MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE CÁLCULO:

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA

Thiago Fernando Mendes
Universidade Estadual de Londrina
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Cornélio Procópio
thiagofmendes@utfpr.edu.br

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina
lourdes@uel.br

RESUMO

Esse artigo tem por objetivo investigar *algumas relações entre a modelagem matemática e a semiótica peirceana no desenvolvimento de uma atividade na disciplina de Cálculo Diferencial Integral.* Para isso, analisamos uma atividade de modelagem desenvolvida por um grupo de três estudantes do segundo ano de um curso de Licenciatura em Matemática. Nossa investigação baseou-se em fundamentos teóricos da modelagem matemática no âmbito da Educação Matemática bem como na Semiótica Peirceana, mais especificamente na teoria dos interpretantes (imediato, dinâmico e final). Em nossa análise ficou evidenciado que os procedimentos dos estudantes no decorrer do desenvolvimento da atividade são mediados pelo uso, interpretação e produção de diferentes signos. Assim, tais signos ocupam um papel importante no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática oferecendo elementos para que a obtenção e a interpretação da solução possam ocorrer. Além disso, favorecem a compreensão, não só da matemática, mas também dos fenômenos em estudo.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Semiótica Peirceana; Teoria dos Interpretantes.

INTRODUÇÃO

A nossa convivência em sociedade é mediada por uma rede de linguagens e representações. Assim, a semiótica, enquanto ciência preocupada com o exame das linguagens e os modos de constituição do fenômeno é uma importante ferramenta para nos auxiliar na compreensão da realidade que nos cerca.

Considerando que grande parte das situações oriundas da realidade pode ser representada por meio de uma linguagem matemática, vários pesquisadores e professores têm investigado o papel da semiótica em atividades de modelagem matemática (KEHLE; CUNNINGHAM, 2000; CARREIRA, 2001; ALMEIDA; SILVA, 2018).

No que se refere ao ensino de matemática no Ensino Superior uma das dificuldades dos estudantes diz respeito às disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (GARZELLA, 2013).

Cabral e Catapani (2003) afirmam que tal dificuldade pode ser comprovada pelas taxas de reprovação, repetência e abandono das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral seja nos cursos de Matemática ou não, considerando que esta é uma disciplina presente em diversos cursos superiores.

Há pesquisas que, ao relacionarem modelagem matemática e as aulas de Cálculo, revelam que criar e explorar modelos de um fenômeno pode ser uma importante experiência no processo de aprendizagem do estudante (VILLARREAL, 1999; ALMEIDA; FATORI; SOUZA, 2007).

Neste trabalho buscamos investigar algumas relações entre a modelagem matemática e a semiótica peirceana no desenvolvimento de uma atividade na disciplina de Cálculo Diferencial Integral.

Para tal, nos fundamentamos em aportes teóricos da modelagem matemática no âmbito da Educação Matemática enquanto alternativa pedagógica, assim como na semiótica peirceana, especialmente teoria dos interpretantes, apresentada por Charles S. Peirce.

SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A modelagem matemática tem sido foco de diversas pesquisas e a partir de diferentes perspectivas (KAISER; SRIRAMAN, 2006; BLUM, 2015).

Na literatura internacional é possível encontrar pesquisas que afirmam que atividades de modelagem matemática foram projetadas para levar os estudantes a perceberem a necessidade de resolução de situações-problema significativas e do cotidiano. (ÄRLEBÄCK; DOERR; O'NEIL, 2013; ÄRLEBÄCK; DOERR, 2015).

Segundo Lesh (2010), tais atividades caracterizam-se como complexas, abertas e não rotineiras, simulações de situações para resolver problemas do cotidiano objetivando desenvolver, testar, rever e refinar ferramentas conceituais, envolvendo mais do que respostas simples às perguntas em testes e manuais tradicionais. Neste contexto, Almeida e Silva (2015) consideram que uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática) e de uma situação final (resposta para o problema identificado na situação inicial).

No âmbito do desenvolvimento de atividades de modelagem na sala de aula, Almeida e Brito (2005) defendem que a modelagem matemática trata de uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem de matemática, no qual faz-se uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não essencialmente matemático.

A partir desta mesma concepção de modelagem matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2012) destacam que o encaminhamento de uma atividade de modelagem[1] envolve fases referentes ao conjunto de procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de determinada situação-problema, caracterizando-as como: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

Para os autores, a *inteiração* representa o primeiro contato com a situação-problema que se pretende estudar objetivando conhecer as suas características e especificidades. Nesta fase ocorre a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução.

