



18,19 e 20 de outubro de 2018

MODELAGEM E A SALA DE AULA



Encontro Paranaense de Modelagem
na Educação Matemática

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL A PARTIR DO ENFOQUE POR COMPETÊNCIAS

Marli Schmitt Zanella
Universidade Estadual de Maringá
marlischmitt@gmail.com

Lilian Akemi Kato
Universidade Estadual de Maringá
lilianakemikato@gmail.com

RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo identificar o desenvolvimento de competências em uma tarefa de Modelagem Matemática e relacioná-las à mobilização de teoremas em ação. Desta forma, adotamos como referenciais teóricos a Modelagem Matemática enquanto competência e a Teoria dos Campos Conceituais. A abordagem metodológica da pesquisa foi de natureza qualitativa com caráter descritivo e interpretativo. Participaram da pesquisa quatro estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública ao norte do Paraná. A coleta de dados ocorreu por meio dos protocolos de resolução dos participantes ao resolverem uma tarefa de Modelagem Matemática. Como resultados, destacamos a capacidade de comunicação e argumentação entre eles e a representação de objetos matemáticos para estabelecer um modelo matemático condizente com a situação. Desta pesquisa, depreende-se que todos os participantes, tendo familiaridade ou não com tarefas de Modelagem Matemática, tiveram a oportunidade desenvolver competências em modelagem, especialmente para formular uma descrição matemática ou um procedimento matemático, como também, possibilitou desenvolver um modelo matemático para responder a problemática proposta.

Palavras-chave: Competências; Teorema em ação; Anos iniciais do Ensino Fundamental.

INTRODUÇÃO

No campo da Educação Matemática, pesquisadores como Maaß (2005) e Blum e Ferri (2009) sugerem que a Modelagem Matemática seja inserida desde o início da escolarização dos alunos, pois é uma possibilidade para modificar as crenças destes em relação à Matemática, especialmente para mostrá-la enquanto uma construção coletiva, promover uma postura crítica frente à presença da Matemática na sociedade e contribuir para a motivação dos estudantes.

Luna, Souza e Santiago (2009) destacam que as atividades de Modelagem Matemática, quando desenvolvidas com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, propiciam o desenvolvimento de habilidades matemáticas, tais como a argumentação, a

interpretação de problemas advindos de outras áreas, bem como, possibilitam a reflexão dos estudantes sobre o papel de modelos matemáticos na sociedade.

Assim, objetivamos neste trabalho identificar o desenvolvimento de competências em Modelagem Matemática e relacioná-las a mobilização de teoremas em ação.

O desenvolvimento de competências, a partir de tarefas de Modelagem Matemática, proporciona ao estudante maior autonomia para identificar variáveis e relações entre os dados pertinentes para resolver um problema do mundo real para traduzi-los para a matemática. Além disso, as ações realizadas e negociadas no grupo para interpretar e validar a solução do problema matemático favorece o desenvolvimento de um modelo que representa uma resposta à situação inicial dada (BLUM, 2006; GREEFRATH et al., 2013).

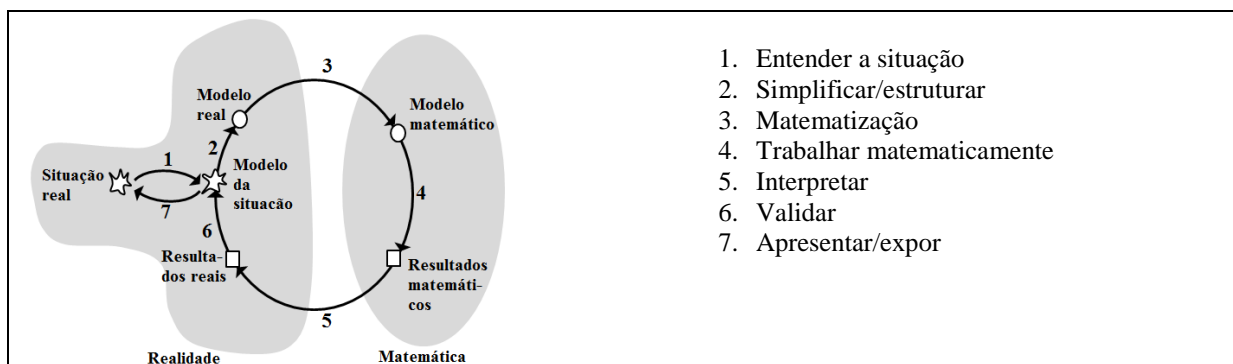
Segundo os pressupostos teóricos de Vergnaud (1998), os teoremas em ação são mobilizados pelos alunos quando selecionam informações pertinentes e inferem consequências úteis para resolver uma situação problema. Neste sentido, quando o aluno explicita um teorema em ação, estes se convertem em objetos de reflexão e se discute sua pertinência no processo de resolução da situação problema.

