



18,19 e 20 de outubro de 2018

MODELAGEM E A SALA DE AULA



Encontro Paranaense de Modelagem
na Educação Matemática

VALEU A PENA O INVESTIMENTO? – UMA ANÁLISE DAS RESPOSTAS PRODUZIDAS POR ALUNOS DE UM CURSO DO ENSINO SUPERIOR EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Marlon Luiz Dal Pasquale Júnior
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste campus Cascavel
marlondpasquale@gmail.com

Tamires Vieira Calado
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste campus Cascavel
tamirescalado@hotmail.com

RESUMO

Neste trabalho são apresentadas reflexões acerca de uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com alunos do 1º ano do curso de Ciências Econômicas em nível de graduação. O desenvolvimento de tal atividade, intitulada *Valeu a pena o investimento?*, decorreu de discussões e projetos empreendidos no âmbito de uma disciplina de Modelagem Matemática de um curso de mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática. A atividade que relatamos nesse trabalho possui um caráter investigativo e admite diferentes resoluções. Para o seu desenvolvimento os alunos se dividiram em grupos e, após o desenvolvimento da atividade, apresentaram suas resoluções para os demais alunos. A partir de então, foi realizada pelos autores, uma categorização acerca dos conceitos e procedimentos utilizados pelos grupos ao desenvolver a atividade de modelagem. Esta categorização evidenciou conceitos matemáticos que podem ser retomados sob a perspectiva da atividade em questão.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Educação Matemática; Ensino Superior.

INTRODUÇÃO

As reflexões abordadas nesse artigo iniciaram-se durante a disciplina de Modelagem Matemática na Educação Matemática em um curso de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática. Nestas aulas foram contemplados vários aspectos acerca da Modelagem Matemática, desde os principais referenciais teóricos, com suas diferentes concepções a respeito do tema, até a parte prática, onde os alunos participaram de atividades propostas pelo professor da disciplina.

As atividades de Modelagem Matemática foram todas abertas, no sentido atribuído por Barbosa (2001), quando o professor não delimita os conteúdos e encaminhamentos que

tomam os alunos nestas atividades. Neste caso, tem-se um ambiente que estimula a autonomia dos alunos durante o desenvolvimento da atividade de modelagem. A partir de tais experiências, nos interessamos pelas atividades de Modelagem Matemática com esta característica, justamente para conhecer quais ferramentas nossos alunos privilegiariam durante a resolução.

A partir de então, decidimos nos colocar na posição de pesquisadores e investigar quais conteúdos e estratégias os alunos de uma turma de Ciências Econômicas do Ensino Superior colocariam em ação durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Como aponta D'Ambrósio (1996), o professor-pesquisador vem se mostrando como o novo perfil do docente. Pesquisador em ambas as direções: buscar o novo, junto com seus alunos, e conhecer o aluno, em suas características emocionais e culturais.

Com o objetivo de investigar aspectos suscitados anteriormente, elaboramos a seguinte atividade: *Valeu a pena o investimento?* Nesta atividade, a problemática foi construída a partir do investimento feito por uma empresa do município de Araruna no Paraná, para a construção de uma estrada. O tema foi escolhido pelos autores deste trabalho com a finalidade de ser abrangente e, ao mesmo tempo, estar relacionado com o curso de formação dos alunos envolvidos.

As condutas metodológicas adotadas neste trabalho se amparam na abordagem qualitativa, tanto na coleta como no processo de análise dos dados. Como destaca Bicudo (2004), na pesquisa qualitativa as investigações se debruçam sobre o subjetivo, passível de expor sensações e opiniões do sujeito de pesquisa. Na pesquisa qualitativa são utilizados relatos de experiência, questionários de perguntas abertas, entrevistas e outros instrumentos que permitam captar os aspectos de interesse da pesquisa. Neste caso nos debruçamos sobre os registros escritos e apresentações dos sujeitos da pesquisa, e não menos importante, sobre o diário de campo dos pesquisadores.

Escolhemos a Análise de Conteúdo de Bardin (1977) como instrumento de análise para os registros produzidos pelos sujeitos da pesquisa. Segundo Bardin (1977), este instrumento considera um conjunto de técnicas de análises dos dados (escritos ou falados) que se interessa em desvelar a essência dos dados. Além disso, o objetivo de toda análise de conteúdo também é a inferência dos conhecimentos relativos às condições de produção.

Como aponta Machado (1994), o pesquisador, ao ler o discurso do sujeito, é orientado por um sentido, por uma busca de significados que ele intui ou detecta. Por esse motivo, a análise qualitativa se ajusta às pretensões desta pesquisa, pois buscamos no *corpus* os fatos que conjecturamos por meio da teoria e, é claro, fatos externos a ela também.

No presente artigo, são apresentadas as reflexões dos alunos e análises dos autores acerca da atividade proposta, nos embasando na Modelagem Matemática. Para tanto, serão analisadas as produções escritas e as apresentações dos alunos no desenvolver da atividade.