Na *matematização* ocorre a transição de linguagens, ou seja, o problema, que inicialmente se apresenta em linguagem natural, passa a ser escrito em linguagem matemática e, para isso, lança-se mão da formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificação da situação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Por sua vez, na *resolução* é feita a construção do modelo matemático que pode ser definido como um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por uma linguagem ou estrutura matemática, que objetiva descrever e prever o comportamento de outro sistema (LESH, 2010), tais representações incluem desde símbolos, gráficos e diagramas até expressões algébricas ou geométricas (DOERR; ENGLISH, 2003).

Para Blomhøj e Kjeldsen (2011) a dedução do modelo matemático objetiva responder um problema inicialmente determinado e, portanto, para que a construção do modelo ocorra, é

[1] Utilizaremos o termo modelagem como sinônimo de modelagem matemática na Educação Matemática

necessário que os alunos sejam expostos a situações que os levam à reflexão sobre o processo de modelagem e à função dos modelos em diferentes contextos.

Almeida, Silva e Vertuan (2012), pontuam que a *interpretação dos resultados* implica a análise de uma solução para o problema, constituindo-se assim um processo avaliativo realizado por todos os envolvidos na atividade. Além disso, tal interpretação implica uma *validação* da representação matemática referente ao problema, considerando-se tanto os procedimentos matemáticos utilizados, quanto à adequação de tal representação ao fenômeno estudado.

Buscando relações entre a modelagem matemática e a semiótica peirceana, Kehle e Cunningham (2000), por exemplo, analisaram o comportamento de alunos envolvidos em atividades de modelagem relacionando os tipos de raciocínio (abdução, indução e dedução) apresentados por Peirce (2005) com as etapas de modelagem matemática, estabelecendo, assim, o que os autores denominam de modos de inferência.

A partir disso, Silva (2008) investigou se os modos de inferência dos signos classificados por Kehle e Cunningham (2000) estão associados às ações cognitivas dos alunos nas diferentes etapas da modelagem matemática.

Almeida, Silva e Veronez (2015), por sua vez, investigaram como se dá o processo de geração e interpretação de signos interpretantes em atividades de modelagem matemática. A partir da análise de uma atividade de modelagem, as autoras inferiram que o funcionamento dos signos proporciona e descreve uma interação contínua entre signos, fenômeno e novos signos gerados da interpretação de anteriores constituindo, assim, uma sequência de semiose.

Assim indo ao encontro destas pesquisas, neste trabalho também investigamos algumas relações entre a modelagem matemática e a semiótica peirceana, para isso, analisamos o desenvolvimento de uma atividade de modelagem na disciplina de Cálculo Diferencial Integral olhando, especificamente, para a produção e utilização de signos interpretantes dos estudantes.

SEMIÓTICA PEIRCEANA E OS SIGNOS INTERPRETANTES

Charles Sanders Peirce (1839-1914) fundamentou a semiótica – semiótica peirceana – como a ciência dos signos, tendo como objetivo o exame dos modos de atribuição de significado e de constituição do conhecimento.

Para o Peirce (1972, p. 94), um signo, ou *representamen*,

> [...] é aquilo que, sob certo aspecto ou modo representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria, na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo, assim criado, denomino *interpretante* do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu *objeto*. Coloca-se no lugar desse objeto, não sob todos os aspectos, mas com referência a um tipo de idéia que tenho, por vezes, denominado o *fundamento* do representamem.

Peirce dedicou parte de seus investimentos semióticos na estruturação e classificação de interpretantes. Em Peirce (1972), a classificação dos interpretantes é dada como: interpretante imediato, interpretante dinâmico e interpretante final.

O interpretante imediato diz respeito ao aspecto de cada signo tem sua interpretabilidade peculiar, antes que ele alcance qualquer intérprete. Trata-se de uma abstração consistindo numa possibilidade de representar algo para alguém.

O interpretante dinâmico, por sua vez, é o efeito produzido na mente do intérprete pelo signo. É o efeito que o signo determina nessa mente.

O interpretante final, por sua vez, segundo Peirce (2005, p 164) "é aquilo que finalmente se decidiria ser a interpretação verdadeira se se considerasse o assunto de um modo tão profundo que se pudesse chegar a uma opinião definitiva".

