno a partir de seus conhecimentos escolha o que acha mais adequado para resolver a situação que lhe foi apresentada.

Durante as discussões e conclusões é possível que o professor oriente os alunos a pensarem em um modelo que utilize algum objeto matemático em específico introduzindo assim um novo objeto matemático ou utilizando a situação como uma aplicação de determinado objeto matemático.

Desse modo, entendemos que a Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica é um recurso para o professor que favorece em sala de aula os processos de ensino e de aprendizagem.


ASPECTOS DA PESQUISA E ANÁLISE DESTE TRABALHO

Com o intuito de investigar se a situação-problema do imposto de renda, presente em livros didáticos, tem potencial para ser desenvolvida por meio da modelagem nos alicerçamos no referencial teórico que fora apresentado, nos registros escritos e audiovisuais de vinte e um estudantes de um primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do Paraná, em 2018.

Ao realizar uma análise em livros didáticos do Ensino Médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2018, evidenciamos que em quatro (MODERNA, 2016, IEZZI et al., 2016, PAIVA, 2015, SMOLE; DINIZ, 2017) das oito coleções, a situação-problema relativa ao imposto de renda foi abordada na introdução do conteúdo função definida por mais de uma sentença.

Em Moderna (2016), o cálculo do imposto de renda é apresentado como exemplo para sistematizar o conceito matemático explorado. É mostrado um quadro com a base de cálculo mensal, os valores de alíquotas e parcelas a deduzir do imposto, conforme Figura 1.

Figura 1 – Situação-problema proposta em um dos livros didáticos



O Ministério da Fazenda é o órgão responsável por planejar, formular e executar as políticas econômicas nacionais. Entre suas funções está a fiscalização da arrecadação tributária. Na foto, Ministério da Fazenda em Brasília, DF, 2015.

Algumas funções são definidas por mais de uma sentença. Observe a situação a seguir.

Para saber qual é o imposto de renda de uma pessoa física (y), aplicamos à renda mensal (x) os cálculos definidos pela tabela estabelecida pelo governo. Veja a tabela para o exercício de 2016.

Base de cálculo mensal (em reais)	Alíquota (em %)	Parcela a deduzir do imposto (em reais)
Até 1.903,98	—	—
De 1.903,99 até 2.826,65	7,5	142,80
De 2.826,66 até 3.751,05	15,0	354,80
De 3.751,06 até 4.664,68	22,5	636,13
Acima de 4.664,68	27,5	869,36

Fonte: Ministério da Fazenda. Disponível em: <www.receita.fazenda.gov.br>. Acesso em: 29 set. 2015.

Para uma renda mensal cuja base de cálculo x é igual a R\$ 1.500,00, o contribuinte está isento, isto é, o imposto é zero real.

Para uma renda mensal cuja base de cálculo x é igual, por exemplo, a R\$ 3.000,00, o imposto y a pagar é:

$$y = 3.000,00 \cdot 0,15 - 354,80 = 450,00 - 354,80 = 95,20$$

Logo, o imposto mensal a pagar é R\$ 95,20.

Fonte: MODERNA, 2016, p.72.

De forma análoga, em Paiva (2015) há uma situação-problema envolvendo o cálculo do imposto sobre a renda, contudo neste livro é apresentado o cálculo do imposto sobre a renda anual e não mensal além de trazer uma explicação sobre o imposto de renda e para o que ele é utilizado, conforme apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Cálculo do imposto de renda anual proposto em um dos livros didáticos

3 Funções definidas por mais de uma sentença

Acompanhe a situação a seguir.
Em todos os países, os impostos arrecadados dos cidadãos devem ser aplicados na manutenção da estrutura pública e em políticas sociais, econômicas e culturais do Estado. No Brasil, os impostos são arrecadados pela Secretaria da Receita Federal.
O imposto que o contribuinte paga sobre a renda adquirida é chamado de Imposto de Renda (IR). Esse tipo de imposto é calculado em função da renda de cada cidadão, como mostra a tabela progressiva para o cálculo anual do Imposto de Renda de Pessoa Física arrecadado em 2015, com base na renda do ano de 2014.