É nesta perspectiva, que apresentamos neste trabalho, uma investigação que abarcou a Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, que envolveu quatro estudantes do quinto ano ao resolverem uma tarefa relacionada ao tema “congestionamento”.

O DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Na perspectiva de Blum (2006), o termo “Modelagem Matemática” significa resolver problemas advindos do mundo real com o auxílio de modelos matemáticos. Esses problemas possuem uma situação inicial (problemática) como ponto de partida, em que são utilizados procedimentos e diversificadas estratégias de ação para desenvolver um modelo real, a partir de dados reais e simplificações para que, por meio do processo de matematização, se possa desenvolver um modelo matemático. Para que isso ocorra, o aluno deve realizar uma investigação para, na sequência, utilizar conceitos matemáticos e trabalhar matematicamente para desenvolver resultados matemáticos. Essas são algumas das características apresentadas na perspectiva de Modelagem Matemática de Blum (2006), representada na Figura 1.

Figura 1 – Modelagem Matemática na perspectiva de Blum (2006).



1. Entender a situação
2. Simplificar/estruturar
3. Matematização
4. Trabalhar matematicamente
5. Interpretar
6. Validar
7. Apresentar/expor

Fonte: Blum (2006, p. 9, tradução nossa).

Este estudo está pautado nos resultados apresentados por Zanella (2016) e Zanella e Kato (2017), no que diz respeito ao desenvolvimento de competências a partir da Modelagem Matemática e as ações requeridas pelos estudantes para a identificação da mobilização de competências foram adaptadas de Greefrath et al. (2013) e Blum (2006), e representam uma possibilidade de análise para a resolução de tarefas de Modelagem Matemática.

Assim, entendemos a competência como a possibilidade do sujeito agir com eficácia em uma situação, em que mobiliza e coordena seus recursos intelectuais e/ou dados pertinentes à resolução da situação. Desta forma, a competência é considerada como um sistema de conhecimentos conceituais e processuais, organizados de acordo com as potencialidades do sujeito, e, portanto, é um processo pelo qual ocorre a mobilização de diversas ações para resolver uma situação (GREEFRATH et al., 2013).

Apresentamos no Quadro 1 algumas ações requeridas pelo estudante para desenvolver competências em tarefas de Modelagem Matemática, as quais são utilizadas nas análises dos dados recolhidos para os propósitos deste trabalho.

Quadro 1 – Competências em Modelagem Matemática.

Competências segundo Greefrath et al. (2013, p.19).	Aspectos considerados para o desenvolvimento da competência
C1: Competências para entender o problema real.	O estudante apenas entende a situação real dada, mas não é capaz de estruturar e simplificar a situação.
C2: Competências para criar um modelo baseado na realidade, simplificar e estruturar dados reais.	O estudante entende a situação real e é capaz de estruturar e simplificar dados pertinentes à situação para levantar algumas hipóteses de trabalho.
C3: Competências para estabelecer um modelo matemático a partir do modelo real.	Após investigar os dados reais da situação, o estudante encontra um modelo real por meio de estruturação e simplificação, para matematizar quantidades relevantes e identificar relações entre os dados do problema

	e algumas ideias matemáticas, mas não sabe como transferir isso para o problema matemático.
C4: Competências para resolver questões matemáticas dentro do modelo matemático.	O estudante é capaz de encontrar não só um modelo real, mas também em traduzi-lo adequadamente ao problema matemático.
C5: Competências para interpretar resultados matemáticos em uma situação real.	O estudante é capaz de tomar um problema matemático da situação real, trabalhar com este problema matemático no mundo matemático, e obtêm resultados matemáticos.
C6: Competências para validar a solução.	O estudante é capaz de experimentar o processo de modelagem matemática e validar a solução de um problema matemático em relação a situação dada.