Os signos interpretantes na teoria peirceana são meios utilizados para representar algo para alguém, são meios de pensamento, de compreensão, de raciocínio, de aprendizagem (D'AMORE; FANDIÑO PINILLA; IORI, 2015).

O processo responsável com que o signo tenha um efeito cognitivo sobre o intérprete e gere novos signos é a semiose (NÖTH, 2008). De acordo com a definição de Peirce (2005) o conceito de semiose (a ação do signo) é caracterizado como uma atividade evolutiva, ou seja, a ação própria do signo (semiose) é de ser interpretado em outro signo, pois o interpretante tem a natureza de um signo criado em uma mente interpretadora. "É só na relação com o interpretante que o signo completa sua ação como signo" (SANTAELLA, 2007, p. 37).

Neste contexto, Drigo (2007) afirma que a semiose se desencadeia a partir da atualização da mente, isto é, um novo signo é gerado (um interpretante) com a identificação de um desconforto ou uma instabilidade, cuja superação é mediada pela semiose.

Essa atualização da mente se relaciona a uma característica da semiose, que segundo Almeida (2010, p. 390), corresponde a "um processo de atividade característico da capacidade humana de produção e entendimento de signos das mais diversas naturezas".

Peirce (2005) ressalta que a interpretação de um signo exige, dentre outras coisas, certo conhecimento colateral ao signo ou ao sistema de signos, isto é, um tipo de conhecimento obtido a partir de outras experiências anteriores com aquilo que o signo denota, além de certa familiaridade com o sistema de signos.

Desta maneira, todos aqueles que já estudaram assuntos relacionados à disciplina de Cálculo, como funções derivadas, por exemplo, certamente terão mais facilidade para trabalhar com suas aplicações, pois já tiveram experiências colaterais com seu objeto dinâmico (conhecimento matemático de derivada de uma função). Uma vez que o objeto imediato de derivada é limitado, ou seja, não pode representar tudo que existe sobre derivada, os interessados em saber mais sobre o assunto podem consultar outros materiais em que encontrarão mais recortes sobre o tema, como, regras de derivação, extremos de funções, teorema do valor médio, formas indeterminadas e a regra de L'Hôpital. Assim, os intérpretes vão, cada vez mais, tendo novas experiências colaterais, por meio dos objetos imediatos, com o objeto dinâmico em questão.

Assim, no contexto da modelagem matemática enquanto alternativa pedagógica e na teoria dos interpretantes da semiótica peirceana é que buscaremos investigar algumas relações entre a modelagem e a semiótica peirceana no desenvolvimento de uma atividade na disciplina de Cálculo Diferencial Integral.

DESENVOLVIMENTO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Esta atividade foi desenvolvida no primeiro semestre letivo de 2017 por um grupo de três alunos do segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

O tema escolhido pelo grupo foi a *Perda na Distribuição de Água na cidade de Uraí-PR* e as motivações para a escolha do tema, segundo o relatório do grupo, foram: os problemas mundiais sobre o desperdício de água; a facilidade de o grupo conseguir dados sobre a distribuição e perda de água na região norte do Paraná, considerando que um dos integrantes trabalha na empresa responsável pela distribuição de água nesta região; e o fato de a cidade de Uraí ser uma das cidades mais problemáticas, com relação à perda de água na distribuição, da região segundo dados extraídos de documentos da SANEPAR-PR[2].

Na fase de inteiração do grupo com a problemática escolhida para o estudo, a situação-problema determinada pelo grupo foi *elaborar um modelo matemático que possibilite previsões a respeito da perda de água no município de Uraí-PR ao longo dos anos*.

A fim de responder a situação inicial proposta, o grupo, a partir de dados fornecidos pela SANEPAR, montou a seguinte tabela (Tabela 1):

Tabela 1: Dados coletados pelo grupo

Média anual de perda de água em Uraí-PR		
Ano	*Média Anual de Perdas*	*Média em mil m³*
2010	15297,0474	15,30
2011	16339,24873	16,34
2012	19962,37477	19,96
2013	24396,12128	24,40
2014	23106,93438	23,11
2015	24839,15784	24,84
2016	24908,88119	24,91

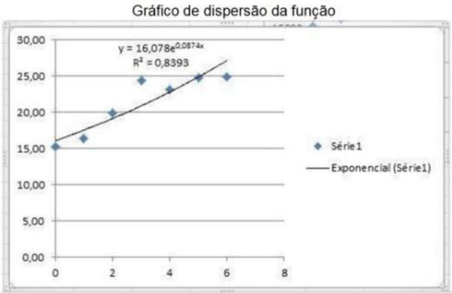
Fonte: relatório dos estudantes

Tendo os dados tabelados, o grupo realizou duas análises visando conhecer o comportamento dos mesmos e definir metas para resolução da situação-problema. Além disso, decidiram analisar a dispersão dos dados em um *software* para melhor visualizar esse comportamento. Os registros de tais análises são apresentados na Figura 1.