Imposto de Renda – cálculo anual		
Base de cálculo anual (R\$)	Alíquota (%)	Parcela a deduzir do imposto (R\$)
até 21.453,24	0,0	0,00
de 21.453,25 até 32.151,48	7,5	1.608,99
de 32.151,49 até 42.869,16	15,0	4.020,35
de 42.869,17 até 53.565,72	22,5	7.235,54
acima de 53.565,72	27,5	9.913,83

Disponível em: <www.receita.fazenda.gov.br>. Acesso em: 29 Jan. 2016.

Fonte: PAIVA, 2015, p. 166.

Além disso, em Paiva (2015) a conclusão a partir da situação apresentada é de que nem sempre é possível definir uma função por uma única sentença, conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Conclusão da situação apresentada na Figura 3

Por exemplo, uma pessoa que recebeu em 2014 renda total de R\$ 25.000,00 deverá pagar R\$ 266,01 de imposto de renda, conforme mostram os cálculos abaixo:


$$7,5\% \cdot 25.000,00 - 1.608,99 = 1.875,00 - 1.608,99 = 266,01$$

↑ ↑ ↑
alíquota renda parcela a deduzir

De acordo com a tabela, se a renda anual de um cidadão é x reais, então o imposto de renda anual $f(x)$ a pagar, em real, pode ser calculado pela função:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 21.453,24 \\ 0,075x - 1.608,99, & \text{se } 21.453,25 \leq x \leq 32.151,48 \\ 0,15x - 4.020,35, & \text{se } 32.151,49 \leq x \leq 42.869,16 \\ 0,225x - 7.235,54, & \text{se } 42.869,17 \leq x \leq 53.565,72 \\ 0,275x - 9.913,83, & \text{se } x > 53.565,72 \end{cases}$$

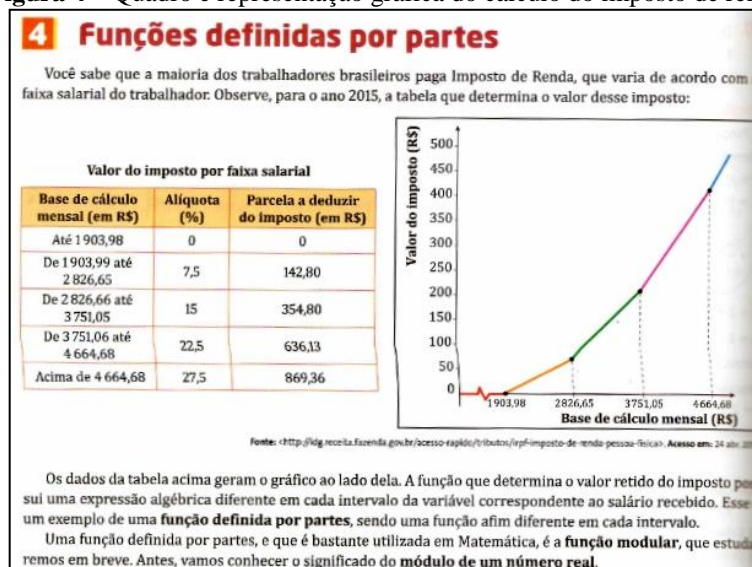
Percebe-se, por essa situação, que nem sempre é possível definir uma função por uma única sentença. O exercício resolvido a seguir mostra como construir o gráfico de funções definidas por mais de uma sentença.



Fonte: PAIVA, 2015, p. 166.

Já em Smole e Diniz (2017) a situação foi proposta diferentemente dos outros dois primeiros livros didáticos, pois apresenta um quadro com as taxas de cada faixa salarial e uma representação gráfica da função, conforme Figura 4.

