



18,19 e 20 de outubro de 2018

MODELAGEM E A SALA DE AULA



*Encontro Paranaense de Modelagem
na Educação Matemática*

MODELAGEM MATEMÁTICA, MATEMÁTICA FINANCEIRA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UMA ANÁLISE DOS DIFERENTES USOS DE MODELOS MATEMÁTICOS

Jeferson Takeo Padoan Seki
Universidade Estadual de Londrina
jefersontakeopadoanseki@hotmail.com

Bianca de Oliveira Martins
Universidade Estadual de Londrina
bianca_o.martins@hotmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina
lourdes@uel.br

RESUMO

Neste artigo apresentamos uma discussão a respeito dos usos de modelos matemáticos em atividades de modelagem matemática em uma disciplina de matemática financeira. Ajustamos a nossa 'lente' teórica com base em pesquisas na área de modelagem matemática, bem como na perspectiva teórico-filosófica wittgensteiniana da linguagem. Dados foram coletados por meio de registros escritos e áudio-gravados de nove alunos no contexto de uma disciplina de Matemática Financeira em um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade pública do norte do Paraná. A partir de uma análise qualitativa com base nos pressupostos teórico-filosóficos adotados, os resultados indicam que os modelos matemáticos produzidos pelos alunos atuam como normatizadores de situações empíricas das quais os alunos participam e, por meio dos usos destes modelos, a modelagem matemática, enquanto alternativa pedagógica, pode servir a propósitos formativos, possibilitando a conexão da Matemática Financeira com a Educação Financeira na formação de futuros professores de matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Wittgenstein; Matemática Financeira.

INTRODUÇÃO

De acordo com Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OECD, 2005), os consumidores no cenário mundial, em particular, os grupos mais pobres e com baixo nível de escolaridade, revelam ser pouco informados a respeito de conceitos e produtos financeiros, dificuldades em tomar decisões conscientes frente à variedade de opções de crédito, investimento, seguro e previdência. Esta "ignorância" do funcionamento do sistema financeiro e das finanças pessoais pode prejudicar não somente o bem-estar financeiro dos indivíduos, como também a estabilidade do sistema financeiro e econômico do país. Cientes destas

preocupações, governos e organizações de diversos países promoveram e promovem políticas públicas voltadas para a Educação Financeira (OECD, 2005).

Uma das estratégias fundamentais dos projetos criados pelos governos é promover a inserção da Educação Financeira na formação dos indivíduos, sejam alunos da Educação Básica, futuros professores, professores e a população em geral. Para isso, consideramos que as instituições de ensino podem contribuir para este objetivo, incluindo este tema nas matrizes curriculares, nos projetos pedagógicos e nas aulas de diversas disciplinas por meio de alternativas pedagógicas, como, por exemplo, a modelagem matemática.

Segundo Almeida, Tortola e Merli (2012, p. 217), a modelagem matemática tem como propósito “propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, neste caso, é o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a ‘atividade’ de busca por esta solução”. Neste sentido, temos como propósito analisar os usos de modelos matemáticos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em uma disciplina de Matemática Financeira de um curso de Licenciatura em Matemática. Em paralelo, suscitamos reflexões a respeito de possíveis relações entre estes usos de modelos matemáticos, a matemática financeira e a Educação Financeira em atividades de modelagem matemática.

Para investigar os usos de modelos matemáticos, nos baseamos na filosofia da linguagem de Ludwig Wittgenstein, especialmente, sobre a noção de usos da linguagem em sua obra Investigações Filosóficas e seus desdobramentos para discussões no âmbito da modelagem matemática.

A seguir, apresentaremos, nesta ordem, o quadro teórico que compõe este artigo; os procedimentos metodológicos; a análise a respeito dos usos dos modelos matemáticos em duas atividades de modelagem matemática, intituladas como ‘seguro de veículos’ e ‘roteador wi-fi’, e, por fim, as considerações finais.

