



18,19 e 20 de outubro de 2018

# MODELAGEM E A SALA DE AULA



Encontro Paranaense de Modelagem  
na Educação Matemática

---

## ASPECTOS AUTÊNTICOS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Letícia Barcaro Celeste Omodei<sup>1</sup>  
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR – Apucarana)  
leticiaceleste@hotmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida<sup>2</sup>  
Universidade Estadual do Paraná (UEL)  
lourdes@uel.br

### RESUMO

Estudos apontam que a autenticidade em atividades de modelagem matemática é um tema que merece atenção, tanto na comunidade internacional como, e principalmente, no Brasil. Este artigo traz justificativas para a pesquisa neste tema, abordando autores que tratam da autenticidade. Além disso, são analisados aspectos autênticos e não autênticos de duas atividades de modelagem matemática, segundo critérios estabelecidos por Vos (2015) e as dimensões de autenticidade propostas por Galbraith (2015). Por meio desta análise, é possível concluir que uma atividade de modelagem matemática deve ter aspectos autênticos, mas não necessariamente em sua totalidade. A autenticidade é importante para o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, porém, ela depende de todos os sujeitos envolvidos.

**Palavras-chave:** Autenticidade em modelagem matemática; aspectos autênticos em modelagem matemática; modelagem matemática na educação matemática.

### INTRODUÇÃO

Os documentos curriculares para o ensino de matemática, tanto no Brasil como em outros países, têm proposto a Modelagem Matemática como um meio para ensinar matemática. Na literatura nacional e internacional, diversos autores afirmam que a modelagem matemática auxilia na aprendizagem de conteúdos da matemática escolar, mas também torna possível aprender algo extra matemático, pois o ponto de partida na maioria das vezes consiste em um problema do mundo real de importância para os estudantes (GALBRAITH, 2007; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016; SPOONER, 2017; MAASS; ENGELN, 2018).

---

<sup>1</sup> Aluna de doutorado no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina e docente na Universidade Estadual do Paraná campus de Apucarana.

<sup>2</sup> Docente no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina.

Mesmo sem fazer uso do termo "autenticidade", Pollak (1969) manifestava preocupação com as aplicações da matemática empregadas para ensinar matemática, como um desafio para toda a comunidade de educadores matemáticos, uma vez que frequentemente manipulam-se problemas de natureza artificial em vez de aplicações genuínas da Matemática.

De acordo com um levantamento realizado em livros do ICTMA - Comunidade Internacional de Professores de Modelagem Matemática e Aplicações - (edições 12 a 16) e anais da CNMEM – Conferência Nacional de Modelagem na Educação Matemática - (edições 5 a 9) por Martins; Omodei; Almeida (2017), na comunidade internacional é o tema "autenticidade em modelagem matemática" é discutido com certa frequência, apesar de sinalizarem a necessidade de mais pesquisas em relação ao tema. Já no Brasil, essa temática ainda é principiante.

Com base nas pesquisas realizadas, pretende-se apresentar neste artigo uma análise de duas atividades de modelagem matemática, com relação a sua autenticidade, a partir do que Vos (2015) considera como aspectos autênticos e das dimensões de autenticidade de Galbraith (2015).

### **AUTENTICIDADE E MODELAGEM MATEMÁTICA**

Segundo diversos autores (NISS, 1992; LESH; LAMON, 1992; KRAMARSKI; MEVARECH; ARAMI, 2002; GALBRAITH, 2007; PALM, 2002, 2007; VOS, 2011, 2015; KAISER; SCHWARZ, 2010), a autenticidade de uma atividade de modelagem matemática advém da origem dos problemas, podendo a atividade ser autêntica para alguns e para outros não.

Para Niss (1992) uma autêntica situação extra matemática, está embutida numa verdadeira prática existente ou área de disciplina fora da matemática, e que trata de objetos, fenômenos, assuntos ou problemas que são próprios para essa área e reconhecidos como tal por pessoas que nela trabalham. Concordando com Niss (1992), García, Maass e Wake (2010) definem como situação autêntica

[...] uma situação matemática externa embutida em um determinado campo (por exemplo, uma ciência ou uma profissão) que trata de fenômenos e questões relevantes nesse campo e também são consideradas importantes por especialistas neste campo (GARCÍA; MAASS; WAKE, 2010, p. 454).

