COMPETÊNCIAS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UM OLHAR SEMIÓTICO

Ana Paula Zanim
UEM/UEL
aninha_pz@hotmail.com

Daiany Cristiny Ramos
UNOPAR/UEL
daianycr@hotmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida
UEL
lourdes.maria@sercomtel.com.br

RESUMO

Nesse artigo investigamos relações entre o desenvolvimento de competências matemáticas e o raciocínio abdutivo dos alunos em atividades de modelagem matemática. Para isso, analisamos uma atividade desenvolvida por um grupo de alunos do 4º semestre de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Federal. Nossa investigação baseou-se em fundamentos teóricos da Modelagem Matemática, Competências e Semiótica Peirceana, mais especificamente no raciocínio abdutivo. Nossas conclusões fundamentam-se na análise qualitativa e interpretativa das informações coletadas. Em nossas análises concluímos que como atividades de modelagem matemática possibilitam o desenvolvimento de competências e desencadeiam o raciocínio abdutivo, podemos usar a semiótica peirceana para olhar o desenvolvimento de competências buscando nas ações dos alunos características dos tipos de raciocínios apresentados por Peirce que evidenciam esse desenvolvimento.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Competências Matemáticas; Semiótica Peirceana.

INTRODUÇÃO

Segundo Almeida (2017) as discussões a respeito de modelagem matemática têm crescido nas últimas décadas constituindo assim um *corpus* teórico reconhecido. Esse reconhecimento pode ser visto, por exemplo, no âmbito nacional por meio de eventos, como a CNMEM (Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática) que acontece desde 1999, com encontros bianuais. Já no âmbito internacional, o evento ICTMA (International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications) que acontece desde 1983, com encontros bianuais. Além disso, não podemos deixar de explicitar os artigos, dissertações, teses, publicações em anais, que tratam de modelagem matemática.

Podemos destacar que o objetivo da modelagem matemática, no âmbito da Educação Matemática, “não se restringe a buscar um modelo específico, mas principalmente, proporcionar um ambiente para o ensino e a aprendizagem da matemática, durante o processo da busca pelo modelo, a partir de um trabalho com problemas não essencialmente matemáticos” (LORIN, 2015, p. 18).

De acordo com Almeida (2017) no desenvolvimento de atividades de modelagem muitas ações são necessárias a fim de obter respostas aceitáveis para o problema proposto, assim são importantes e necessárias às discussões sobre modelagem matemática como forma de lidar com a matemática com o propósito de fortalecer a modelagem matemática em sala de aula.

Uma característica de atividades de modelagem matemática é o seu caráter investigativo:

> o ponto de partida é, normalmente, uma situação no mundo real. A simplificação, estruturação e esclarecimento da situação – de acordo com o conhecimento e os interesses do modelador – conduzem à formulação de um *problema* e de um *modelo real* da situação. [...]. O modelo real – ainda uma parte do mundo real, é *matematizado*, isto é, os objetos, dados, relações e as condições envolvidas nele são traduzidos matematicamente, resultando em um modelo matemático da situação original. Métodos matemáticos são acionados e usados para obter *resultados matemáticos*. Estes têm de ser *interpretados* em relação à situação original. Ao mesmo tempo, o modelador *valida* o modelo por meio da verificação da solução obtida do problema, o que é feito verificando se os resultados matemáticos são adequados e razoáveis para seus propósitos. Se for necessário (e é, frequentemente, no caso de processos de resolução de problemas “realmente reais”), todo o processo tem de ser repetido por meio de uma modificação, podendo mesmo resultar em um modelo diferente. No fim, a solução obtida para situação-problema inicial é apresentada e comunicada (BLUM, 2002, p. 152-153, tradução nossa).

Desse modo a modelagem matemática pode ser caracterizada pela busca de uma solução para um problema não essencialmente matemático, problemas esses que não são rotineiros ao cotidiano dos alunos. Além disso, o fato de não ter uma solução pré-definida permite aos alunos trabalhar de maneiras diferentes. Figueiredo e Kato (2011) argumentam que atividades de modelagem matemática possuem características que propiciam o desenvolvimento de competências nos alunos.