UM DIÁLOGO ENTRE MODELAGEM MATEMÁTICA, MATEMÁTICA FINANCEIRA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA

No Brasil, alinhado com as orientações da OECD e considerando as mudanças demográficas, econômicas e políticas do país, o governo federal criou Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), pelo Decreto Federal 7.397/2010. Os objetivos da ENEF são: i)

“promover e fomentar a cultura de educação financeira no país”, ii) “ampliar a compreensão do cidadão para efetuar escolhas conscientes relativas à administração de seus recursos”; iii) “contribuir para eficiência e solidez dos mercados financeiros, de capitais, de seguros, de previdência e de capitalização” (ENEF, 2014, p. 20).

A ENEF adota o conceito de Educação Financeira definido pela OECD, como:

[...] o processo mediante o qual consumidores/investidores melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que, com informação, instrução e/ou orientação objetiva, possam desenvolver confiança e as competências necessárias para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos financeiros e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda e adotar outras ações efetivas que melhorem o seu bem-estar financeiro (OECD, 2005, p. 26).

Um dos propósitos da ENEF é inserir a Educação Financeira no contexto escolar. A estratégia utilizada para isso envolve ações voltadas para a formação dos alunos, professores e para os currículos e materiais didáticos.

Os resultados de um mapeamento bibliográfico feito por Teixeira (2015) mostram que geralmente não há uma formação de professores especificamente em Matemática Financeira e apontam para a necessidade de capacitação destes profissionais, de modo a possibilitar a conexão da Matemática Financeira com a Educação Financeira.

A Educação Financeira está intimamente conectada com a Matemática Financeira. Para ilustrar esta conexão, podemos recorrer a própria ENEF, que destaca que os conceitos da Matemática Financeira contribuem “para entendimento do aspecto operacional do investimento, porque possibilita o cálculo dos valores futuros e presentes e das taxas aplicadas aos investimentos realizados” (ENEF, 2014, p. 76), “para entendimento do fator operacional do crédito. Devem ser abordados os conceitos de juros, distinguindo-se taxas nominais e efetivas, Custo Efetivo Total (CET) e amortização, até mesmo os métodos de amortização de empréstimos e financiamentos” (ENEF, 2014, p. 176).

Segundo Campos, Teixeira e Coutinho (2015, p. 564) a Matemática Financeira é um “elo fundamental para envolver a prática da educação para a cidadania, a Educação Financeira e os conteúdos de Matemática”. Entretanto, os autores salientam que apenas o ensino de conteúdos de Matemática Financeira na disciplina de matemática não é suficiente para propiciar a Educação Financeira e a formação de cidadãos, é importante que este ensino seja

“contextualizado em situações reais ou realísticas, próximas ao cotidiano do educando” (CAMPOS; TEIXEIRA; COUTINHO, 2015, p. 564).

Consideramos que a modelagem matemática pode estreitar relações entre a Matemática Financeira e a Educação Financeira, visto que pode ser usada como uma alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) para trabalhar conteúdos de matemática financeira a partir de situações-problema relacionadas com desafios da Educação Financeira presentes na sociedade e no cotidiano dos estudantes.

No âmbito educacional, a construção do modelo matemático é um dos procedimentos inerentes ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Um modelo pode ser entendido, na perspectiva de Ferri e Lesh (2013) como um sistema que é usado, para interpretar, descrever ou desenvolver outro sistema conforme uma finalidade específica. Os modelos assumem diferentes características e diferem de acordo com a área do conhecimento que é usado e desenvolvido. No caso dos modelos matemáticos, estes distinguem de outros modelos, como por exemplo, modelos físicos químicos ou históricos. “Os modelos matemáticos focalizam as propriedades estruturais (ou sistêmicas) do sistema - em vez de se concentrarem nas propriedades físicas, químicas ou históricas do sistema – os sistemas são usados para descrever, projetar ou desenvolver” (FERRI; LESH, 2013, p. 58).

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 13), modelos matemáticos são utilizados para "representar, explicar e “tornar presentes” situações (que podem não ser matemáticas) que queremos analisar usando matemática” e pode ser considerado um sistema conceitual, que por meio de uma linguagem ou estrutura matemática tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema.

Blum e Niss (1991, p. 39) destacam que um modelo matemático “consiste essencialmente de certos objetos matemáticos [...] e de certas relações entre esses objetos”, correspondendo a alguns elementos básicos da situação-problema estudada. Segundo este entendimento, modelos matemáticos fazem partes dos resultados obtidos no processo de modelagem matemática, “usamos modelagem ou construção de modelo para significar todo processo que leva da situação-problema real para um modelo matemático” (BLUM; NISS, 1991, p. 39).