Já no texto de Galbraith (2015), existe a preocupação com a caracterização de autenticidade dos modelos. É possível entender que, para este autor, a autenticidade é uma característica relativa, dependendo da análise que se faz e de quem a faz.

Esse entendimento está de acordo com Kramarski; Mevarech; Arami (2002) pois, ao falar sobre tarefas autênticas, afirmam que

[...] ser uma tarefa autêntica não é uma propriedade de um problema, mas da relação entre o solucionador de problemas e o problema. O problema da pizza [...] pode ser autêntico para os jovens que estão acostumados a ir a restaurantes e comparar preços, mas pode não ser autêntico para estudantes que moram em países onde tais atividades não são comuns. (KRAMARSKI; MEVARECH; ARAMI, 2002, p.226)

Galbraith (2015) julga importante a definição destes termos tanto na literatura de Modelagem como nos documentos curriculares:

[...] os termos 'autêntico' e 'autenticidade' são importantes tanto na literatura de modelagem como nos documentos curriculares. Além disso, os indivíduos tendem a ter um senso privado do que significa autêntico para eles. Um exemplo dos propósitos cruzados que surgiram nesta área foi fornecido pela Sfard (2008), que argumentou que, a partir do momento em que um "problema fora da escola" é tratado na escola, não é mais um problema fora da escola, nesse sentido, a busca por "problemas autênticos" a serem modelados é necessariamente em vão - à medida que perdem a autenticidade. Este é um exemplo particularmente útil, pois está no cerne do que é a modelagem matemática em educação. (GALBRAITH, 2015, p. 343)

Vos (2015) mostra a preocupação com a caracterização de autenticidade. Ela chama a atenção para a existência (ou não) de aspectos autênticos (ou não) dentro da Modelagem Matemática. Segundo Vos (2015), um objeto é autêntico se tiver uma origem verdadeira e não tiver sido copiado (ou forjado), ou seja, a palavra "autêntico" é usada como um contraste com "ser uma cópia", como imitações e falsificações.

Na definição de autenticidade, a autora traz uma análise sociológica do uso deste termo em disciplinas como Arqueologia, Direito e Arte, e mostra que a autenticidade é um constructo social, pois se trata de um acordo alcançado por meio de um processo social. Pode-se afirmar, portanto, que Vos (2011, 2015) inovou teoricamente e empiricamente, no sentido de criticar os problemas de palavras e fazer uma discussão no âmbito da sociologia, pois a partir das definições de autenticidade de Niss (1992) e Palm (2002), Vos (2015) as torna mais

ampla e afirma que um aspecto da educação matemática é considerado autêntico se ele tiver uma origem fora da escola (podendo ser matemática ou não) e uma certificação (não necessariamente de especialistas na área). É possível inferir deste texto que, apesar de autora se preocupar com a definição de autenticidade, ela não julga essencial que uma atividade de modelagem tenha todos os seus aspectos autênticos.

Neste artigo, usando os critérios a que nos referimos, olhamos para duas atividades de modelagem matemática que constam da literatura.

### ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Pretendemos apresentar neste artigo uma análise de duas atividades de modelagem matemática, com relação a sua autenticidade, a partir do que Vos (2015) considera como aspectos autênticos e das dimensões de autenticidade de Galbraith (2015).

Para investigar como a autenticidade pode ser caracterizada, olhamos para duas atividades de modelagem matemática. A primeira é *Que escola os estudantes querem para a reforma do ensino médio?* (BRITO, 2018) e a segunda *Railway timetable dynamics* (VOS, 2015). A escolha das atividades levou em conta que apresentavam relato do desenvolvimento com os estudantes, sendo uma de uma tese de um grupo de estudos em modelagem (nacional) e a outra presente em publicação da comunidade internacional de modelagem.

Primeiramente, cada atividade foi analisada segundo os critérios de Vos (2015), que considera a autenticidade como constructo social. Segundo a autora, para que um aspecto da educação matemática seja considerado autêntico, ele deve ter: uma origem fora da escola; uma certificação. Se a atividade foi considerada autêntica segundo esses critérios, seguiu-se a análise das dimensões de autenticidade de uma atividade de modelagem matemática propostas em Galbraith (2015):

**Autenticidade do conteúdo:** o problema satisfaz critérios realistas - envolve conexões genuínas do mundo real? Os alunos possuem conhecimentos matemáticos suficientes para suportar uma tentativa de solução viável?