Nos últimos anos as pesquisas sobre modelagem matemática na área de Educação Matemática têm considerado um aspecto, especialmente em nível internacional, que diz respeito às competências dos alunos no âmbito do desenvolvimento de atividades de modelagem. Maaβ (2006), Jensen (2007), Niss e Højgaard (2011), Figueiredo e Kato (2011) são exemplos de pesquisas com essa temática.

Nesse contexto, Niss e Højgaard (2011) apresentam oito competências relacionadas a competências matemáticas, que são separadas em dois grupos, a saber,

> *Ser capaz de perguntar e responder questões em e com matemática*
> - Competência do pensamento matemático - dominando os modos do pensamento matemático.
> - Competência de resolver problemas - formulando e resolvendo problemas matemáticos.
> - Competência de Modelagem - ser capaz de analisar e construir modelos matemáticos relativos a outras áreas.
> - Competência de raciocínio - ser capaz de raciocinar matematicamente.
>
> *Ser capaz de manipular ferramentas e linguagem matemática.*
> - Competência de representação - ser capaz de manipular diferentes representações de entidades matemáticas.
> - Competência de simbolismo e formalismo - ser capaz de manipular com símbolos e com a linguagem matemática formal
> - Competência de comunicação- ser capaz de comunicar em, com, e sobre matemática.
> - Competência de apoio e ferramentas - ser capaz de fazer uso e contar com o auxílio e ferramentas matemáticas (inclui TIC) (NISS, HØJGAARD, 2011, p. 51, tradução nossa).

Ainda segundo esses autores para o desenvolvimento de competências matemáticas é necessário "ter conhecimento, compreensão, fazer, usar e ter uma opinião sobre a matemática e atividades de matemática em uma variedade de contextos em que a matemática desempenha ou pode desempenhar um papel" (NISS, HØJGAARD, 2011, p.49).

Ao desenvolver atividades de modelagem matemática os alunos, segundo Almeida e Silva (2012), podem desenvolver diferentes tipos de raciocínio e ações cognitivas, nesse sentido, visamos inferir sobre o desenvolvimento de competências e estabelecer relações com o raciocínio abdutivo. Assim estamos interessadas em *Investigar relações entre o desenvolvimento de competências matemáticas e o raciocínio abdutivo dos alunos em atividades de modelagem matemática.*

Nesse sentido, outro aspecto que também requer nossa atenção é no que diz respeito às relações entre modelagem matemática e aspectos da semiótica peirceana, autores como Silva (2008, 2013), Veronez (2013), Almeida e Silva (2012) e Almeida, Silva e Vertuan (2012), Ramos (2016) discutem tal relação. Outros aspectos sobre o raciocínio abdutivo serão tratados no item *Sobre Semiótica Peirceana.*

Visando essa investigação analisamos uma atividade de modelagem matemática que será descrita no próximo item.

A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA

A atividade de modelagem matemática foi desenvolvida com alunos do 4º semestre de um curso de Licenciatura em Matemática em uma Universidade Federal. A atividade teve como tema *Índice de Motorização no Estado do Paraná,* conforme indica o Quadro 1 e foi realizada em uma disciplina de Modelagem Matemática por 14 alunos. A proposta para essa atividade era que os alunos lessem a situação-problema e a partir dela definissem o problema, as variáveis, as hipóteses, a dedução do modelo matemático e a validação.

Quadro 1 - Atividade de modelagem matemática

Segundo dados do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), o estado do Paraná encontra-se na 2ª posição com relação aos domicílios brasileiros com pelo menos um veículo particular (automóvel ou motocicleta), conforme aparece na figura. Em 2009, 61,7% dos munícipios paranaenses já contavam com pelo menos um veículo particular.

A exemplo do que ocorre no Brasil, todo o crescimento do setor automobilístico tem mudado o padrão de mobilidade urbana. No âmbito nacional, o IPEA apontou que quase metade dos municípios brasileiros (47%), em 2009, já possuía automóvel ou motocicletas para o deslocamento de seus moradores. De 2008 para 2009, por exemplo, o percentual de domicílios com automóvel ou motocicleta subiu de 45,2% para 47%. No entanto, isso não inviabiliza a utilização de transporte coletivo. Segundo dados do IBGE, a população de quase metade dos domicílios do país ainda é muito dependente dos sistemas de transporte público.