Embora, a construção de modelos matemáticos seja fundamental na modelagem matemática, na Educação Matemática o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática não se restringe na construção de modelos matemáticos, mas se dá em um conjunto de fases e procedimentos que caracterizam de certa forma o uso desta alternativa pedagógica. Estas fases são intituladas por Almeida, Silva e Vertuan (2012) como: inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação”.

É na fase resolução que ocorre a construção de um modelo matemático a partir das hipóteses formuladas e as variáveis identificadas na fase matematização. Segundo Pollak (1979, p. 240), “a construção de modelos requer uma compreensão da situação fora da matemática e do processo de matematização, bem como da própria matemática. Você não pode esperar matematizar uma situação sem compreendê-la”. Esta compreensão da situação inicial se dá na fase inteiração, na qual os alunos coletam dados quantitativos e qualitativos a respeito da temática escolhida e formulam um problema a ser respondido (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Diante da literatura sobre modelos e modelagem matemática, neste artigo visamos ampliar nossa compreensão sobre os usos de modelos matemáticos em atividades de modelagem matemática.

SOBRE OS ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste artigo, apresentamos considerações a respeito de duas atividades de modelagem matemática, ‘roteador wi-fi’ e ‘seguro de veículos’, desenvolvidas em uma pesquisa empírica com nove alunos participantes de uma disciplina de Matemática Financeira de um curso de Licenciatura em Matemática.

Para o desenvolvimento das atividades, os alunos foram organizados em dois grupos de trabalho, codificados para facilitar o processo analítica: o grupo 1 (G1), composto pelos alunos A2, A4, A5 e A6; o grupo 2 (G2), composto pelos alunos A1, A3, A7, A8 e A9; o professor PP, autor deste artigo.

Como o nosso objetivo é analisar os usos de modelos matemáticos em atividades de modelagem matemática, codificamos os modelos matemáticos produzidos pelos grupos na atividade 1 – ‘roteador w-fi’ e na atividade 2 – ‘seguro de veículos’ da seguinte forma:

Mi_ATj_Gk , sendo i o número do modelo matemático, j o número da atividade e k o número do grupo. Assim, o código $M1_AT1_G1$ refere-se ao modelo matemático M1 desenvolvido pelo grupo G1 na atividade 1.

Os temas das duas atividades de modelagem matemática foram propostos pelo professor. O desenvolvimento da atividade 1 foi feito com a apresentação do vídeo de uma reportagem realizada pela revista *superinteressante*¹ de agosto de 2017, em que há o comparativo de diversos roteadores wi-fi com base no alcance, velocidade, frequência e preço, e em seguida, apresentamos aos alunos quatro perguntas auxiliares e propomos um problema a ser estudado (Quadro 1).

Quadro 1 - Atividade 'roteador wi-fi'

ROTEADOR WI-FI							
Nome do roteador	Velocidade (MBPS) de acordo com a distância (m) e frequência (GHz)						Preço (R\$)
	Curta (1m)		Média (5m e uma parede)		Longa (15 m e três paredes)		
	2,4 GHz	5 GHz	2,4 GHz	5 GHz	2,4 GHz	5 GHz	
D-Link DIR-859	53	124	9,7	95,2	2,9	18,4	699
D-Link DIR-879	40,9	185	44,4	145,3	16,8	5,1	899
Asus RT-AC68U	79,4	212	44,5	111,3	42,5	11,2	1.299
TP-Link Archer C7	61	128,6	35,5	98,4	8,7	16,1	689,90
Apple Airport Extreme	23,1	136	30,8	120	28,1	N/D	1649

Fonte: Adaptado da Revista Super Interessante (ago/2017)

- 1) Qual o protocolo Wi-fi dos dispositivos que vão se conectar sua rede?
- 2) Qual é a velocidade da sua Internet?
- 3) Quantos dispositivos vão usar a rede sem fio?
- 4) Qual o tamanho da sua casa?

De acordo com as respostas dadas para as questões de 1 a 4:

- Qual é o roteador mais adequado para sua casa?
- Pesquise em diferentes lojas as opções de pagamento e os preços do seu roteador escolhido. De que forma podemos relacionar o preço a prazo e à vista do roteador?