**Autenticidade do processo:** um processo de modelagem válido sustenta a abordagem?

**Autenticidade da situação:** traz as condições necessárias para um exercício de modelagem válido em contato direto com o local de trabalho, sala de aula, laboratório, espaço de trabalho privado ou outro ambiente dentro do qual a empresa de modelagem é conduzida. A característica essencial é que "os requisitos da tarefa de modelagem conduzem a atividade de solução de

problemas". Isso significa que as escolhas educacionais pedagógicas (e outras) serão decididas pelas necessidades do processo de resolução de problemas - não vice-versa.

**Autenticidade do produto:** Dado o tempo disponível: a solução é matematicamente defendível? Será que aborda adequadamente a questão do mundo real feita? (GALBRAITH, 2015, p. 344)

### **ATIVIDADE: QUE ESCOLA OS ESTUDANTES QUEREM PARA A REFORMA DO ENSINO MÉDIO?**

(BRITO, 2018)

Essa atividade consiste em uma proposta da tese de doutorado de Brito (2018), com o título: “Que Escola os Estudantes Querem Para a Reforma do Ensino Médio?”. Segundo Brito (2018), o tema escolhido foi motivado pelo movimento de ocupação das escolas do Paraná, uma vez que a escola onde foi desenvolvida a pesquisa também fora ocupada pelos estudantes do ensino médio. Os sujeitos, estudantes do ensino fundamental, apesar de terem ficado sem aulas, pouco sabiam sobre o motivo da ocupação, sendo que estes deveriam ser os mais interessados, uma vez que a reforma aconteceria quando eles estivessem no ensino médio.

#### **Quadro 1 – Atividade de modelagem: Que escola os estudantes querem para a reforma do ensino médio?**

A atividade teve seu início a partir da leitura de uma reportagem veiculada pelo site do jornal Gazeta do Povo, cuja manchete diz “Reforma do ensino médio: entenda o que muda”, na qual constam pontos positivos e negativos da reforma do ensino médio. Após a leitura e discussão, os estudantes foram organizados em grupos de 4 a 5 pessoas para discutir uma proposta de uma escola de Ensino Médio Integral, a partir das questões:

- Você acha que a sua escola está preparada para atender a reforma do Ensino Médio? Em caso negativo, o que deveria mudar na sua escola para que ela pudesse atender os estudantes do Ensino Médio em período Integral?
- Faça uma pesquisa sobre as quatro escolas da região para saber o número de estudantes matriculados no Ensino Fundamental e Médio, o número de salas de aula, número de quadras esportivas, bibliotecas, tamanho da área construído, tamanho da área disponível para construção e todo tipo de informação que puder servir para fazer uma proposta de mudança nas escolas para atender a reforma do Ensino Médio.
- Como distribuir os estudantes do Ensino Fundamental entre as quatro escolas da região?
- Qual é o melhor local para construir uma escola de Ensino Médio Integral?
- Como deve ser uma escola de Ensino Médio Integral?

**Fonte:** adaptado de Brito (2018)

É importante ressaltar que essa atividade não tinha um formato de enunciado. A cada aula e a cada etapa concluída, o professor propunha novas questões para o direcionamento da modelagem. Na tese de Brito (2018) é possível ler o relato descrito da atividade e verificar quais os seus aspectos autênticos.

Conforme o exposto, a origem do problema é extra matemática ou, ainda, fora da escola, o que é considerado como aspecto autêntico em Vos (2015). Para a certificação, analisam-se agora as dimensões, segundo Galbraith (2015).

A partir de uma situação realística, utilizando critérios realísticos, símbolos e processos autênticos e simplificações, é esperado que o conhecimento matemático dos estudantes seja suficiente para aprender outros conteúdos matemáticos desenvolvidos durante a atividade, tais como: Diagrama de Voronoi, centroide, área, comprimento, perímetro, otimização da área do retângulo.