Fonte: Zanella e Kato (2017, p. 4).

TEOREMAS EM AÇÃO

Na ideia de teorema em ação está imbrica a compreensão de um Campo Conceitual, que segundo os pressupostos teóricos de Vergnaud (1998), emerge a partir de um conjunto de situações com ampla variedade de conceitos, de procedimentos, de representações simbólicas e de invariantes. Desta forma, um conceito não se encontra isolado, por isso é necessário trabalhar os diferentes significados de um conceito por meio da variedade de situações, e esta proposta se apresenta em tarefas de Modelagem Matemática, pois não podemos tratar os conceitos por unidade ou de forma isolada, uma vez que o estudo de um conceito requer que sejam considerados diversos outros conceitos, situações, linguagem, símbolos, representações, propriedades e teoremas interligados.

O estudo da formação e do desenvolvimento de um conceito requer analisá-lo a partir de uma terna de conjuntos de situações – S , de invariantes – I , e de representações – Y , indicado por (S, I, Y) , onde:

S conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referência). I conjunto dos invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas (significado). Y conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante) (VERGNAUD, 1993, p. 8).

É a partir da variedade de conceitos em diversificadas situações que o campo conceitual é modelado. Vergnaud (1993, p. 11), afirma que “existe grande variedade de situações num campo conceitual dado; as variáveis de situação são um meio de construir sistematicamente o conjunto das classes possíveis”. Para o autor, as experiências do aluno não se repetem da mesma forma nas diferentes situações, embora possam existir regularidades na construção da experiência. O desenvolvimento das competências é de responsabilidade da

variedade de situações que a escola oferece ao aluno. Por isso, se faz necessário oferecer ao aluno possibilidades de resolver um conjunto de situações problemas de diferentes maneiras. Além disso, Vergnaud (1993, p. 11) afirma que “os conhecimentos dos alunos são elaborados por situações que eles enfrentam e dominaram progressivamente, sobretudo para as primeiras situações suscetíveis de dar sentido aos conceitos e procedimentos que se pretende ensinar-lhes”.

Segundo Vergnaud (1998, p. 168) o conceito teorema em ação ganha destaque em sua teoria, pois permite caracterizar as principais diferenças cognitivas entre duas competências diferentes “ou entre duas situações, ou entre duas formas de lidar com a mesma situação, especialmente quando esses caminhos são desigualmente eficazes”. O autor define que um teorema em ação é uma proposição que é considerada verdadeira na ação do sujeito.

METODOLOGIA

Apresentamos neste trabalho uma tarefa desenvolvida no contexto da Modelagem Matemática na Educação Matemática, em que participaram quatro estudantes de um quinto ano do Ensino Fundamental, com idades entre 9 e 11 anos, de uma escola pública municipal em tempo integral do norte do Paraná. A realização da pesquisa ocorreu no período de contra turno das aulas, durante oficinas de matemática ofertadas pela escola.

A tarefa desenvolvida pelos estudantes traz aspectos de um problema vivenciado em muitas cidades brasileiras, que diz respeito a congestionamentos. No Quadro 2, apresentamos o tema, a problemática e os materiais utilizados para a resolução.

Quadro 2 – Tarefa de Modelagem Matemática.

Tema da tarefa	Problemática	Materiais disponibilizados
Congestionamento de carros	Quantas pessoas se encontram em um congestionamento de 1500 metros da Av. São Paulo?	Folha com informações; Imagem de um congestionamento; Fita métrica (150 cm).

Fonte: Adaptado de Zanella (2016).

Os procedimentos de descrição e análises dos dados para o desenvolvimento deste estudo seguem pressupostos da pesquisa qualitativa, em que buscamos compreensões interpretativas para o objetivo proposto (BOGDAN, BIKLEN, 1994).