Fonte: os autores.

¹ Vídeo explicativo: < <https://www.youtube.com/watch?v=2nuXcfyFdao>>. Acesso em: 30/01/2018

Diferente da primeira, a atividade 2 não continha um problema previamente formulado pelo professor, os alunos foram responsáveis por coletar dados qualitativos e quantitativos, formular um problema, deduzir um ou mais modelos matemáticos e por desenvolver os demais procedimentos de uma atividade de modelagem matemática. No Quadro 2 apresentamos algumas informações a respeito da fase inteiração.

Quadro 2 - Atividade 'seguro de veículos'

Atividade: seguro de veículos						
Grupo 1						
<ul style="list-style-type: none"> Dados: os alunos coletaram informações a respeito do financiamento de um veículo de R\$ 39000,00 e o valor do seguro para este carro. 						
Entrada	Valor do carro para o financiamento	Parcelas (em meses)	Valor parcela	Taxa de juros financiamento (Mensal)	Valor total do financiamento	Seguro Mensal
30%	27.300	48	636,97	0,2363%	30.574,82	251,42
50%	19.500	32	657,18	0,2363%	21.029,81	251,42
75%	9.750	16	632,82	0,2363%	10.125,23	251,42
100%	0	0	0,00	0,2363%	39.000,00	251,42
<ul style="list-style-type: none"> Problema: em quantas parcelas pode-se comprar um veículo (Gol) para que o seguro seja possível para o comprado, de modo que o valor pago no final seja 20% maior que o valor à vista? 						
Grupo 2						
<ul style="list-style-type: none"> Dados: A partir de um site que simula o valor do seguro, os alunos elaboraram dois quadros a respeito do valor do seguro para homens e para mulheres de diferentes idades. 						
Simulação seguro para homem			Simulação seguro para homem			
Idade	Valor do seguro em reais		Idade	Valor do seguro em reais		
20	8302,36		20	3523,29		
30	6161,95		30	3399,54		
50	3101,22		50	3008,96		
70	2903,18		70	3900,53		
<ul style="list-style-type: none"> Problema: desejando realizar o seu seguro na seguradora HDI qual será a idade em que o valor do seguro terá o menor custo e para qual sexo o valor também será menor? 						

Fonte: registros escritos dos alunos.

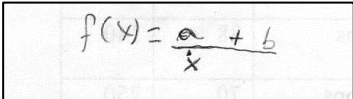
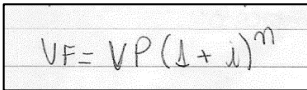
A coleta de dados foi feita por meio da coleta dos registros escritos dos alunos, da gravação de áudio durante o desenvolvimento das atividades e da tomada de notas em diário de campo do pesquisador. Uma análise qualitativa foi realizada considerando a perspectiva

wittgensteiniana da linguagem e os pressupostos da modelagem matemática e da Educação Financeira, como adotados neste texto. Esta análise será apresentada na próxima seção.

USOS DE MODELOS MATEMÁTICOS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

O modelo matemático faz parte de um conjunto de elementos que constituem uma atividade de modelagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Analisar os modelos matemáticos produzidos pelos alunos nas atividades ‘roteador wi-fi’ e ‘seguro de veículo’, apresentados no Quadro 3, sob uma perspectiva wittgensteiniana, implica olhar para os seus usos nas práticas de modelagem matemática.

Quadro 3 - modelos matemáticos produzidos nas duas atividades

M1_AT1_G1	M2_AT1_G1
	
M1_AT1_G2	
<p style="text-align: center;">- modelo:</p> <p>$g(u, A, M, I, S, O, P) = 2014 - (u + A + M + J + J + O + P)$ u.</p> <p>$h(a, b) = g(u, A, M, I, S, O, P) - (a + b)$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="width: 60%;"></div> <div style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;"> <p>$h(a, b) \geq 0$, está dentro do orçamento.</p> <p>$h(a, b) < 0$, não está dentro do orçamento.</p> </div> </div>	
M1_AT2_G1	
$V_{total} = V_p * 0,7(1+i)^t + \beta * V_p \quad V_{total} = V_p [0,7(1+i)^t + \beta]$	
M2_AT2_G2	
<p>Homem $\Rightarrow g(x) = 0,03x^3 - 1,06x^2 - 219,93x + 12876,34$</p> <p>Mulher $\Rightarrow f(x) = 0,04x^3 - 3,92x^2 + 113,7x + 2523,02$</p>	

Fonte: registros escritos dos alunos.