Figura 2: Registros das análises do comportamento dos dados

Análise do crescimento da função

ANÁLISE DE CRESCIMENTO ARITMÉTICO	ANÁLISE DE CRESCIMENTO GEOMÉTRICO
0,78	1,068,131
1,21	1,221,744
-0,81	1,222,105
-3,50	947,156
-0,30	1,074,966
0,05	1,002,807
[illegible]	0



[2] Companhia de Saneamento do Paraná

Fonte: relatório dos estudantes

Analisando o crescimento aritmético e geométrico dos dados, o grupo decidiu determinar um modelo do tipo $F(x) = a + b. e^{x.k}$, sendo F o volume de água perdido (em mil m³) e x o tempo em anos. Para tal, a hipótese assumida pelos mesmos foi de que *o volume máximo perdido na distribuição nunca ultrapassará 40% do volume total distribuído*. Assim, este valor de 40% será considerado, pelo grupo, o valor da assíntota da função a ser ajustada.

A formulação de hipóteses está contemplada dentro da fase de matematização, conforme discutido por Almeida, Silva e Vertuan (2012) e, no caso desta atividade, foi elaborada devido a um critério imposto pela SANEPAR de que, considerando os problemas nas instalações residenciais, problemas na tubulação da própria empresa e demais fatores de desperdício de água, a perda com relação ao volume de água distribuído não deve ultrapassar 40% (valor assumido pelo grupo).

Assim, tanto a tabela em que os estudantes analisaram o crescimento da função quanto o gráfico, em um primeiro momento, foram, para este grupo de estudantes, signos interpretantes imeadiatos capazes de transmitir informações importantes aos intérpretes com relação ao fenômeno (perda água na distribuição), tais informações, de certo modo, conduziram a investigação do grupo levando os intérpretes a terem algumas reações (interpretantes dinâmicos).

É importante ressaltar que em atividades anteriores os alunos já haviam trabalhado outras situações que foram representadas por meio de uma função exponencial do tipo assintótica, ou seja, os estudantes já possuíam certo conhecimento colateral sobre o objeto em questão a partir de suas experiências anteriores, o que, certamente, influenciou na decisão do grupo nesta atividade. Os procedimentos matemáticos adotados pelo grupo na fase de resolução da atividade são apresentados na Figura 2.

Figura 1 - Procedimentos adotados pelos estudantes

Para obter os valores para a função:

$$F(x) = a + b.e^{(x.k)}$$

Foram substituídos os valores para então identificar os valores das incógnitas presentes na função:

$$F(x) = 23{,}912 + b.e^{(x.k)}$$
$$15{,}3 = 23{,}912 + b.e^{(x.k)}$$
$$\boldsymbol{b = -8{,}61}$$

$$16{,}34 = 23{,}912 - 8{,}61.e^{(1.k)}$$
$$16{,}34 - 23{,}912 = -8{,}61.e^{k}$$
$$-7{,}57 = -8{,}61.e^{k}$$
$$-7{,}57/-8{,}61 = e^{k}$$
$$0{,}87 = e^{k}$$
$$log.0{,}87 = log.e^{k}$$
$$-0{,}06 = k.log.e$$
$$-0{,}06/0{,}43 = k$$
$$\boldsymbol{k=-0{,}13}$$

O qual atribuindo os valores das incógnitas resulta em um modelo para essa função, que é:

$$F(x) = 23{,}912 - 8{,}61.e^{(-0{,}13*x)}$$

Como o objetivo era encontrar um modelo que possa ser usado em relação ao ano em que se deseja investigar a perda de água, adequamos o modelo que está relacionado à variável auxiliar, de modo que obtemos:

$$F(x) = 23{,}912 - 8{,}61.e^{(-0{,}13*x)}$$
Sendo $x = a - 2010$
onde $a = ano$
temos que:
$$F(\mathrm{a}) = 23{,}912 - 8{,}61.e^{[(-0{,}13.(a-2010)]}$$
$$F(\mathrm{a}) = 23{,}912 - 8{,}61.e^{(-0{,}13a+261{,}3)}$$

Fonte: relatório dos estudantes

Após determinarem o modelo $F(x) = 23{,}912 - 8{,}61\,.\,e^{(-0{,}13x+261{,}3)}$, o grupo realizou a validação (Figura 3) do mesmo comparando os resultados obtidos pelo modelo com os valores fornecidos pela empresa de saneamento da cidade de Uraí-PR.