A resolução da tarefa teve duração de 60 minutos. Os participantes trabalharam em grupo, e seus participantes foram nomeados com a inicial E, por exemplo, aluno 1 foi representado por E1. Destacamos que a tarefa de Modelagem Matemática foi orientada e conduzida pela pesquisadora, sem intervenção da professora da classe e durante o desenvolvimento de oficinas de Matemática ofertadas pela escola de tempo integral. Os dados foram recolhidos por meio de registros escritos, obtidos a partir das produções matemáticas dos alunos e anotações de notas de campo da pesquisadora.

DISCUSSÕES E RESULTADOS

Com intuito de identificar o desenvolvimento de competências a partir da Modelagem Matemática, apresentamos nesta seção, o desenvolvimento de uma tarefa de Modelagem Matemática, intitulada “Congestionamento em Maringá”, por apenas um grupo de estudantes. Ressaltamos, neste processo, a interação e participação de todos os alunos nas discussões e resoluções, mesmo que a maioria destas ações tenha sido liderada pelo estudante E2.

Como parte do processo de fazer modelagem, os estudantes se organizaram para levantar hipóteses sobre os dados necessários para resolver o problema, e discutiram sobre três aspectos: quais tipos de veículos estariam no congestionamento, o comprimento de cada veículo e número de pessoas, como mostra o excerto a seguir.

E2: *Na Avenida São Paulo o congestionamento só tem carros?*

E4: *Mas pode ter ônibus também.*

E3: *Eu acho que do Parque de Ingá até a Avenida Colombo, não passam caminhões.*

E2: *E naquela região tem muitos prédios e as pessoas usam carros.*

E3: *Elas vão trabalhar ou passear no parque do Ingá. Acho que só usam carro.*

E4: *Pode ter motos. Mas não ficam no congestionamento.*

E2: *Então, vamos usar apenas carros no congestionamento.*

E3: *Se são apenas carros, quantas pessoas tem em cada um?*

E2: *Vamos colocar o número máximo, 5 pessoas.*

E3: *E carros com 7 lugares?*

E4: *São poucos carros com 7 pessoas. Vamos colocar 5 pessoas. Mas quantos carros estão na fila?*

E2: *Precisamos descobrir. Temos que saber a medida de um carro. Acho que ele pode ter um e noventa ou dois metros.*

E4: *Dois metros é pouco. Acho que um carro tem uns cinco metros.*

E1: *Vou medir o piso da sala.*

Cada Cerâmica média 50 centímetros.

E4: *Então duas peças tem um metro.*

Os estudantes fizeram alguns testes, a partir das cerâmicas da sala. Com isso concluíram que o valor mais adequado era a medida de 6 cerâmicas, correspondente a 3 m, e com isso, negociaram que um carro deve ter, aproximadamente, 3 metros de comprimento.

Destacamos que neste excerto, há indicativos da mobilização das competências C1 e C2, ou seja, o grupo discute aspectos relevantes e demonstram compreender o problema, como também, criaram um modelo a partir de dados advindos da realidade.

De posse desses dados, o grupo iniciou a resolução da tarefa. A partir do comprimento do congestionamento (1500 m), dividiram esse valor pelo comprimento do carro (3 m), obtendo 500 carros nesta fila do congestionamento. Na sequência, determinaram o número de pessoas no congestionamento. A partir dos pressupostos teóricos de Greefrath et al. (2013), depreende-se que o grupo mobilizou competências para estabelecer um modelo matemático a partir do modelo real, ou seja, ocorreu o processo de matematização da situação (C3), como também, o grupo foi capaz de resolver as questões matemáticas internas ao modelo criado por eles (C4). No Quadro 3, apresentamos o desenvolvimento destas competências.

Quadro 3 – Mobilização das competências C3 e C4.