Desvinculados de seus usos nas atividades, os modelos matemáticos apresentados no Quadro 3, podem ser considerados signos vazios. Nas palavras de Wittgenstein “todo signo, sozinho, parece morto. O que lhe confere vida? Ele está vivo no uso” (WITTGENSTEIN, 2014,

§432). É no conjunto formado pelas ações, discursos, regras empíricas e gramaticais que podemos tecer considerações a respeito dos usos de modelos matemáticos produzidos pelos alunos nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas.

Na atividade 1, a primeira ação dos alunos foi escolher o roteador mais adequado para suas casas. Alguns critérios foram utilizados para essa escolha, como o tamanho da casa, a quantidade de dispositivos, a velocidade da internet e a viabilidade financeira. Este último, emergiu no desenvolvimento dos dois grupos, como indica o diálogo dos alunos do grupo G1:

A2 - Vê esse mês aí, quanto que dá para nós gastarmos?

A4 - De março nada mais, porque agora estou pobre... Eu recebi mil e cinquenta e nove, olha lá, esse mês não dá mais, acabou.

A4 - Mês que vem vai sobrar, vai ser 200 de mercado, cartão geralmente não tem, plano da vivo 45, isso não vai mudar, alimentação geralmente eu deixo 100 reais... deixa eu fazer o cálculo aqui... ah eu vou gastar 650... Calma, 400 reais que eu vou para São Paulo.

A2 - Vendo aqui certinho sempre sobra pelo menos 100 reais.

A4 - Sobra, pelo menos 100 reais.

A2 - Tá, então vamos procurar parcelado esse roteador por 100 reais.

A4 - Não, eu posso até 200 reais por mês, eu fiz isso a minha vida inteira, aqui 240 reais foi o meu computador.

AT1_G1

O uso dos modelos matemáticos da atividade 1 (M1_AT1_G1, M2_AT1_G1, M1_AT1_G2 – Quadro 3) está diretamente relacionado com a compreensão da situação inicial e com a consideração da viabilidade financeira de acordo com o orçamento familiar adotado como hipótese, que ocorreu na fase inteiração e matematização de Almeida, Silva e Vertuan (2012). Nesse sentido, o uso dos modelos matemáticos da atividade 1, requer compreender a situação-problema, bem como o processo de matematização, conforme já indicado na literatura por Pollak (1979).

A viabilidade financeira com base na renda e nos gastos mensais dos alunos, foi um fator decisivo para a escolha do roteador nos dois grupos. No grupo G1, a partir de um orçamento feito pelo aluno A4, os alunos iniciaram uma pesquisa de preços na internet e selecionaram algumas opções de pagamento fornecidas pelas lojas. Ao coletar esses dados, os alunos perceberam que algumas lojas ofereciam a possibilidade de comprar o produto em prestações iguais sem acréscimo de juros. Levando em consideração este aspecto, os alunos formularam o modelo matemático M1_AT1_G1 (Quadro 3), em que $f(x)$ é o valor das parcelas, x é o número de parcelas, a é o preço à vista do roteador e b o valor do frete para a

localização da casa de A4. Seguindo este modelo matemático, o preço a prazo é igual ao preço à vista.

Com o propósito de estabelecer relações entre o preço a prazo e à vista do roteador escolhido, o grupo G1 formulou um novo modelo matemático (M2_AT1_G1 – Quadro 3), incorporando o regime de capitalização a juros compostos. Neste modelo matemático, VF designa o valor futuro de cada prestação, VP é o valor presente da prestação antes de ser capitalizado, i a taxa de juros, n o número de prestações. O modelo dos alunos é construído de modo que o valor a prazo do roteador é dado pelo produto de VF e n , e o valor à vista é determinado por $\sum_{k=1}^n VP_k$.