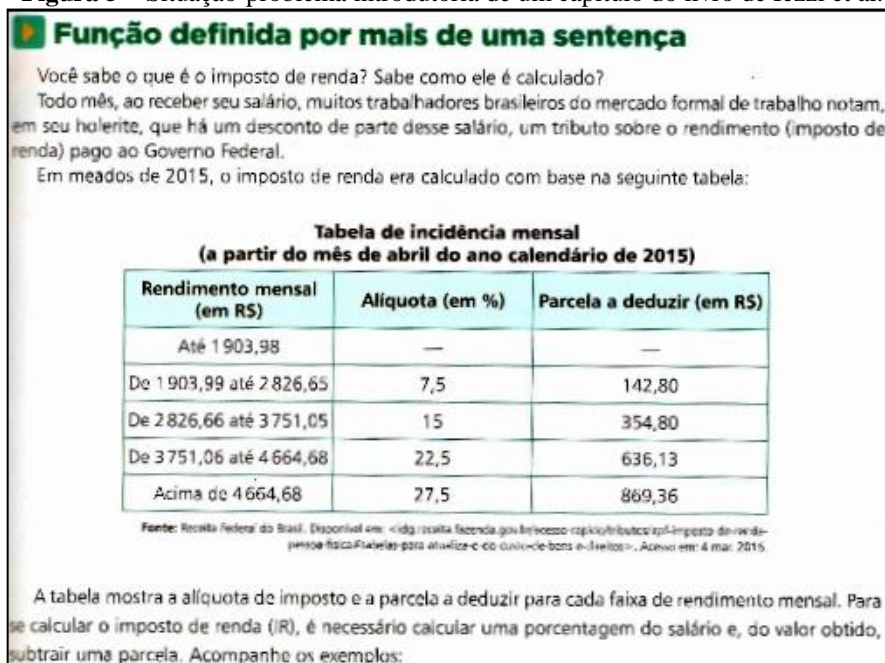
Figura 4 – Quadro e representação gráfica do cálculo do imposto de renda



Fonte: SMOLE; DINIZ, 2017, p. 222.

E por fim, em Iezzi et al. (2016), a situação-problema do imposto de renda é apresentada de maneira semelhante à dos outros livros, conforme Figura 5.

Figura 5 – Situação-problema introdutória de um capítulo do livro de Iezzi et al.



Fonte: IEZZI ET AL., 2016, p. 115.

A partir da mesma situação proposta nos quatro livros didáticos de matemática do primeiro ano do Ensino Médio entendemos que a situação-problema poderia ser encaminhada pela modelagem, pois segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012)

Argumentamos que em atividades conduzidas segundo essa alternativa [modelagem] identificam-se características fundamentais: a) envolve um conjunto de ações cognitivas do indivíduo; b) envolve representação e manipulação de objetos matemáticos; c) é direcionada para objetivos e metas estabelecidas e/ou reconhecidas pelo aluno (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Com isso, realizamos algumas adaptações para que o encaminhamento em sala de aula fosse realizado por meio de uma atividade de modelagem matemática, conforme Quadro 1. A escolha da situação tinha por intenção emergir o objeto matemático funções definidas por mais de uma sentença a partir dos modelos obtidos e como introdução de um novo conteúdo.

Quadro 1 – Atividade proposta aos alunos

Imposto de Renda

Você sabe o que é o Imposto de Renda (IR) e como ele é calculado?

Todo mês, ao receber seu salário muitos trabalhadores brasileiros do mercado formal de trabalho notam, em seu holerite, que há um desconto de parte desse salário, um tributo sobre o rendimento, IR, pago ao Governo Federal.

Em todos os países, os impostos arrecadados dos cidadãos devem ser aplicados na manutenção da estrutura pública e em políticas sociais, econômicas e culturais do Estado. No Brasil, os impostos são arrecadados pela Secretária da Receita Federal.

A partir do mês de abril de 2015 o imposto de renda era calculado com base na seguinte tabela:

Tabela de incidência mensal (a partir do mês de abril do ano de 2015)

Renda mensal (em R\$)	Alíquota (em %)	Parcela a deduzir (em R\$)
Até 1903,98	–	–
De 1903,99 até 2826,65	7,5	142,80
De 2826,66 até 3751,05	15	354,80
De 3751,06 até 4664,68	22,5	636,13
Acima de 4664,68	27,5	869,36

Fonte: Receita Federal do Brasil. Disponível em: <<http://idg.receita.fazenda.gov.br/aceso-rapido/tributos/irpf-imposto-de-renda-pessoa-fisica#tabelas-para-actualiza--o-do-custo-de-bens-e-direitos>>. Acesso em: 23 mar. 2018.

A tabela mostra a alíquota de imposto e a parcela a deduzir para cada faixa de rendimento mensal.

Considerando todas as informações apresentadas, imagine que você trabalhe no departamento pessoal de uma empresa e uma de suas funções é a de calcular o imposto de renda que deverá ser descontado do salário de cada funcionário da empresa. Como você faria para calcular o IR de cada salário sabendo que um dos empregados dessa empresa tem um desconto do imposto de renda igual a R\$ 80,26 sobre uma renda de R\$ 2.900,40?