Posse de automóvel e motocicleta por UF

UF	Posse de veículo privado* Tem (%)	Não Tem (%)
Santa Catarina	70,5	29,5
Paraná	61,7	38,3
Distrito Federal	59,7	40,3
São Paulo	59,1	40,9
Rondônia	56,1	43,9
Roraima	55,8	44,2
Rio Grande do Sul	55,4	44,6
Mato Grosso	54,9	45,1
Mato Grosso do Sul	53,7	46,3
Goiás	53,2	46,8
Tocantins	53,1	46,9
Minas Gerais	48,9	51,1
Piauí	44,7	55,3
Espírito Santo	44,5	55,5
Rio Grande do Norte	41,2	58,8
Acre	39,8	60,2
Paraíba	38,7	61,3
Rio de Janeiro	38,5	61,5
Sergipe	35,2	64,8
Maranhão	34,1	65,9
Amapá	33,7	66,3
Ceará	33,3	66,7
Amazonas	31,5	68,5
Pernambuco	29,2	70,8
Bahia	28,9	71,1
Pará	28,3	71,7
Alagoas	26,3	73,7
BRASIL	**48,0**	**52,0**

Fonte: Microdados PNAD, 2009. IBGE (elaboração Ipea).

* Automóvel ou motocicleta

Fonte: Autoras do artigo

Quadro 1 - Continuação da atividade de modelagem matemática

Em consonância com as informações apresentadas pelo IPEA, dados obtidos do Departamento de Trânsito do Paraná (DETRAN/PR), mostra que o índice de motorização, ou seja, o número de pessoas que possuem veículos providos de motor tem aumentado no estado do Paraná. Esse índice é obtido dividindo-se a frota de veículos do estado pela população estadual e multiplicando-se o resultado por 100. Quanto maior o índice de motorização, maior a quantidade de pessoas que possuem veículos com motor e, dessa forma, maiores são as possibilidades de ocorrer problemas referentes à circulação de veículos nos municípios, nos estados e no país.
A tabela apresenta o crescimento do Índice de motorização (veículos/ 100 habitantes) no estado do Paraná entre os anos de 2001 e 2010.

ÍNDICE DE MOTORIZAÇÃO NO ESTADO DO PARANÁ - PERÍODO 2001 / 2010

ANO	FROTA	POPULAÇÃO	VEÍC. / 100 HAB.
2001	2.532.257	9.606.435	26,36
2002	2.718.779	9.718.001	27,98
2003	2.929.662	9.827.938	29,81
2004	3.182.172	9.938.549	32,02
2005	3.432.367	10.043.918	34,17
2006	3.675.703	10.150.139	36,21
2007	3.999.483	10.284.503	38,89
2008	4.358.093	10.590.169	41,15
2009	4.683.631	10.686.247	43,83
2010	5.041.846	10.439.601	48,30

FONTE: DETRAN - Coordenadoria de Veículos
IBGE / IPARDES

Fonte: Autoras do artigo

Nesse artigo apresentamos, a descrição da resolução do grupo 1 que é constituído pelos alunos A1, A2 e A5. O grupo 1 definiu o seguinte problema: *Quando o número de veículos do Estado do Paraná será equivalente à sua população?* Após, terem decidido qual o problema que iriam abordar, foram definidas as seguintes variáveis:

- Variável dependente: índice de motorização (M)
- Variável independente: tempo (t)
- Variável auxiliar: (n)

Com a intenção de auxiliar os alunos, a professora entregou uma folha que continha algumas dicas para a resolução, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 - Dicas para resolução

Dicas para a resolução. Apresentar os procedimentos da resolução nas folhas a ser entregues.

1- Desenhar a tendência dos dados no plano cartesiano.

2- Cálculos como estes podem orientar a definição da hipótese?