Figura 3 - Validação do modelo $\boldsymbol{F(x) = 23{,}912 - 8{,}61.e^{(-0{,}13.x+261{,}3)}}$

ANO	MÉDIA ANUAL DE PERDAS	MÉDIA em mil m³	APLICANDO A FUNÇÃO $F(\mathrm{a}) = 23{,}912 - 8{,}61.e^{(-0{,}13a+261{,}3)}$
2010	15297,0474	15,30	15,30
2011	16339,24873	16,34	15,62
2012	19962,37477	19,96	17,27
2013	24396,12128	24,40	18,14
2014	23106,93438	23,11	18,79
2015	24839,15784	24,84	19,41
2016	24908,88119	24,91	19,96

Apesar de uma variação entre os dados reais, consideramos essas funções como válida, pois a taxa de variação entre os valores são cabíveis dentro da problemática que envolve a modelagem, no que existem casos que o modelo exato às vezes não é possível; os modelos são utilizados para fornecer a probabilidade de um determinado valor ocorrer para uma variável. A solução desses modelos é uma probabilidade e não um valor exato.

Fonte: relatório dos estudantes

Conforme exposto na Figura 3, apesar da variação entre os dados coletados e os valores obtidos a partir do modelo definido, os mesmos consideraram o modelo válido, uma vez que este expressa uma probabilidade e não um valor exato. Isto pode ser visto como um entendimento sobre a situação (não exatidão dos resultados) gerada a partir do signo (tabela de validação das informações).

Considerando válido o modelo obtido, o grupo o utilizou para prever a perda de água nos próximos 5 anos, a partir de 2017 (Tabela 2).

Tabela 2: Dados coletados pelo grupo

Ano	*Previsão de perda de água (em mil m³)*
2017	20,44
2018	20,86
2019	21,23
2020	21,56
2021	21,85
2022	22,10

Fonte: relatório dos estudantes

A fim de aplicarem seus conhecimentos de Cálculo Diferencial e Integral I, dado o contexto em que a atividade foi desenvolvida, os estudantes determinaram uma segunda situação-problema a ser explorada: *considerando o modelo matemático definido, em qual ano haverá a menor perda de água na distribuição em Uraí-PR?*

Para responder tal questão, os alunos decidiram analisar a função derivada do modelo obtido. Para isso, os estudantes fizeram uso de duas regras de derivação que já haviam sido estudadas em aulas anteriores: a regra da derivada do produto ($\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$) e regra da cadeia para derivadas de funções compostas. Os procedimentos realizados pelos estudantes estão descritos na Figura 4.

Figura 4 - Análise da função derivada do modelo obtido

APLICAÇÕES DA DERIVADA NA FUNÇÃO $\boldsymbol{f(x) = 23{,}912 - 8{,}61.e^{-0{,}13x+261{,}3}}$

Primeiramente calculamos a derivada de $f(x)$

$\boldsymbol{f(x) = 23{,}912 - 8{,}61.e^{-0{,}13x+261{,}3}}$

(23,912 é uma constante, portanto sua derivada é zero e não consideramos)

Então

$f'(x) = g'(x).h(x) + g(x).h'(x)$

Sendo

$g(x) = -8{,}61$

$g'(x) = 0$

$h(x) = e^{-0{,}13x+261{,}3}$

Onde

$h'(x) = e^{u}.u'$

$u = -0{,}13x + 26{,}3$

$u' = -0{,}13$

$h'(x) = -0{,}13.e^{-0{,}13x+261{,}3}$

$F'(x) = 0.e^{-0{,}13x+261{,}3} + (-8{,}61.-0{,}13.e^{-0{,}13x+261{,}3})$

$\boldsymbol{f'(x) = 1{,}1193.e^{-0{,}13x+261{,}3}}$

Quando $f'(x)$ é igualada a zero, encontramos o ponto crítico da função:

$f'(x) = 1{,}1193.e^{-0{,}13x+261{,}3}$

$1{,}1193.e^{-0{,}13x+261{,}3} = 0$

$e^{-0{,}13x+261{,}3} = \frac{0}{1{,}1193}$

$-0{,}13x + 261{,}3.\ln e = \ln 0$

$x = \frac{261{,}3}{0{,}13}$

$x = 2010$

Portanto, 2010 é o ponto crítico da função.