O uso do modelo matemático M2_AT1_G1 está associado a conceitos da Matemática Financeira, como juros compostos, valor presente, valor futuro e taxa de juros. O modo de operar com este modelo é constituído a partir de convenções, acordos em uma determinada forma de vida² dos produtores de conhecimento no campo da Matemática Financeira e, neste contexto, podemos dizer que o modelo M2_AT1_G1 é uma regra matemática e o uso deste modelo na atividade é agir de acordo com esta regra. As regras, na perspectiva de Wittgenstein (2014, §85), orientam os nossos usos de conceitos, palavras, proposições, “está aí como uma placa de orientação”, elas mostram a direção que devemos prosseguir em uma prática linguística, no nosso caso, em uma prática de modelagem matemática.

Em consonância com Ferri e Lesh (2013) e Almeida, Silva e Vertuan (2012), os modelos matemáticos produzidos pelo grupo G1 na atividade 1 (M1_AT1_G1, M1_AT2_G1 – Quadro 3) podem ser interpretados como sistemas conceituais que foram usados para descrever, normatizar outro sistema conforme finalidades específicas. De fato, o modelo M1_AT1_G1 teve como função organizar informações de um sistema formado por condições de pagamento sem adição de juros, enquanto que o modelo M2_AT1_G1 funcionou como uma regra matemática, com o propósito de orientar os usos de conceitos da Matemática Financeira para condições específicas, em que há o acréscimo de juros no regime de juros compostos.

No desenvolvimento da atividade 1 pelo grupo G2, a viabilidade financeira não foi somente um aspecto que influenciou a escolha do roteador, mas foi mobilizada como finalidade

² As formas de vida, na perspectiva de Wittgenstein, são “sistemas regrados de ações convencionais e imersos na prática efetiva de nossa vida com a linguagem; sistemas em que se entrecruzam hábitos, atitudes éticas, concepções a respeito do conhecimento e decisões de vontade” (MORENO, 2003, p. 129).

para o desenvolvimento do modelo M1_AT1_G2. Neste modelo, a função de várias variáveis $G(L; A; M; I; J; O; P)$ designa o saldo mensal em relação aos gastos mensais de uma família com luz (L), água (A), mercado (M), internet (I), transporte (J), outros (O), investimento (P) e uma renda de R\$ 2014,00. Já $h(a, b)$ é uma função de duas variáveis, sendo a o preço à vista do roteador e b o frete.

Em relação ao modelo M1_AT1_G2, este não foi considerado adequado pelos alunos do G2 para responder o problema proposto pelo professor: *De que forma podemos relacionar o preço a prazo e à vista do roteador?* Ao perceberem isso, os alunos formularam outro problema: *“qual roteador ofereceria melhor custo benefício para esta família?, para tal pesquisamos em diversas lojas e modelos de roteadores, levando em conta os preços e o frete para escolhê-los”* (G2). Neste contexto, o modelo M1_AT1_G2 pode ser entendido como um modelo normativo, na medida que seu propósito é determinar a viabilidade financeira na compra de um roteador wi-fi, ou seja, de acordo com a perspectiva wittgensteniana, ele tem a função de uma proposição gramatical, pois desempenha o papel de regras de descrição. Nessa perspectiva filosófica, as proposições gramaticais são entendidas como condições de sentido para proposições empíricas. Neste tipo de proposição “não há relações hipotéticas, mas sim gramaticais, que nos dizem o que faz sentido dizer ou o que não faz sentido dizer” (GOTTSCHALK, 2004, p. 313). No caso da atividade 1, se $h(a, b) \geq 0$, faz sentido dizer que é viável financeiramente comprar o roteador escolhido e se $h(a, b) < 0$ não faz sentido fazer a mesma afirmação empírica.

No que tange a Educação Financeira, durante o desenvolvimento da atividade 1, o estabelecimento de critérios para escolher o roteador mais adequado e mais viável financeiramente vai ao encontro dos propósitos da Educação Financeira, de acordo com a OECD (2005), especificamente sobre a tomada de decisões e a realização de escolhas bem informadas. Estes aspectos aliados ao uso de conceitos de Matemática Financeira, como os mobilizados pelos alunos do grupo G1, podem fornecer aos alunos elementos da formação para a cidadania.