Ano	Variável auxiliar (n)	Índice de motorização no Estado do Paraná (veículos/100 hab)	Variação de M $\Delta M = M_{n+1} - M_n$	$\frac{\Delta M}{M} = \frac{M_{n+1} - M_n}{M_n}$
2001		26,36		
2002		27,98		
2003		29,81		
2004		32,02		
2005		34,17		
2006		36,21		
2007		38,89		
2008		41,15		
2009		43,83		
2010		48,30		

Fonte: Autoras do artigo

A partir dessa dica e com o auxílio da professora os alunos elaboraram a seguinte hipótese $\frac{\Delta M}{M} = k$.

Partindo da hipótese, temos:

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{M_{n+1} - M_n}{M_n} = k$$

$$\frac{M_{n+1} - M_n}{M_n} = k$$

$$M_{n+1} - M_n = k.M_n$$

$$M_{n+1} = M_n + k.M_n$$

$$M_{n+1} = M_n(\mathrm{k} + 1)\ (1)$$

Atribuindo valores para n em (1), temos:

$$n = 1 \Longrightarrow M_2 = M_1(\mathrm{k} + 1)$$

$$n = 2 \Longrightarrow M_3 = M_2(\mathrm{k} + 1) \Longrightarrow M_3 = M_1(k + 1)^2$$

$$n = 3 \Longrightarrow M_4 = M_3(\mathrm{k} + 1) \Longrightarrow M_4 = M_1(k + 1)^3$$

$$\vdots$$

$$M_i = M_1(k+1)^{i-1}$$

Levando em consideração o ano de 2009, temos:

$$n = i - 1 \Rightarrow 9 = i - 1 \Rightarrow i = 10$$

E como o índice do ano de 2009 é 48,30, temos:

$$M_{10} = 26{,}36(k+1)^9$$

$$48{,}30 = 26{,}36(k+1)^9$$

Aplicando o logaritmo em ambos os lados, obtemos:

$$log\,\frac{48{,}30}{26{,}36} = 9\log(k+1)$$

$$\log(k+1) = \frac{log\,\frac{48{,}30}{26{,}36}}{9}$$

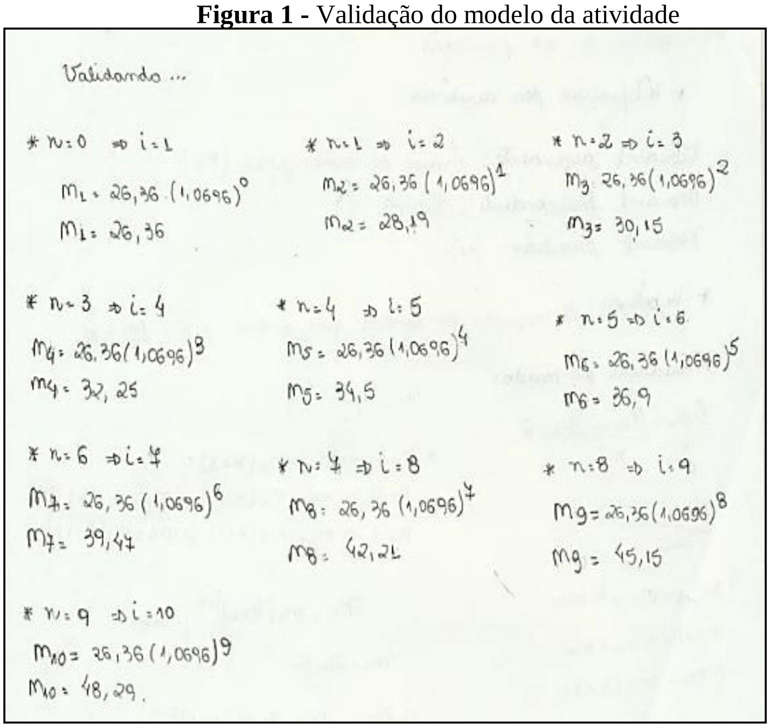
$$k + 1 \approx 1{,}0696$$

Logo o modelo matemático encontrado é:

$$M_i = M_1(1{,}0696)^{i-1}, \qquad i = n + 1$$

O grupo realizou a validação do modelo, conforme a Figura 1.

Figura 1 - Validação do modelo da atividade


Validando ...