Fonte: relatório dos estudantes

Com a análise da função derivada, o grupo conclui que 2010 foi o ano em que ocorreu a menor perda de água na distribuição na cidade de Uraí-PR. Neste momento, este é o interpretante final do grupo para esta situação.

No entanto, em determinado momento, é possível perceber que o grupo considerou que $ln0 = 0$, o que, matematicamente está equivocado. Além de estar matematicamente inadequada, a análise da função derivada apresentada pelo grupo evidencia uma fragilidade dos mesmos com relação ao conceito de função derivada e o que esta significa ao ser aplicada em determinado fenômeno.

Com o decorrer das aulas, o grupo entregou uma nova versão do relatório contendo uma correção com relação à aplicação da derivada no modelo obtido pelos mesmos. Essa correção é apresentada na Figura 5.

Figura 5 - Correção do grupo quanto à análise da função derivada do modelo

Com o decorrer das aulas foi possível uma melhor compreensão a respeito do comportamento da função. Por se tratar de uma função exponencial, a mesma é crescente a todo momento. Portanto, já que o seu comportamento é totalmente crescente, é possível concluir que a função não possui ponto crítico, nem ponto de inflexão (que é o momento em que a curvatura da função é modificada). Por isso, os cálculos anteriores estão equivocados.
O que faz sentido para o nosso modelo, uma vez que, dentro dos dados obtidos, não houve um momento em que a perda de água diminui no decorrer dos anos, a perda é sempre maior com o passar dos anos.

Fonte: relatório dos estudantes

A partir da justificativa apresentada pelo grupo temos indícios de que, com o andamento das aulas, uma nova semiose foi desencadeada pelos estudantes e o interpretante final gerado na atividade (em 2010 houve a perda mínima de água na distribuição), gerou novos interpretantes que resultaram em outra compreensão dos alunos com relação ao fenômeno (como seu comportamento é totalmente crescente, conclui-se que a função não possui ponto crítico, nem ponto de inflexão, ou seja, não é possível determinar um ano em que houve perda mínima) o que vai ao encontro do que afirmam Almeida e Silva (2017, p. 218) de que “atividades de modelagem matemática desencadeiam semiose e, semiose realiza construção de conhecimento”.

CONSIDERAÇÕES

Um objeto matemático não existe independentemente de suas representações. Logo, a construção de conceitos é determinada pela produção ou uso de signos, de modo que estes desempenham um papel primário e fundamental na apresentação e refinamento de conceitos matemáticos (ALMEIDA; SILVA, 2018).

Com relação aos conhecimentos matemáticos de cálculo diferencial e integral, mais especificamente, ao conhecimento de derivadas, níveis significantes imediatos, dinâmicos e finais foram evidenciados a partir da análise dos signos produzidos ou utilizados pelos estudantes no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática aqui descrita.

O interpretante imediato, como classificado na semiótica peirceana, trata-se de uma abstração consistindo numa possibilidade, um potencial ainda não-realizado. Assim, no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática este tipo de interpretante foi evidenciado no momento em que os signos tinham o potencial de transmitir alguma informação aos intérpretes, como no caso do gráfico que representava, por semelhança, o comportamento do fenômeno.

O interpretante dinâmico, por sua vez, definido como o efeito produzido, pelo signo, na mente do intérprete foi evidenciado na análise da atividade a partir de indícios de fragilidade com relação ao conhecimento de derivadas; aplicação de derivadas nos fenômenos estudados; compreensão do fenômeno a partir da análise matemática.

Já as conclusões, adequadas ou não à situação, apresentadas pelos estudantes para a situação-problema explorada a partir dos conhecimentos matemáticos foram consideradas aqui como de interpretantes finais.

Além disso, os procedimentos dos estudantes no decorrer do desenvolvimento da atividade são mediados pelo uso, interpretação e produção de diferentes representações tomadas aqui como signos.