Segundo o autor (Brito 2018), as hipóteses simplificadoras para a obtenção do modelo foram:

- A realidade topográfica da região é um plano geométrico;
- a população dessa região está homogeneamente distribuída sobre esse plano;
- cada escola tem a mesma capacidade de atendimento
- o caminho mais curto entre dois locais é sempre dado por um segmento de reta.

Portanto, está garantida a autenticidade de conteúdo, uma vez que:

- foram utilizados símbolos autênticos;
- a questão de pesquisa era autêntica para os estudantes envolvidos;
- as experiências de pesquisa traduzem-se como autênticas pelo fato de os alunos pesquisarem sobre as escolas, fazerem modelos para calcular a capacidade de estudantes de cada uma, encontrarem a melhor localização para a nova escola, a partir de variáveis e construções simplificadas, porém mantendo a autenticidade;
- a aplicabilidade da matemática também pode se dar como autêntica, pois os estudantes desempenharam um trabalho muito semelhante a profissionais envolvidos em uma situação como essa e ainda puderam fornecer o modelo obtido à secretaria de educação.
- a problemas autênticos (Diagrama de Voronoi e sua aplicabilidade ao problema) e autênticas configurações de problemas

Todo o processo da modelagem se mostrou válido para sustentar a abordagem, pois durante várias aulas os estudantes tiveram contato com conteúdos matemáticos novos (e já conhecidos) para encontrarem a melhor solução para o problema.

[...] a noção de centroide pode ser empregada para investigar dois fenômenos geográficos importantíssimos que são a acessibilidade e a dispersão. Determinar a localização de equipamentos públicos de modo que sejam acessíveis a populações definidas e caracterizar a dispersão dos fenômenos em torno de um ponto é útil para resumir a dispersão espacial dos indivíduos em torno de um local definido. (BRITO, 2018, p. 93)

Essa situação oportunizou aos estudantes o contato com os conteúdos matemáticos necessários para solucionarem o problema. A cada nova exigência do processo de modelagem, o professor (pesquisador) interferia no processo, elaborando novas questões, sugerindo novas pesquisas, ensinando novos conceitos matemáticos ou não.

O objetivo não era apenas ensinar matemática ou fazer uma modelagem matemática. Além desses objetivos alcançados, também foram desenvolvidos outros conceitos, foram inseridos outros pontos (não necessariamente matemáticos) à discussão, como a parte social da modelagem matemática. As discussões sobre a reforma do ensino médio, o que seria necessário para a implementação do ensino médio integral e até a localização dessa nova escola.

É possível dizer que os alunos “compraram a ideia” do professor e se empolgaram para ver como seria. E isso é importante que aconteça em uma aula de matemática. A matemática, sozinha, muitas vezes se torna monótona e chata, além de que o estudante não vê uma utilidade e uma aplicabilidade para ela.

Tarefas autênticas raramente são apresentadas em salas de aula de matemática. Em vez disso, as tarefas padrão habitualmente usadas pelos professores são aquelas que descrevem situações simplificadas envolvendo alguma informação quantitativa e para as quais existem algoritmos prontos que os alunos devem aplicar para resolver o problema. Problemas de palavras são exemplos de tarefas padrão comumente apresentadas em livros de matemática. (KRAMARSKI; MEVARECH; ARAMI, 2002, p.226)

Porém, um conteúdo que não está necessariamente presente nos currículos de matemática da educação básica pode trazer muito mais que algoritmos aos alunos, pode trazer senso crítico.