* $n=0 \Rightarrow i=1$
$M_1 = 26{,}36\,(1{,}0696)^0$
$M_1 = 26{,}36$

* $n=1 \Rightarrow i=2$
$M_2 = 26{,}36\,(1{,}0696)^1$
$M_2 = 28{,}19$

* $n=2 \Rightarrow i=3$
$M_3 = 26{,}36(1{,}0696)^2$
$M_3 = 30{,}15$

* $n=3 \Rightarrow i=4$
$M_4 = 26{,}36(1{,}0696)^3$
$M_4 = 32{,}25$

* $n=4 \Rightarrow i=5$
$M_5 = 26{,}36\,(1{,}0696)^4$
$M_5 = 34{,}5$

* $n=5 \Rightarrow i=6$
$M_6 = 26{,}36\,(1{,}0696)^5$
$M_6 = 36{,}9$

* $n=6 \Rightarrow i=7$
$M_7 = 26{,}36\,(1{,}0696)^6$
$M_7 = 39{,}47$

* $n=7 \Rightarrow i=8$
$M_8 = 26{,}36\,(1{,}0696)^7$
$M_8 = 42{,}21$

* $n=8 \Rightarrow i=9$
$M_9 = 26{,}36(1{,}0696)^8$
$M_9 = 45{,}15$

* $n=9 \Rightarrow i=10$
$M_{10} = 26{,}36\,(1{,}0696)^9$
$M_{10} = 48{,}29$.

Fonte: registro dos alunos

Após a validação, o grupo respondeu o problema que propuseram: *Quando o número de veículos será equivalente à população do Estado do Paraná?*

$$M_i = 26{,}36(1{,}0696)^{i-1}, \qquad i = n + 1$$

$$100 = 26{,}36(1{,}0696)^{i-1}$$

$$\frac{100}{26{,}36} = (i-1)\log(1{,}0696)$$

$$\log 3{,}793 = (i-1).\,0{,}0292$$

$$\frac{0{,}5759}{0{,}0292} = i - 1$$

$$i = 20{,}8 + 1 = 21 \Rightarrow n = i - 1 \Rightarrow n = 20$$

Portanto, $t = 2000 + n \Rightarrow t = 2020$.

Assim, possivelmente a frota de veículos será equivalente à população no ano de 2020, considerando que o índice se mantém crescendo na proporção de 2001 a 2010.

Com o objetivo de investigar relações entre o desenvolvimento de competências matemáticas e o raciocínio abdutivo dos alunos em atividades de modelagem matemática pautamo-nos em conceitos da semiótica Peirceana, que são apresentados a seguir e que posteriormente serão utilizados para analisar o desenvolvimento da atividade apresentada nessa seção.

SOBRE SEMIÓTICA PEIRCEANA

Charles Sanders Peirce, cientista, matemático, historiador, filósofo e lógico norte-americano, é considerado o fundador da semiótica moderna. O signo para Peirce (2015) possui uma relação triádica com o objeto, o representamen e o interpretante. Ele nos esclarece que em virtude dessa relação triádica do signo, a ciência da semiótica possui três ramos, aos quais ele denomina de gramática especulativa ou pura; lógica crítica e retórica especulativa ou metodêutica. Segundo Franco e Borges (2017) quando nosso objetivo são os raciocínios definidos por Peirce o caminho a ser seguido é o da lógica crítica.

Segundo Santaella (2005) raciocinar, para Peirce, é uma espécie de ação que se organiza através da diagramação de conceitos e inferências que ela aciona. Os diagramas são como "imagens em movimento do pensamento" e ilustram o curso geral de pensamento (FRANCO, BORGES; 2017, p. 48). Essa ação, segundo Ramos (2016), refere-se aos modos de inferência ou aos raciocínios caracterizados por Peirce (2015) como: raciocínio dedutivo, raciocínio indutivo e raciocínio abdutivo.

De acordo com Ramos (2016) a abdução é a adoção temporária de uma hipótese, sendo que são passíveis de verificação experimental de tal modo que se pode esperar um desacordo com os fatos. A abdução é entendida por Peirce (2015) como o processo de formulação de uma hipótese explicativa para determinado fenômeno. Esse é o raciocínio que dá início as descobertas científicas "uma vez que existe a possibilidade de se encontrar uma lei geral no mínimo curiosa e absolutamente diferente das "comprovações" anteriormente testadas" (KESKE, 2008, p. 7).