Já na atividade 2, durante a fase inteiração, os alunos pesquisaram diversas informações a respeito do tema ‘seguro de veículos’ e encontraram que o cálculo da apólice do seguro de

um veículo leva em consideração diversos fatores, como, por exemplo, idade, gênero, o veículo, região de circulação, entre outros, conforme indica o diálogo:

- PP - Que fatores influenciam o cálculo do valor do seguro de um veículo?
A1 - Se é mais de um condutor que vai dirigir, se anda bastante durante o dia, se o trabalho é longe da casa, onde vai se locomover...
PP - O que mais?
A1 - Quantos quilômetros vai andar por dia com o carro.
A9 - A cidade onde mora.
[...]
A1 - O que podemos analisar é se o modelo do carro influencia mais no preço final do seguro ou se a idade do condutor influencia mais.
A8 - Eu acho que a idade.
A7 - Como assim a idade?
A8 - Se for de 18 anos, de 40 anos...
A1 - Se você tiver feito a carteira de motorista recentemente é mais caro.

AT2_G2

Após essa pesquisa inicial, os alunos do grupo G1 escolheram abordar o valor e o modelo do carro, e além disso, consideraram o financiamento do veículo como fator decisivo para contratar o seguro. Enquanto que os alunos do grupo G2 se propuseram a analisar a influência da idade e do gênero do condutor no cálculo do valor do seguro do veículo. Corroborando com os apontamentos de Pollak (1979) e Almeida, Silva e Vertuan (2012), estas ações dos alunos indicam a importância da compreensão da situação inicial e do processo de matematização, para os usos dos modelos matemáticos M1_AT2_G1 e M2_AT2_G2.

No modelo M1_AT2_G1, a variável V_{total} é o valor total do financiamento mais o seguro, V_p é o valor do carro a ser financiado, i a taxa de juros ao mês do financiamento do carro, β uma constante de proporcionalidade que relaciona o valor do seguro em relação ao valor presente do carro, t tempo em meses. É a partir deste modelo que os alunos podem formular uma resposta para o problema, ele tem a função de organizar certos aspectos da situação empírica, neste sentido, o modelo M1_AT2_G1 faz parte de um sistema normativo da Matemática Financeira que é “utilizado para matematizar situações de natureza empírica” (SOUZA, 2012, p. 46). Com base neste modelo os alunos podem julgar a viabilidade da contratação do seguro com base em certos critérios.

Já o modelo matemático utilizado pelos alunos do grupo G2, M2_AT2_G2, foi obtido por meio de um ajuste de curvas feito por meio do *software* GeoGebra³. Os alunos ajustaram

³ *Software* livre, disponível em: <<https://www.geogebra.org/?lang=pt>>.

uma curva polinomial para cada conjunto de dados em relação a diferentes idades (x) para homem ($g(x)$) e para mulher ($f(x)$). Este modelo matemático, pode ser entendido como um modelo normativo, na medida que fornece aos alunos ferramentas para analisar a situação empírica. Na perspectiva de Wittgenstein (2014), este modelo pode ser interpretado como uma proposição matemática que funciona como uma regra de descrição.

De modo geral, os modelos matemáticos produzidos pelos alunos nas duas atividades (Quadro 3), podem ser caracterizados como sistemas conceituais normativos, constituídos de relações matemáticas, usados como condição de sentido para afirmações empíricas. São sistemas conceituais, como abordados por Ferri e Lesh (2013), pois são estruturados na linguagem matemática e podem relacionar regras matemáticas convencionadas na área da Matemática Financeira (M2_AT1_G1, M1_AT2_G1). São normativos, na perspectiva de Wittgenstein (2014), pois organizam a situação empírica e estabelecem o sentido de afirmações empíricas, como, por exemplo, em relação a viabilidade financeira de comprar um determinado roteador wi-fi ou contratar o seguro de um veículo (M1_AT1_G2, M1_AT2_G1, M1_AT2_G2).

Além disso, durante o desenvolvimento das atividades, elementos de Educação Financeira foram usados, principalmente, na formação de critérios para tomada de decisões em relação à forma de pagamento, a viabilidade financeira na atividade 1, e nos fatores que influenciam o cálculo da apólice do seguro na atividade 2. Estes aspectos estão associados ao objetivo da ENEF de “ampliar a compreensão do cidadão para efetuar escolhas conscientes relativas à administração de seus recursos” (ENEF, 2014, p. 20).