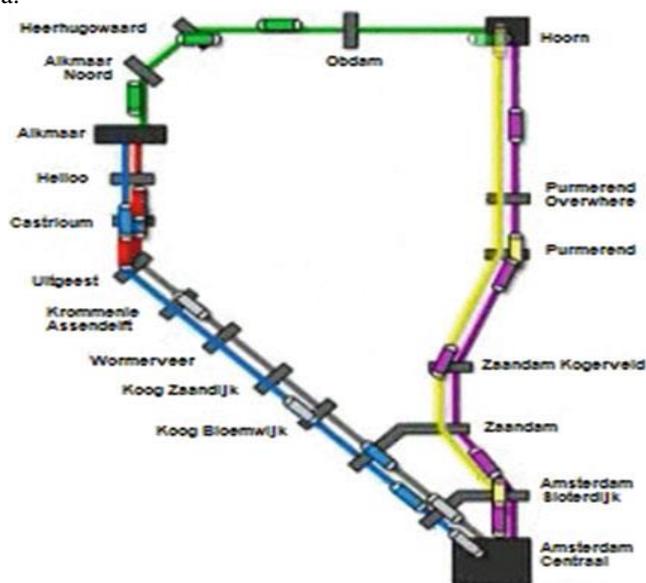
Em vista da relevância do tema investigado nessa prática de MM para os demais estudantes da escola, organizamos uma apresentação das maquetes e a discussão entre estudantes e professores da escola sobre a necessidade de compreender os problemas relacionados a implantação da reforma e do Ensino Médio Integral. Em particular, o problema da falta de estrutura das atuais escolas para efetivar essa implementação. Dessa discussão, surgiu algumas propostas que foram encaminhadas aos órgãos competentes da Secretaria de Educação do Paraná. (BRITO, 2018, p. 98)

**ATIVIDADE: RAILWAY TIMETABLE DYNAMICS (VOS, 2015)**

De acordo com Vos (2015), a atividade relatada na verdade é uma excursão com várias atividades extracurriculares, fora da aula de matemática, denominada *Railway Timetable Dynamics*, em que teoria dos grafos é usada para modelar o roteamento de trens de passageiros. Como parte da excursão, os alunos visitam fisicamente o *Science Park*, campus da Universidade de Amsterdã, onde a Faculdade de Ciências e Matemática pode ser encontrada.

**Quadro 2 – Excursão: Railway Timetable Dynamics**

Em 2007, por motivos de congestionamentos no horário dos trens, um novo calendário foi introduzido pela *National Dutch Railway Company (Nederlandse Spoorwegen, NS)*. Os alunos se reuniram com um gerente da NS através de videoconferência ao vivo. Depois, a tarefa dos alunos foi criar um cronograma para o sistema ferroviário na parte norte da Província de *North-Holland*. Esta região foi escolhida porque é na vizinhança de Amsterdã e, portanto, é uma região familiar para a maioria dos alunos. Os alunos foram introduzidos aos símbolos matemáticos e técnicas e aprenderam como um cronograma cíclico é repetido a cada hora. O início das atividades é mantido simples, para que todos os alunos possam intervir, mesmo que sejam um pouco mais fracos em matemática.



Fonte: adaptado de Vos (2015)

Assim como a atividade analisada anteriormente, no artigo de Vos (2015) as atividades relativas à excursão também não estão no formato de enunciado.

Por meio do relato da excursão, é possível afirmar que o tema parte de uma situação real para ser matematizado: criar um cronograma para o sistema ferroviário - ou seja, possui uma origem fora da escola.

Para a certificação, analisam-se agora as dimensões de autenticidade de Galbraith (2015).

Segundo a descrição da excursão, o problema de congestionamento no tráfego de trens envolve critérios realistas, abordando conexões com a realidade, como a vídeo conferência, a universidade, o contato com os pesquisadores. Os alunos foram preparados, de certo modo, para desenvolverem a modelagem com os conhecimentos matemáticos prévios e com suporte para aprender a teoria dos grafos, tornando o conteúdo autêntico. A aplicabilidade da matemática também se mostrou como autêntica pois “[...] a excursão salientou aos alunos como os verdadeiros pesquisadores de matemática usam a matemática para melhorar os problemas de horários reais das empresas ferroviárias” (VOS, 2015, p.112).

É possível afirmar a autenticidade do processo, pois, apesar de serem feitas simplificações, o processo de modelagem desenvolvido sustenta a abordagem. Porém, o problema foi reduzido a uma pequena província, o que segundo Vos (2015) o tornou inautêntico, como mostra o excerto:

[...] o problema dado aos alunos para encontrar um horário para a Província de *North-Holland* foi observada como inautêntica, pois era um problema reduzido por razões pedagógicas e os alunos meramente simularam o trabalho dos pesquisadores. O trabalho original era muito mais complexo e não podia ser coberto no período de tempo da excursão. (VOS, 2015, p. 111)