Franco e Borges (2017, p.48) argumentam que "a abdução envolve todas as nossas ideias sobre coisas reais, mas é mera conjectura, sem força probatória". Assim de acordo com esses autores, esse raciocínio constrói um diagrama que apenas "sugere" uma conclusão. Tal característica da abdução nos permite relacioná-la com um rema, que é um signo cuja relação com o interpretante é do modo da primeiridade.

Shank e Cunningham (1996 apud FRANCO, BORGES, 2017, p. 49) argumentam "que a abdução não é um tipo singular de raciocínio, mas sim uma "família" de seis modos distintos de abdução derivados a partir das dez classes de signos". Esses autores propõem seis tipos de abdução que geram hipóteses com diferentes graus de força probatória.

O primeiro grau gera uma inferência que diz respeito à possibilidade da possibilidade de uma semelhança. Por outro lado, o segundo grau gera uma inferência que lida com a possibilidade da semelhança. Segundo Franco e Borges (2017, p. 49) "a inferência funcionaria como um sintoma e a constatação de que determinado fenômeno possui determinadas características faria com que ele fosse considerado um caso de um determinado tipo de fenômeno".

O terceiro trabalha com a manipulação de uma semelhança para criar ou descobrir possíveis regras. O quarto está vinculado à existência do fenômeno, logo sua inferência trata da possibilidade de uma evidência. Já o quinto grau engloba a possibilidade de produzir uma regra e a possibilidade de uma evidência, ou seja, sua inferência envolve a formação de uma possível regra baseada em evidências possíveis. E por fim, o sexto tipo grau trata da possibilidade de uma regra formal.

Os conceitos abordados nessa seção juntamente com os aspectos teóricos sobre modelagem matemática e competências matemáticas serão usados para investigar relações entre o desenvolvimento de competências matemáticas e o raciocínio abdutivo dos alunos em atividades de modelagem matemática, descritas na próxima seção.

ANÁLISE E RESULTADOS

Os dados consistem em registros escritos, fala dos alunos, gestos que foram obtidos por meio de: gravações em áudio e vídeo, realização de entrevistas, questionários e anotações em caderno de campo. A atividade que apresentamos foi desenvolvida pelos alunos na disciplina de Modelagem Matemática ministrada por uma das autoras desse artigo em três encontros, nos quais os alunos foram organizados em grupos. Analisamos aqui o grupo 1 que é constituído pelos alunos A1, A2 e A5.

Para fazermos menção aos participantes da pesquisa, utilizamos a letra A para aluno, P para a pesquisadora e Pr para a professora da disciplina. Para diferenciar os alunos utilizamos números, por exemplo, para indicar aluno 1, utilizamos A1; para indicar aluno 2, A2 e, assim, sucessivamente. Considerando que em alguns momentos aparece a fala de outros alunos, além dos três alunos analisados, usamos a denominação “Alunos”.

Em nossa análise buscamos elementos que permitam identificar relações entre o desenvolvimento de competências e raciocínio abdutivo. Buscamos identificar ações referentes ao raciocínio abdutivo que orientaram/realizaram os alunos nessa atividade.

Após receberem a situação inicial os alunos começaram a discutir o problema que pretendiam estudar como indica o diálogo:

> *A2: O que você acha que é o problema?*
> *A5: Eu acho que tem a ver com o índice, quanto maior o índice maior o número de pessoas que possuem automóveis, agora transformar isso num problema....*
> *A2: Ah, eu acho que aqui está falando que o problema é as pessoas ter muito, tipo assim, a quantidade de carro, por exemplo, por localidade, entendeu, está falando aqui ó (quanto maior o índice de motorização, maior a quantidade de pessoas tem veículo...), eu acho que o problema é tipo assim, qual que seria o índice, está falando Paraná aqui né, por exemplo, o índice apropriado de pessoas com carro no Paraná, tipo pessoas motorizadas, alguma coisa assim, eu acho, que é o problema. O que você acha?*

Aluno: Estou lendo o texto agora. Não sei ainda. Eu acho que deve ser alguma coisa assim.
A5: Pode ser assim, quantos anos, em quanto tempo levará para que o número de veículos seja igual ao número de habitantes?