Fonte: produção dos autores.

A turma foi cedida pela professora regente de matemática para que o primeiro autor deste artigo desenvolvesse a atividade com os alunos, em sala de aula, reunidos em quatro

grupos. A coleta de dados foi realizada por meio de áudio e vídeo, bem como das produções escritas dos grupos. Para análise dos dados as produções escritas foram codificadas com letras e números. Para nos referirmos, por exemplo, à produção escrita dos grupos adotamos G1, G2, G3 e G4. Além disso, nas transcrições de áudio e vídeo foram utilizados nomes fictícios.

No que tange os aspectos metodológicos desta pesquisa, a consideramos de caráter qualitativa de análise interpretativa, conforme Bogdan e Biklen (1994).

Em seguida, descrevemos o desenvolvimento da situação adaptada dos quatro livros didáticos em uma atividade de modelagem buscando evidenciar de que forma desenvolvemos uma situação-problema de livro didático pela modelagem em sala de aula.

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM E ANÁLISE DOS DADOS

Para iniciar o desenvolvimento da atividade, o professor (primeiro autor deste artigo) perguntou quantos alunos trabalhavam ou já trabalharam e boa parte da turma levantou a mão. Com isso, foi entregue uma folha contendo a situação-problema (Quadro 1) para cada grupo e foi feita uma leitura com toda a turma e questionado sobre possíveis dúvidas que os alunos tivessem.

Após isso, os alunos fizeram uma nova leitura nos grupos e começaram a desenvolver a atividade. Um a um cada grupo chamou o professor para tirar algumas dúvidas e isso se manteve durante todo o desenvolvimento da atividade.

Enquanto ainda estavam se inteirando da situação surgiram dúvidas comuns em toda turma, tais como: o que é a alíquota e o que significa para uma mesma faixa de rendas haver uma alíquota e um valor de parcela a deduzir.

O professor explicou então que a alíquota, neste caso, era um valor percentual descontado de determinada renda mensal. Além disso, retomando o texto da situação era dito que para cada faixa de rendas havia uma alíquota para ser descontada e uma parcela em reais que também deveria ser descontada do salário informado.

Os grupos continuaram na tentativa de matematizar a situação e encontrar uma maneira de determinar de que modo fora obtida a quantia de R\$ 80,26 de IR de um salário de R\$ 2900,40. Entretanto, os alunos tiveram dificuldades em determinar o valor da alíquota, pois eles não se lembravam de como efetuar cálculo com porcentagem.

O professor vendo que esta era uma dúvida comum em toda a turma pediu a atenção de todos e conversando com os alunos perguntou o que significava quinze por cento. Ninguém respondeu, então o professor falou “quinze por cento”. Timóteo então questionou se significava dividir quinze por cem. O professor confirmou e Lilian questionou: “mas aí o que faço com o resultado?”. Timóteo então respondeu que era só multiplicar pelo valor da renda.

Depois a turma voltou novamente suas atenções para seus grupos e tentaram determinar quanto era quinze por cento de R\$ 2900,40. Utilizando uma calculadora determinaram o valor de R\$ 435,06.

No desenvolvimento da atividade, o professor percebeu que os alunos não estavam tentando resolver o problema do Quadro 1, pois, ao invés de buscarem uma solução para a problemática que descrevesse um modo de determinar o cálculo do imposto de renda para qualquer renda informada (*Como você faria para calcular o IR de cada salário sabendo que um dos empregados dessa empresa tem um desconto do imposto de R\$ 80,26 sobre uma renda de R\$ 2.900,40?*) os alunos possivelmente tentaram solucionar a seguinte problemática: “*como você faria para calcular o IR de uma renda de R\$ 2900,40 e imposto de renda igual a R\$ 80,26?*”.

Segundo Dalto e Buriasco (2009)

Considera-se Problema Proposto aquele que constava originalmente na Prova e que se esperava que fosse resolvido pelo estudante, e Problema Resolvido aquele que, mediante a produção escrita, inferiu-se que cada estudante resolveu como resultado da interpretação que fez do Problema Proposto (DALTO; BURIASCO, 2009, p. 456).