A situação pode ser certificada como autêntica, pois os estudantes tiveram contato com os sujeitos envolvidos na universidade, com pesquisadores da área, com softwares utilizados pela NS. Essa certificação foi dada também pela autora:

[...] o ambiente físico das excursões foi o primeiro aspecto autêntico. As instalações universitárias com professores, pesquisadores e estudantes universitários, e com salas universitárias e laboratórios eram todos autênticos. Os edifícios e todas as pessoas presentes eram reais. Claramente, os estudantes do ensino secundário não foram levados a um teatro, em que uma peça foi realizada por atores. A presença física nas cenas universitárias, sendo capaz de ver e falar com pesquisadores e sentar-se em salas universitárias serviu para certificar a autenticidade desses aspectos. (VOS, 2015, p. 109)

Não há informações exatas relatadas sobre quanto tempo os estudantes tiveram para solucionar o problema. Porém, com as descrições e análises apresentadas no texto, é possível inferir que o tempo foi suficiente para que a solução fosse obtida e analisada.

Segundo Vos (2015), os estudantes formularam suposições necessárias ao modelo, como: os trens mais rápidos não param em todas as estações, o tempo máximo de espera para um trem, o tempo de trânsito para os passageiros e a distância de segurança entre trens que partem e chegam. Portanto, como a situação, apesar de simplificada, é abordada em sua totalidade, pode-se afirmar que o produto é autêntico.

Uma parte da atividade consistia em utilizar um software de modelagem (especialmente criado para a excursão) para construir seu próprio cronograma. Trata-se portanto de uma simulação do software que os pesquisadores matemáticos usaram originalmente, o que é considerado como um aspecto não autêntico por Vos (2015).

Para Vos, as simplificações feitas no problema, o uso de um software que simula o trabalho de um matemático, apesar de serem inautênticos não interferem no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, pois reduções são necessárias nas atividades, uma vez que o que se quer não é fazer o trabalho de um profissional da área, mas sim desenvolver um modelo, por meio da matemática, que resolva um problema de uma situação real, como comprova a autora:

Esta redução serve os propósitos educacionais que eram: oferecer experiências aos estudantes e dar-lhes uma "sensação" do que os profissionais reais fazem com matemática real no mundo real. Dentro do ambiente de aprendizagem para modelar a educação nem tudo pode ou precisa ser autêntico. Há tantos aspectos diferentes dentro de um ambiente de aprendizagem, como metas, recursos, mídia, atividades e assim por diante, que é desnecessário ter todos os aspectos autênticos. Se todos os aspectos de um ambiente de aprendizagem fossem autênticos, os alunos assumiriam a tarefa completa de um profissional. Isto significaria que erros matemáticos teriam consequências graves, tais como erros no horário ferroviário ou perda de dinheiro para a empresa. (VOS, 2015, p. 112)

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando em consideração a análise das duas atividades, é possível afirmar que, para a analisar a autenticidade de uma atividade de modelagem primeiramente é necessário saber em que condições essa atividade foi desenvolvida, quanto tempo foi disponibilizado, quais

---

materiais foram utilizados, quais conceitos matemáticos foram necessários para a resolução. Além disso, é necessário ter informações sobre os estudantes, pois uma atividade pode ser autêntica para um grupo de alunos e, para outros, não.

A intenção deste artigo era analisar a autenticidade de aspectos de atividades de modelagem matemática. Foi possível observar que uma atividade pode conter aspectos autênticos e não autênticos, mas continuar sendo relevante para a aprendizagem de conceitos matemáticos e não matemáticos, como já afirma a literatura existente.

Com isso, foi possível concluir que para uma atividade de modelagem ser desenvolvida, são necessários aspectos autênticos, que contextualizem a aprendizagem da matemática, que proporcionem aos estudantes uma experiência do que é fazer matemática e, também, modelagem matemática. É importante que os estudantes presenciem nesta experiência que a matemática (e a modelagem) são úteis para solucionar problemas reais, que podem interferir na vida de sua comunidade, como o caso da criação da escola de ensino integral e o cronograma ferroviário. Porém, apesar de desenvolverem estes trabalhos e apresentarem as soluções (neste caso, para a secretaria da educação e para o NS) na maioria das vezes eles serão apenas simulações que deverão ser ratificadas por profissionais da área, a fim de que sejam implantados. Como os autores estudados afirmam, não pode caber a um estudante a consequência de uma solução errônea, ou que desconsiderou um item importante, como um congestionamento de trens ou uma escola em uma localização não tão boa.