(a) Quantidade de carros	(b) Quantidade de pessoas no congestionamento
<p>At avenida São Paulo tem 4 vias, 2 em cada lado separadas por um canteiro. Qual o comprimento de um carro? Aproximadamente 3 metros.</p> $\begin{array}{r} 1500 \text{ metros} \\ \underline{3} \\ 500 \end{array}$ <p>Quantos carros cabem em 1500 metros? Em 1500 metros cabem 500 carros.</p>	$\begin{array}{r} 500 \\ \times 5 \\ \hline 2500 \end{array}$ <p>Na avenida São Paulo cabem aproximadamente 2.500 pessoas num congestionamento.</p>
<p>C3: Matematizar; C4: Trabalhar matematicamente</p>	

Fonte: Zanella (2016, p. 210).

Após explicitarem como realizaram a resolução da situação à pesquisadora, os estudantes observaram que poderiam melhorar a resposta dada, pois consideraram apenas uma via de 1500 metros da Avenida São Paulo, quando na verdade há quatro vias nesta avenida. Como isto, o grupo organizou uma nova matematização para a situação, como mostra o Quadro 4. De acordo com Greefrath et al. (2013), neste caso, o grupo inicia o processo de

interpretação dos resultados matemáticos obtidos para a resolução da situação, uma vez que embora os dados aproximados da realidade considerados por eles estivessem corretos, o grupo identificou pequenos equívocos no resultado obtido, pois calcularam a quantidade de pessoas paradas em apenas uma fila de congestionamento, quando eram quatro filas de 1500 metros. Com isto, propuseram nova matematização à situação. Portanto, nesta ação, identifica-se o desenvolvimento das competências C3, C4 e C5.

Quadro 4 – Mobilização das competências C3 e C4.

(a) Comprimento total do congestionamento.	(b) Quantidade de carros.	(c) Quantidade de pessoas no congestionamento.
<p>Como a avenida tem 4 vias e só consideramos 1.</p> $\begin{array}{r} 1500 \\ \times 4 \\ \hline 6000 \text{ m} \end{array}$ <p>a avenida completa mede 6.000 m</p>	$\begin{array}{r} 6000 \text{ m} \\ \div 3 \\ \hline 2000 \end{array}$ <p>2.000 carros</p> <p>Qu seja em 6.000 metros cabem 2.000 carros.</p>	$\begin{array}{r} 2000 \\ \times 5 \\ \hline 10.000 \end{array}$ <p>10.000 pessoas</p> <p>Fixamos o número de pessoas que cabem dentro de um carro vezes o nº de carros que cabem na avenida.</p>
<p>C3: Matematizar; C4: Trabalhar matematicamente</p>		

Fonte: Zanella (2016, p. 211).

Explicitamos, a partir das resoluções propostas pelos estudantes, a mobilização de competências para estabelecer um modelo matemático a partir de dados reais, o que envolve ações como matematizar quantidades relevantes ou simplificá-las (C3), para resolver questões matemáticas no próprio modelo (C4), fazendo com que os estudantes organizassem os dados da situação para utilizar um conhecimento matemático para resolvê-lo.

Para concluir a tarefa o grupo também mobilizou competências para interpretar os resultados matemáticos da situação (C5) apontando que, sabendo a quantidade de carros parados no congestionamento, era possível determinar a quantidade mínima de pessoas neste congestionamento. Além disso, há indicativos da mobilização da competência C6, em que o grupo valida as estratégias desenvolvidas, retorna aos dados iniciais e apresenta uma resolução para a situação, conforme indicamos no Quadro 5.

Quadro 5 – Mobilização das competências C5 e C6.

Se tivesse o mínimo de pessoas dentro do carro. Quantas pessoas seriam?

1 pessoa = Como já sabemos que na avenida São Paulo cabem 2.000 carros, teria 2.000 pessoas.

2 pessoas = Daria 4.000 pessoas.

3 = 6.000 pessoas.

É assim por diante...

C5: Interpretar;
C6: Validar;

Fonte: Zanella (2016, p. 212).

Destacamos que, na exposição da resolução desta tarefa, o grupo pensou em colocar o número mínimo de pessoas no carro (1 pessoa) e o número máximo (5 pessoas), uma vez que nem todos os carros teriam somente o número mínimo ou o máximo de pessoas. Outro aspecto relevante, é a descrição proposta pelo grupo para resolver a situação, conforme afirma E2: “Dividir o comprimento da medida do carro e multiplicar o número de carros pelo número de pessoas dentro de cada carro”. De acordo com os estudantes, assim seria possível pensar em outras situações envolvendo congestionamentos, mas com variações na quantidade de carros.