Assim, indo ao encontro do que foi explorado por Almeida e Silva (2017), as representações ocupam um papel importante no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática oferecendo elementos para que a obtenção e a interpretação da solução possam ocorrer. Além disso, favorecem a compreensão, não só da matemática, mas também dos fenômenos em estudo.

Com relação ao contexto em que a atividade foi desenvolvida, pôde-se perceber a modelagem matemática como uma perspectiva para o ensino e a aprendizagem do Cálculo que pressupõe, como observado por Almeida, Fatori e Souza (2007), a necessidade de atividades que propiciem cooperação, interação e envolvimento dos estudantes tanto com colegas e professores, quanto com o objeto matemático a ser conhecido.

A partir da análise desta atividade podemos inferir, ainda, que o uso de matemática que os alunos realizam durante o desenvolvimento da atividade está ancorada em suas experiências anteriores, ou conhecimentos colaterais como definido por Peirce (2005), seja em suas experiências com os conceitos e ferramentas da matemática, ou em suas experiências práticas com modelagem matemática (ALMEIDA, 2018).

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké. FE-Unicamp**, v. 18, número temático, p. 387-414, 2010.

ALMEIDA, L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, p. 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. **Ciência e Educação (UNESP)**, 11, 1-16, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; FATORI, L. H.; SOUZA, L. G. S. Ensino de Cálculo: uma abordagem usando a modelagem Matemática. **Revista Ciência e Tecnologia (UNISAL)**, Ano X, n. 16, p 47-59, 2007.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, H. C. A matematização em atividades de modelagem matemática. **Alexandria**, 8(3), 207–227, 2015.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, v. 31, n. 57, p. 202-219, abr., 2017.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A semiotic interpretation of the derivative concept in a textbook. **ZDM**, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. Sobre a geração e interpretação de signos em atividades de modelagem matemática. *In:* VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - VI SIPEM, Pirenópolis. **Anais do VI SIPEM**. Rio de Janeiro: SBEM, 2015. v. 1. p. 1-12, 2015.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ÄRLEBÄCK, J.; DOERR, H. Moving beyond a single modelling activity. In: **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**. Springer International Publishing, p. 293-303, 2015.

ÄRLEBÄCK, J.; DOERR, H.; O'NEIL, A. A modeling perspective on interpreting rates of change in context. **Mathematical thinking and learning**, v. 15, n. 4, p. 314-336, 2013.

BLOMHØJ, M.; KJELDSEN, T. H. Students' reflections in Mathematical Modelling Projects. *In*: KAISER, G. et al. (ed.). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling**: International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA 14). New York: Springer, p. 385-395, 2011.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Changes** (pp. 73–96). New York: Springer, 2015.

CABRAL, T. C. B.; CATAPANI, E. Imagens e Olhares em uma disciplina de Cálculo em serviço, **Zetetikê**, Vol 11, nº. 09, 2003.

CARREIRA, S. P. G. Where there's a model, there's a metaphor: Metaphorical thinking in students' understanding of a mathematical model. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 3, n. 4, p. 261-87, 2001.

D'AMORE, B.; FANDIÑO PINILLA, M. I.; IORI, M. **Primeiros elementos de semiótica**. São Paulo: Editora Livrarua da Física, 2015.

DOERR, H.; ENGLISH, L. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, *34* (2), 110-136, 2003.

DRIGO, M. O. Comunicação e cognição: semiose na mente humana. *In*: **Comunicação e cognição: semiose na mente humana**. Sulinas, 2007.

GARZELLA, F. A. C**. A disciplina de Cálculo I**: análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos. Tese de Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2013.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KEHLE, Paul; CUNNINGHAM, Donald. Semiotics and Mathematical Modeling. **International Journal of Applied Semiotics**, v. 3, n. 1, p. 113-129, 2000.

LESH, R. Tools, Researchable Issues & Conjectures for investigating what it means to Understand Statistics (or Other Topics) Meaningfully. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 2, p.16 - 48, 2010.

NÖTH, W. **Panorama da Semiótica**: de Platão a Peirce. São Paulo: Annablume, 2008.

PEIRCE, C. S. **Semiótica e filosofia**. Editora Cultrix, 1972.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 3. ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SILVA, K. A. P. **Modelagem Matemática e Semiótica**: algumas relações. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

VILLARREAL, M. E. **O pensamento Matemático de Estudantes Universitários de Cálculo e Tecnologias informáticas**. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação Matemática), UNESP- RC, 1999.