Diante disso, o professor solicitou aos grupos que retomassem a problemática da situação, mas Jaqueline que estava no grupo G3 disse: “o cálculo é a mesma coisa professor, só muda os números, mas vai ser o mesmo jeito de fazer”. No grupo G4, Marcus também mencionou: “eu li a atividade de novo professor, só tem que descobrir como faz a conta para descontar 80 reais e 26 centavos de 2900 reais e 40 centavos”.

O professor tentou então apontar para as diferentes faixas salariais que foram apresentadas no Quadro 1, mas percebeu que os alunos decidiram ignorar estes dados e que de modo unânime todos os grupos focaram apenas na faixa de renda salarial em que estava localizado R\$ 2900,40.

Neste momento o professor alterou a estratégia no desenvolvimento da atividade e deixou que os alunos resolvessem o problema que haviam entendido para durante as discussões retomar o problema inicial.

O grupo G1 resolveu a situação utilizando primeiro uma notação algébrica, conforme Figura 6.

Figura 6 – Modelo escrito por G1

$$rm - p - pd$$

$$15 \div 100 = 0,15 \cdot 2.500,40 = 435,06 - 354,80 = 80,26$$

Fonte: produção de um dos grupos.

As letras da variável “rm” indicavam “renda mensal”, enquanto as da variável “p” e “pd” correspondiam a “porcentagem” e “parcela a deduzir”, respectivamente. G1 utilizou igualdades para resolução do problema, ainda que de forma equivocada, mas conseguiu determinar uma maneira de efetuar o cálculo de renda e validou seu resultado ao determinar que o desconto de imposto de renda era o mesmo que informado no texto, para a renda também informada na situação.

Já o grupo G2 também escreveu uma notação simbólica para resolver o problema, mas os alunos efetuaram o cálculo da porcentagem de maneira equivocada, conforme Figura 7.

Figura 7 – Modelo que G2 encontrou para utilizar os dados fornecidos

$$\text{Salario} - \% - pd = IR$$

$$100 \overline{) 35} \quad 2.900,40 \overline{) 6,66\dots}$$

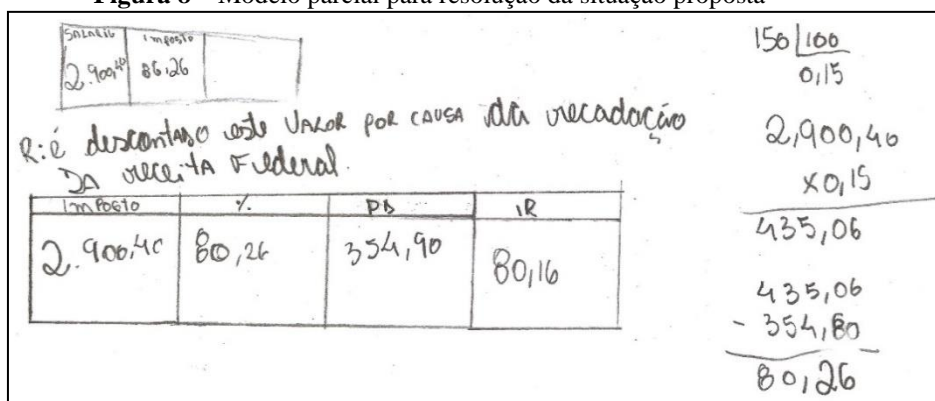
$$435,06 - 354,80 = 80,26$$

Fonte: produção do grupo G2.

Contudo quando os alunos efetuaram a divisão de 2900,40 por $6,\bar{6}$ obtiveram o mesmo resultado que os outros grupos. O professor optou por discutir esta situação mais para frente depois que todos concluíssem a atividade.

O grupo G3, diferentemente dos dois primeiros construiu um quadro para relacionar a renda, com a alíquota, a parcela a deduzir e o imposto descontado, ainda que tenha efetuado os cálculos corretamente, indicou na coluna da alíquota (representada por “%”) além de ser o único grupo a indicar uma resposta, conforme Figura 8. Mas a resposta possivelmente corresponde ao problema: “por que é descontado R\$ 80,26 da renda R\$ 2900,40?”.