Ressaltamos que as ações realizadas pelo grupo foram consideradas por eles pertinentes para a situação, mas ao identificarem que considerar em todos os carros a capacidade máxima de pessoas, o grupo negociou a possibilidade de ter menos pessoas em cada carro, e com isto, explicitaram outros conhecimentos em ação, como a ideia de proporção, o que para Vergnaud (1998) representa um teorema em ação.

A partir das ações deste grupo para a resolução da tarefa de Modelagem Matemática “Congestionamento em Maringá” identificamos, em nossa análise interpretativa, os seguintes indicativos da mobilização de teoremas em ação por este grupo, apresentados no Quadro 6.

Quadro 6 – Indicativos da mobilização de teoremas em ação.

Teorema em ação	Indicativos da mobilização de teorema em ação	Comentário
-----------------	---	------------

<p>Se $ab = c$, então $k(ab) = kc$ Para todo $k \in \mathbb{R}$.</p>	<p>Se tivesse o mínimo de pessoas dentro do carro. Quantas pessoas seriam?</p> <p>1 pessoa = Como já sabemos que na avenida São Paulo cabem 2.000 carros, teria 2.000 pessoas.</p> <p>2 pessoas = Daria 4.000 pessoas.</p> <p>3 = 6.000 pessoas.</p> <p>E assim por diante...</p>	<p>Os alunos mobilizaram a ideia de proporção, da classe de situações problemas de isomorfismo de medidas.</p> <p>$2000 \times 1 = 2000$ $2000 \times 2 = 4000$ \vdots $2000 \times 5 = 10000$</p>
---	---	--

Fonte: Zanella (2016, p. 214).

Por meio da descrição dos passos de resolução e da nossa interpretação acerca do desenvolvimento da tarefa sobre a quantidade de pessoas paradas num congestionamento elaboramos o Quadro 7, o qual está organizado em três colunas, a saber: a primeira coluna elenca as competências mobilizadas pelo grupo; a segunda descreve as ações do grupo que possibilitaram identificar o desenvolvimento de competências e a terceira apresenta os teoremas em ação mobilizados.

Quadro 7 – Relações entre competências matemáticas e os teoremas em ação mobilizados pelo grupo.

Competências mobilizadas	Ações realizadas pelo grupo	Teoremas em ação mobilizados
<p>Entender a situação; Simplificar, estruturar os dados; Reconhecer o problema e os instrumentos necessários para resolvê-lo, ou seja, simplificar e estruturar os dados e as informações do problema.</p>	<p>Adotar uma medida padrão para o comprimento total do congestionamento e dividi-la pelo espaço ocupado pelo carro.</p>	<p>Considerar um número natural, pois um decimal dificultaria os cálculos.</p>
<p>Matematizar; Trabalhar matematicamente; Traduzir para a linguagem matemática as informações do problema (matematização) e trabalhar com operações algorítmicas.</p>	<p>Os alunos usaram a divisão para determinar a quantidade de carros no congestionamento e a multiplicação para determinar a quantidade de pessoas.</p>	<p>Se $ab = c$, então $k(ab) = kc$ Para todo $k \in \mathbb{R}$.</p>
<p>Interpretar; Validar; Experimentar o processo de Modelagem Matemática e validar a resolução matemática do problema em relação a situação dada.</p>	<p>Os alunos mobilizaram a ideia de proporção: Se $1 \cdot 2000 = 2000$, então $3 \cdot 2000 = 6000$</p>	<p>Se $ab = c$, então $k(ab) = kc$ Para todo $k \in \mathbb{R}$.</p>

Fonte: Adaptado de Zanella (2016, p. 245).

CONSIDERAÇÕES

Os cálculos relacionais mobilizados pelo grupo contemplaram a divisão, em que se busca a quantidade de unidades de carros, e a multiplicação, em que conhecemos o valor unitário, como representado nos quadros 1 e 2. Após determinar a quantidade de carros em uma fila de 6000 metros, o grupo determinou a quantidade de pessoas neste congestionamento.