Nesse sentido, o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na disciplina de Matemática Financeira de um curso de Licenciatura em Matemática, propiciou aos alunos usar conceitos da Matemática Financeira, como, o de juros, taxa de juros e métodos de financiamento, importantes para a Educação Financeira como indicado pela ENEF (2014), e estreitou relações entre a Matemática Financeira e a Educação Financeira, por meio de situações reais, “próximas ao cotidiano do educando” (CAMPOS; TEIXEIRA; COUTINHO, 2015, p. 564).

Com base na análise realizada nesta seção, a seguir apresentaremos os principais resultados obtidos conforme o nosso objetivo e as principais contribuições da pesquisa para o debate a respeito da modelagem matemática e Educação Financeira.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, objetivamos analisar os usos de modelos matemáticos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em uma disciplina de Matemática Financeira. Por meio da perspectiva teórico-filosófica de Wittgenstein e de estudos realizados na literatura sobre modelagem matemática e Educação Financeira investigamos os usos dos modelos matemáticos produzidos pelos alunos nas atividades, ‘roteador wi-fi e ‘seguro de veículo’. A análise permitiu-nos inferir, pautados nos fundamentos assumidos, que estes usos podem ser entendidos como normativos, na medida que orientam as afirmações empíricas, dos alunos, a respeito de situações financeiras presentes em seu cotidiano.

A modelagem matemática, enquanto alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), atuou como atividade mediadora entre o uso conceitos da Matemática Financeira e a formação de futuros professores em consonância com a Educação Financeira. Esta mediação, conforme nossa análise, pode ser feita por meio de diferentes usos de modelos matemáticos em atividades de modelagem matemática.

Por fim, os resultados obtidos nessa pesquisa fornecem uma possível alternativa para superar a lacuna constatada por Teixeira (2015), acerca da necessidade de capacitar os professores em relação a Educação Financeira. Consideramos que o uso da modelagem matemática nas aulas de Matemática Financeira em um curso de Licenciatura em Matemática, pode servir à propósitos formativos, possibilitando a conexão da Matemática Financeira com a Educação Financeira.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro no desenvolvimento da pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E.; MERLI, R. F. Modelagem matemática – com o que estamos lidando: modelos diferentes ou linguagens diferentes? **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14, n. 2, p. 215-239, maio/ago. 2012.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects: state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, n. 1, p. 37-68, 1991.

CAMPOS, C. R.; TEIXEIRA, J.; COUTINHO, C. Q. S. Eflexões sobre a educação financeira e suas interfaces com a educação matemática e a educação crítica. **Educação Matemática Pesquisa (EMP)**, São Paulo, v. 17, n. 3, p.556-577, 2015.

ENEF. **Plano Diretor**. Brasília: GT COREMEC. 2014. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br/docs/PlanoDiretorENEF1.pdf>.

FERRI, R. B.; LESH, R. Should Interpretation Systems Be Considered to Be Models if They Only Function Implicitly? In: STILLMAN, G. A. et al. (Ed.). **Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice**. 15. ed. New York: Springer, 2013. p. 57-67

GOTTSCHALK, C. M. C. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Caderno de História e Filosofia da Ciência**. Campinas, SP, Série 3, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul./dez. 2004.

MORENO, A. R. Descrição fenomenológica e descrição gramatical – ideias para uma pragmática filosófica. **Revista olhar**. São Carlos. v 4, n. 7, p. 93-139, jul./dez, 2003.

OECD, **Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies**. Paris: Secretary General of the OECD, 2005.

POLLAK, H. O. The interaction between Mathematics and other school subjects, **New Trends in Mathematics Teaching**, Volume IV, Paris: UNESCO, 1979.

POLLAK, H. O. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: cultural, social and cognitive influences**. New York: Springer, 2015. p. 265-276.

SOUZA, E. G. **A aprendizagem matemática na modelagem matemática**. 2012. 145 f. QTD DE FOLHAS. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Instituto de

Física, Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2012.

TEIXEIRA, J. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira**. 2015. 160 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 9. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2014.