Grupo 1

Destacamos que nesse momento os alunos estão formulando hipóteses para explicar o fenômeno, ou seja, estão utilizando inferências abdutivas e apontando suas dúvidas sobre o fenômeno que estão estudando. E ainda, na tentativa de pensar em outras hipóteses, buscando evidências para a construção do modelo matemático os alunos estudam os dados do Quadro 2, conforme o diálogo.

A1: eu tentei achar uma razão, mas não achei.
Aluno: tem que tentar achar uma fórmula assim que calcule em cada ano a quantidade, mais ou menos o índice de coisa que seria veículos a cada 100 habitantes.

Grupo 1

Nesse sentido o diálogo permite inferir que os alunos apresentam insights para o possível modelo matemático, assim podemos identificar a competência do pensamento matemático, segundo Niss e Højgaard (2011), que inclui a compreensão de determinados conceitos matemáticos e em saber lidar com suas limitações.

Já com o problema definido, a discussão dos alunos agora é sobre qual variável depende de qual, conforme indica o diálogo que segue.

Aluno: Mas qual depende de qual? A frota depende da população? Na verdade não, uma pessoa pode ter dois carros, por isso que eu falei, por exemplo, se a gente quer saber o índice ele depende das outras duas, a população não depende da frota e nem a frota depende da população, agora o índice depende dos dois.
A5: Então a independente vai ser a população e a dependente vai ser o índice.
A2: eu acho que primeiro a gente tinha que escrever as informações, para depois tentar achar as variáveis.
A5: parece que tudo depende de tudo aqui.
A2, A5: olha nosso problema, é o tempo.
A1: é alguma coisa de exponencial, cresce, porque se for representar isso no gráfico dá uma exponencial.
Aluno: é parecida com a do césio, dá uma olhadinha para você ver.

Grupo 1

Nesse diálogo é possível observar que os alunos estão discutindo a respeito de qual modelo melhor se ajusta ao problema. Nesse momento os alunos estão matematizando a situação. Os alunos fazem suposições para o problema, simplificam a situação, procuram reconhecer as quantidades que influenciam a situação, podemos inferir que a elaboração de hipóteses bem como o tratamento matemático dos dados sinaliza a competência de simbolismo e formalismo e a competência de representação, pois segundo Niss e Højgaard (2011), tal competência compreende a capacidade de decodificação do símbolo e linguagem formal, a capacidade de tradução da linguagem natural e matemática e a capacidade de discernir sobre a natureza das regras do sistema matemático formal e a competência de representação diz respeito à utilização de diferentes tipos de representações dos objetos matemáticos.

No que diz respeito à competência de simbolismo e formalismo, o raciocínio abdutivo se faz presente, já que essa competência está relacionada com a transição da linguagem natural para a matemática e nessa transição os alunos identificam as informações relevantes para o desenvolvimento do modelo matemático o que é um aspecto do raciocínio abdutivo.

Reconhecemos que os alunos levam em consideração em suas discussões as hipóteses e a dedução do modelo conjuntamente, nesse sentido a competência de comunicação permeia toda a atividade de modelagem uma vez que como a atividade é realizada em grupo, os alunos fazem uso da comunicação para expressar, interpretar e estudar a situação proposta, como indica o diálogo.