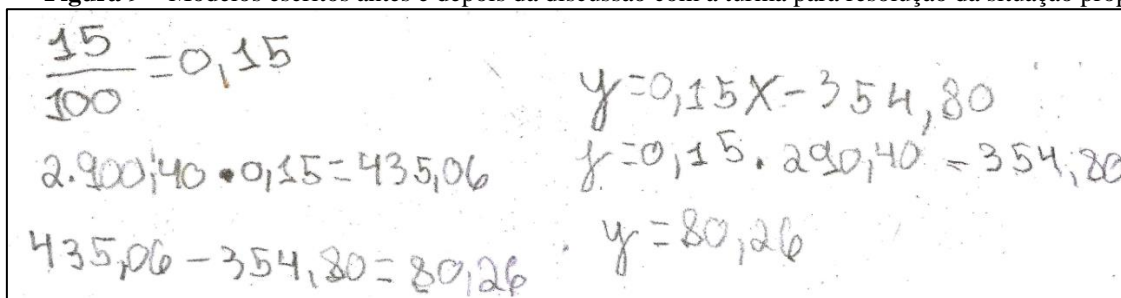
Figura 8 – Modelo parcial para resolução da situação proposta



Fonte: produção do grupo G3.

G4 apresentou duas resoluções para o problema. A primeira utilizando procedimentos similares aos outros três grupos, utilizando a notação decimal da alíquota para calcular uma porcentagem da renda e, em seguida, subtrair desta quantia o valor em reais da parcela a deduzir. Contudo a segunda resolução que o grupo anotou aconteceu depois das discussões com toda a turma, conforme Figura 9.

Figura 9 – Modelos escritos antes e depois da discussão com a turma para resolução da situação proposta



Fonte: produção do grupo G4.

Depois que todos grupos concluíram a atividade foi solicitado pelo professor para que um integrante de cada grupo apresentasse a resolução de sua equipe na lousa para discussão

com toda a turma. Em seguida, cada grupo explicou para o restante da turma a sua resolução para a situação.

No caso do G2, a turma percebeu que ao invés de dividirem 15 por 100 os alunos deste grupo dividiram 100 por 15 e questionaram o porquê deste grupo ter obtido a resposta correta também. Além disso os alunos verificaram os cálculos em uma calculadora e viram que a resposta realmente era a mesma dos outros grupos.

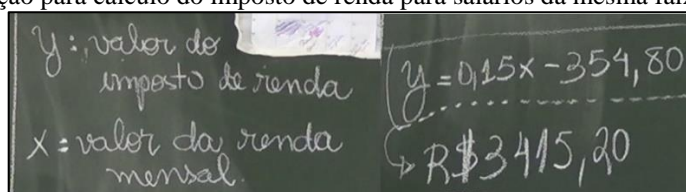
Como nenhum dos integrantes do grupo que escreveu essa resolução soube explicar o professor interveio e explicou que os cálculos são proporcionais, por isso, esse grupo também chegou a mesma resolução dos demais. Para isso explicou oralmente aos alunos que multiplicar 2900,40 por 0,15 era equivalente a dividir 2900,40 por $\frac{1}{6}$.

Ao final o professor orientou os alunos a pensarem se era possível construir um modelo para o cálculo do imposto de renda utilizando uma função e partindo da relação que eles escreveram:

$$\text{renda mensal} \cdot \text{alíquota} - \text{parcela a deduzir}$$

Assim, considerando como x o valor, em reais, da renda mensal e y como o valor, em reais, do imposto de renda a ser descontado e como domínio e imagem pertencentes ao conjunto dos números Reais não negativos (por se tratar de quantias em reais tanto para valores atribuídos a x quanto a valores atribuídos a y) o professor comentou então que seria possível determinar o imposto de renda para qualquer salário pertencente a mesma faixa de renda que R\$ 2900,40 utilizando uma função, anotada na lousa, conforme Figura 10.

Figura 10 – Função para cálculo do imposto de renda para salários da mesma faixa que R\$ 2900,40



y : valor do imposto de renda
 x : valor da renda mensal
 $y = 0,15x - 354,80$
→ R\$ 3415,20

Fonte: acervo dos autores.

Então pediu para que os alunos calculassem, por exemplo, qual seria o imposto de renda descontado de um salário de R\$ 3415,20. Os discentes resolvendo, responderam que o imposto descontado deste salário seria de R\$157,48.