No que diz respeito às duas primeiras competências mobilizadas, entender a situação e simplificar e estruturar os dados (GREEFRATH et al., 2013), identificamos que o grupo mobilizou o teorema em ação relacionado a uma estimativa para o comprimento do carro. Os alunos adotaram uma medida padrão para o comprimento total do congestionamento e dividiram-na pela medida de comprimento de um carro. Neste caso, há indicativos de que a organização do processo de resolução da tarefa esteve pautada na interpretação inicial que os alunos desenvolveram ao estruturarem os dados relevantes para a problemática.

No segundo momento, o grupo mobilizou competências para matematizar e trabalhar matematicamente com os dados estruturados para o problema. A partir dos pressupostos teóricos de Vergnaud (1998), depreende-se que o teorema em ação mobilizado diz respeito à proporcionalidade. O grupo estruturou os dados para estabelecer um modelo matemático, e matematizaram quantidades relevantes para determinar a quantidade de carros parados num congestionamento. Desta forma, o teorema em ação mobilizado deve-se ao nível de competência atingido, pois a organização e os procedimentos adotados na resolução da situação foram proporcionados pela ideia de proporcionalidade.

Com relação aos processos de interpretação e validação do modelo desenvolvido, o grupo refletiu e interpretou os resultados matemáticos segundo a situação real. Constatamos aqui a presença do teorema em ação sobre a proporcionalidade, que permitiu que os alunos discutissem sobre as características de cada carro, como por exemplo, ter ou não a capacidade máxima de pessoas. Isso mostra que os alunos mobilizaram competências para refletir criticamente sobre a resolução desenvolvida e rever partes do modelo obtido. Destacamos que o mesmo teorema em ação foi mobilizado durante o desenvolvimento das competências para matematizar e trabalhar matematicamente (terceira e quarta competências) e interpretar e validar o modelo (quinta e sexta competências).

Além disso, as ações realizadas e negociadas no grupo para interpretar e validar a solução do problema matemático favorece o desenvolvimento de um modelo que representa uma resposta à situação inicial dada (ZANELLA, 2016).

Enfim, resta pontuar que os dados desta pesquisa indicam um caminho longo a ser investigado quanto à aprendizagem matemática dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental em tarefas de Modelagem Matemática, e esta busca contínua mostra sua relevância aos propósitos da Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

BLUM, W. Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht: Herausforderung für Schüler und Lehrer. In: BÜCHTER, A. et al. (Orgs.) **Realitäts naher Mathematikunterricht: vom Fachaus und für die Praxis**. 1. Ed. Berlin: Franzbecker, p. 8-20, 2006.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical Modelling: can it be taught and learnt? **In.: Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 12, p. 45-58, 2009.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. 12. Ed. Portugal: Porto Editora, 1994.

GREEFRATH, G. et al. Mathematisches Modellieren: Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. In: FERRI, R. B.; GREEFRATH, G.; KAISER, G. (Org.) **Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule**. 1. Ed. Wisbaden: Springer Spektrum, p. 11-37, 2013.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E.G.; SANTIAGO, A. R. C. M. **A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade**. Alexandria (UFSC), v. 2, p. 135-157, 2009.

MAAß, K. **Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study**. Teaching Mathematics and its Application, v.24, n. 2-3, p. 61-74, 2005.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In: **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1993, UFRJ**. Rio de Janeiro: Projeto Fundação – Instituto de Matemática – UFRJ, 1993, p. 1-26.

VERGNAUD, G. **A comprehensive theory of representation for mathematics education**. In.: Journal of mathematical behavior, 17 (2), 1998, p.167-181.

ZANELLA, M. S. **Tarefas de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros**. 2016. 273 folhas. Tese

Modelagem e a Sala de Aula

Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
18, 19 e 20 de outubro de 2018
Cascavel - PR

(Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá. 2016.

ZANELLA, M. S.; KATO, L. A. O desenvolvimento de competências a partir da modelagem matemática: um estudo com alunos da quarta série da escola primária alemã. In: **Educere et Educare**, vol. 12, n. 24, p.1-15, Jan./Abr. 2017.