Portanto, com base na análise empreendida, é possível afirmar que ainda são necessárias pesquisas com relação à autenticidade em modelagem matemática, que justifiquem a relevância de se ter aspectos autênticos e das consequências que eles trazem à aprendizagem da matemática e da própria modelagem matemática, com vistas também à formação do estudante.

### REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L.W., SILVA, K. P., VERTUAN, R.E.. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2016.

BRITO, D. S. **Aprender Geometria em Práticas de Modelagem Matemática: Uma Compreensão Fenomenológica**. 2018. 208 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

GALBRAITH, P. Authenticity and goals: Overview. In BLUM, W.; GALBRAITH, P.; HENN, W.; NISS, M. (Eds.). **Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study**. New York: Springer. 2007. p. 181-184.

GALBRAITH, P. Modelling, Education, and the Epistemic Fallacy. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice - Cultural, Social and Cognitive Influences**. Suíça: Springer, 2015. p. 339-349.

GARCÍA, F. J.; MAASS, K.; WAKE, G. Theory Meets Practice: Working Pragmatically Within Different Cultures and Traditions. In: LESH, R.; GALBRAITH, L.; HAINES, C.R.; HURFORD, A. (Eds). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies: ICTMA 13**. New York: Springer. 2010. p.445-458.

KAISER, G., & SCHWARZ, B. Authentic modelling problems in mathematics education – Examples and experiences. **Journal für Mathematik-Didaktik**, Springer-Verlag. Suíça. vol. 31, n. 1, fev - 2010. p. 51–76.

KRAMARSKI, B., MEVARECH, Z. R., & ARAMI, V. The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. **Educational Studies in Mathematics**, Springer Holanda, vol. 49, n. 2, fev. 2002. p. 225–250.

LESH, R., & LAMON, S. (Eds.). **Assessment of authentic performance in school mathematics**. 1 ed. Washington: American Association for the Advancement of Science. 1992.

MAASS, K.; ENGELN, K. Impact of professional development involving modelling on teachers and their teaching. **ZDM - The International Journal on Mathematics Education**. Springer Berlin Heidelberg. vol. 50, n. 1, jan - 2018. p. 273-285.

MARTINS, B. O. M.; OMODEI, L. B. C; ALMEIDA, L. M. W. A autenticidade em atividades de modelagem matemática. In: X CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – Modelagem matemática na Educação Matemática brasileira: história, atualidades e projeções. n. 10, 2017, Maringá-PR. **Anais...** Maringá: Universidade Estadual de Maringá. p. 1-15.

NISS, M. **Applications and modelling in school mathematics** – Directions for future development. Roskilde: IMFUFA Roskilde Universitetscenter, 1992.

PALM, T. **The realism of mathematical schools tasks** – Features and consequences. Ph.D. thesis, Umeå University, Umeå, Sweden, 2002.

PALM, T. Features and impact of the authenticity of applied mathematical school tasks. In BLUM, W. et al. (Eds.), **Modelling and applications in mathematics education**. New York: Springer. 2007. p. 201–208.

---

---

POLLAK, H. O. How can we teach applications of mathematics? **Educational Studies in Mathematics**. Vol. 2, No. 2/3, Addresses of the First International Congress on Mathematical Education. Springer. Dec., 1969, pp. 393-404.

SPOONER K. Authentic Mathematical Modelling Experiences of Upper Secondary School: A Case Study. In: Stillman G., Blum W., Kaiser G. (eds) **Mathematical Modelling and Applications. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Springer, Cham. 2017. p. 627-636

VOS, P. What Is ‘Authentic’ in the Teaching and Learning of Mathematical Modelling? In: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. A. (Eds). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: ICTMA 14**. Holanda: Springer. 2011. p. 713-722.

VOS, P. Authenticity in Extra-curricular Mathematics Activities: Researching Authenticity as a Social Construct. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice - Cultural, Social and Cognitive Influences**. Suíça: Springer, 2015. p. 105-113.