Em seguida, o professor questionou se haveria um modo de, utilizando também função, calcular o imposto de renda para outras faixas salariais que estavam no quadro da situação entregue aos alunos. Marcus respondeu que seria “igual ao que o professor escreveu só trocando o número que fica junto com o x e o número com menos”.

Depois o professor anotou na lousa as leis associadas às diferentes faixas salariais, conforme a seguir e respectivamente as faixas salariais apresentadas no quadro.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \leq x \leq 1903,98 \\ 0,075s - 142,80, & \text{se } 1903,99 \leq x \leq 2826,65 \\ 0,15s - 354,80, & \text{se } 2826,66 \leq x \leq 3751,05 \\ 0,225s - 636,13, & \text{se } 3751,06 \leq x \leq 4664,68 \\ 0,275s - 869,36, & \text{se } x \geq 4664,69 \end{cases}$$

Por fim, a aula foi concluída dizendo aos alunos que quando para uma mesma situação, como no caso do cálculo do imposto de renda, são utilizadas mais de uma lei de formação, podemos definir uma única função para a situação que tem várias leis de formação, ou seja, uma função definida por mais de uma sentença.

CONSIDERAÇÕES

Este artigo buscou-se evidenciar de que forma uma situação presente em livros didáticos pode ser desenvolvida enquanto atividade de modelagem em sala de aula, buscando atrelar o uso desta alternativa pedagógica a uma das ferramentas mais utilizadas por professores, o livro didático seguindo os pressupostos de Almeida, Silva e Vertuan (2012), inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação dos resultados.

Primeiramente os alunos se inteiraram do problema e qual o objetivo do mesmo. Em seguida, durante a matematização, os alunos calcularam o valor em reais correspondente a alíquota e identificaram na resolução que para determinar o valor do imposto de renda era necessário descontar do valor determinado da alíquota o valor fixo da parcela a deduzir, para faixa salarial em que estava localizado R\$ 2900,40.

Durante a interpretação e validação dos resultados os alunos identificaram que era possível determinar o imposto de renda determinando a diferença entre o valor em reais correspondente a alíquota e o valor em reais da parcela a deduzir. Em seguida, verificaram que para o valor da renda informada na situação e o valor do imposto de renda o modelo encontrado satisfazia a situação.

Contudo houve divergência na interpretação da situação proposta, pois os alunos resolveram a um problema diferente do que fora proposto, porquê os modelos encontrados pelos grupos resolviam para apenas uma faixa salarial, e mais especificamente para a renda fornecida no enunciado da situação. Isto corrobora com Almeida (2018, p. 19) quando considera que “a matemática utilizada [na modelagem] pode não ter sido previamente escolhida ou definida; em vez disso, a matemática necessária emerge do problema e de suas especificidades”.

Por fim, as discussões que engendramos também visam fomentar mais investigações e pesquisas ao uso de modelagem e livro didático.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos de modo especial a professora Marilda, pela disponibilidade em ceder suas aulas para o desenvolvimento da atividade de modelagem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, p. 19-30, 2018.

BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R. Mathematical Modelling: can it be taught and learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 45-58, jan-jun. 2009.

BOGDAN, R., BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação** – uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Campinas, 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Campinas, 1992.

COSTA, M. dos S.; ALLEVATO, N. S. G. Livro didático de matemática: análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria. **Vidya**, Santa Maria, v. 30, n. 2, p. 71 - 80, jul./dez. 2010.

DALTO, J. O.; BURIASCO, R. L. C.; Problema proposto ou problema resolvido: Qual a diferença?. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v.35, n.3, p. 449-461, set./dez. 2009.

Modelagem e a Sala de Aula

Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
18, 19 e 20 de outubro de 2018
Cascavel - PR

GONCALVES, A. O.; CORRÊA, R. L. T. O livro didático de matemática e cultura escolar em pesquisas: primeiras aproximações. **Revista Diálogo Educacional** (PUCPR. Impresso), v. 16, p. 554, 2016.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: ciências e aplicações – ensino médio**, volume 1. 9ª ed., São Paulo: Saraiva, 2016.

MODERNA (Organizadora). **Conexões com a Matemática**. 3ª ed., São Paulo: Moderna, 2016.

PAIVA, M. **Matemática: Paiva**. 3ª ed., São Paulo: Moderna, 2015.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática para compreender o mundo 1**. 1ª ed., São Paulo: Saraiva, 2016.