> *Aluno: vamos ver o que temos de dados.*
> *A2: aqui está dividindo só que o nosso vai multiplicar (comparando com outra atividade).*
> *Aluno: como a nossa é exponencial, vamos encontrar um padrão.*
> *Aluno: até o terceiro ano está diminuindo*
> *A2: é que a gente está considerando que sempre vai crescer, e tem ano que diminuem.*
> *Aluno: tá a primeira coisa que tem que fazer é o gráfico, analisar a tendência no gráfico.*
> *A5: fazemos a variação do tempo com o índice.*
> *[...]*
> *Aluno: vamos levar em consideração o ano de 2020.*
> *A2: nossa hipótese pode ser assim: existe um número k que representa a oscilação da variação de m por n.*
> *Aluno: vamos escrever o que na hipótese: a variação do índice pelo índice é uma constante, assim fica mais fácil.*
> *A2: o que você está fazendo A5?*
> *Aluno: ela está generalizando, aqui ó esse vai ser o modelo, o começo do modelo.*
> *A2: eu achei o da pipoca mais difícil.*
> *Aluno: dá uma olhada professora.*
> *A2: está escrito aqui, apresente todos os procedimentos e cálculos.*
> *Pr: vamos ver se esse modelo de fato procede. Não tem uma única resposta depende da condução que você dá, tem que validar o modelo.*
> *Aluno: tá professora então vamos validar.*

Grupo 1

Nesse sentido, os alunos usaram estratégias e procedimentos para resolver o problema definido. De acordo com Kehle e Cunningham (2010, apud RAMOS, 2016) esse é um aspecto do pensamento abdutivo.

Uma competência que também permeou toda a atividade foi a competência de apoio e ferramentas, que diz respeito à utilização de diversos auxílios tanto para representar e manter as entidades matemáticas e os fenômenos, quanto para lidar com eles. Por exemplo, os alunos utilizaram tabelas, gráficos, calculadora para resolver o problema proposto.

De acordo com Ramos (2016) atividades de modelagem matemática possuem características que desencadeiam o raciocínio abdutivo. Nesse sentido, as ações que são requeridas no desenvolvimento de atividades "de modelagem matemática são fortalecidas pelos insights de raciocínio abdutivo dos alunos, estabelecendo-se assim uma relação que pode incrementar a aprendizagem e o desenvolvimento matemático dos alunos" (RAMOS, p., 2016). E ainda, como atividades de modelagem matemática possibilitam o desenvolvimento de competências e desencadeiam o raciocínio abdutivo, podemos usar a semiótica peirceana para olhar o desenvolvimento de competências buscando nas ações dos alunos características dos tipos de raciocínios apresentados por Peirce que evidenciam esse desenvolvimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de investigar relações entre o desenvolvimento de competências matemáticas e o raciocínio abdutivo dos alunos em atividades de modelagem matemática analisamos uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por um grupo de alunos do quarto semestre do curso de licenciatura em Matemática.

A partir da análise podemos inferir que aspectos das atividades de modelagem desencadeiam o raciocínio abdutivo, que por sua vez, influenciam no desenvolvimento de competências matemáticas nos alunos.

Essas são primeiras inferências a respeito das relações entre o desenvolvimento de competências e os tipos de raciocínio apresentados por Peirce em atividades de modelagem, assim faz-se necessário um estudo mais aprofundado sobre esse tema.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, 2018, p. 19-30

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BLUM, W. Icmi study 14: Applications and modeling in mathematics education – discussion document. **Educational Studies in Mathematics**. 51, p. 149–171, 2002.

FIGUEIREDO, D.; KATO, L. A. A modelagem e o desenvolvimento de competências. In: **VII Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática**. Belém. 2011.

JENSEN, T. H. Assessing mathematical modeling competency. In Haines et al. (Eds.) Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics Chichester: Horwood Publishing, p. 141- 148, 2007.

LORIN, A. P. Z. **Competências dos alunos em atividades de Modelagem matemática.** 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

MAAβ, K. What are modelling competences? **ZDM**, vol. 38 (2), 2006.

NISS, M.; HØJGAARD, T. **Competencies and Mathematical Learning.** English edition, October, 2011.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 2 reimpressão da 4. ed. São Paulo: Perspectiva, 2015. (Estudos, 46).

RAMOS, D. C. **O raciocínio abdutivo em atividades de Modelagem Matemática.** 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

SILVA, K.A.P. **Modelagem Matemática e Semiótica: algumas relações.** (Dissertação de mestrado) – Ensino de Ciências e Educação Matemática, Londrina,2008.

SILVA, K. A. P. **Uma interpretação semiótica de atividades de Modelagem Matemática: implicações para a atribuição de significado**. 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática.** 2013. 175p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.