MODELAGEM MATEMÁTICA

A ideia do professor como centro do processo de ensino, ou ainda, transmissor do conhecimento, vem perdendo espaço e dando lugar à ideia de um profissional dinâmico e responsável por desenvolver espaços de aprendizagem. Como D'Ambrósio (1999) destaca, o novo papel do professor é o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos, e isso é essencialmente o que justifica a pesquisa.

Desta forma, buscamos na modelagem matemática esta estratégia de ensino e aprendizagem que, segundo Barbosa (2001), permite diferentes abordagens e que se revela em diferentes perspectivas, conservando, no entanto, sua característica investigativa. Ainda segundo o mesmo autor, a Modelagem pode gerar autonomia nos professores e estudantes, e neste caso, o professor passa a ser *orientador* do aluno no decorrer da atividade, podendo inclusive, criar conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento.

Como enfatiza Barbosa (2001), “[...] trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento” (BARBOSA, 2001, p. 5).

Segundo Veronez (2013), “as atividades de modelagem matemática têm a característica de serem abertas e privilegiar encaminhamentos diferenciados, de acordo com os interesses daqueles que a desenvolvem, e que culmina em investigações matemáticas que extrapolam o fato de resolver o problema em foco” (VERONEZ, 2013, p. 21). Por problema, por sua vez, entendemos, assim como Almeida e Vertuan (2014), uma situação na qual não se tem procedimentos específicos nas resoluções, podendo a atividade seguir diferentes

caminhos e obter distintos resultados. Assim, uma atividade de modelagem matemática pode surgir da intenção de pensar, por meio da matemática, problemas da realidade.

Para desenvolver uma atividade de modelagem matemática em sala de aula, podemos, segundo Barbosa (2001), utilizar de três configurações diferentes, denominadas pelo autor de *casos*. Nessa abordagem, podemos classificar como *caso 1* aquela situação em que o professor apresenta a situação-problema com a problemática, que pode ser de outra área do conhecimento, já formulada e as informações necessárias para a sua resolução; já no *caso 2*, o professor leva para a sala de aula uma problemática podendo também ser de outra área do conhecimento cabendo aos alunos a coleta de dados e busca de informações para a sua resolução; no *caso 3* os alunos formulam e resolvem problemas a partir de situações não matemáticas. No entanto, em todos os *casos* descritos por Barbosa, o professor tem o papel de orientador no processo de resolução da atividade.

Sendo assim, para o desenvolvimento da atividade mencionada neste artigo, os autores utilizaram do *caso 2* levando para sala de aula a atividade de modelagem assim como a proposta de investigação, cabendo aos alunos buscarem as informações necessárias para o seu desenvolvimento e solução.

Para Almeida e Vertuan (2014), ao desenvolver uma atividade de modelagem matemática podemos caracterizar algumas fases no seu processo, sendo elas: Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de Resultados e Validação. Embora não sejam seguidas linearmente e dependam da dinâmica de cada atividade, a inteiração é o momento de conhecer a situação, buscar informações sobre a problemática e definir metas; a matematização é o processo de transformar o problema do contexto inicial para um problema elaborado em linguagem matemática; a resolução é a etapa em que se dá a construção do modelo e a obtenção de uma possível resposta para o problema investigado e, finalmente, se dá a interpretação dos resultados e a validação da resolução.

Na sequência apresentamos a atividade desenvolvida com os sujeitos, bem como, algumas reflexões acerca da problemática investigada.

VALEU À PENA O INVESTIMENTO?

Como já informamos, a atividade apresentada neste artigo foi elaborada pelos autores e direcionada a alunos do 1º ano do curso de Ciências Econômicas. Para tanto, fizemos uma breve contextualização da atividade e em seguida, apresentamos a proposta de investigação com ilustrações. A atividade foi proposta durante as aulas de Estatística Econômica I ministrada por um dos autores. Os alunos foram divididos em grupos de cinco a seis alunos, totalizando trinta e seis sujeitos na pesquisa. Foram utilizadas quatro aulas para a atividade, duas para montar os grupos e deixar os sujeitos trabalharem e outras duas para a apresentação dos alunos.

Antes de apresentar a atividade, precisamos fazer um primeiro adendo sobre a dinâmica. Os sujeitos declararam nunca ter tido contato com qualquer atividade semelhante à proposta. A principal desconfiança apresentada pelos participantes da pesquisa era no sentido da validação da resposta encontrada, isto é, como eles saberiam se a resposta era de fato a certa. Neste momento, aproveitamos para expor o caráter investigativo da atividade, bem como a importância das hipóteses que os sujeitos deveriam declarar e que serviriam de norte ao longo do processo de resolução.

Além desta exposição a respeito da validação, retomamos as inquietações acerca deste tópico, seguindo as sugestões de Veronez (2013), e transformamos a apresentação das atividades pelos grupos em um momento de plenária.

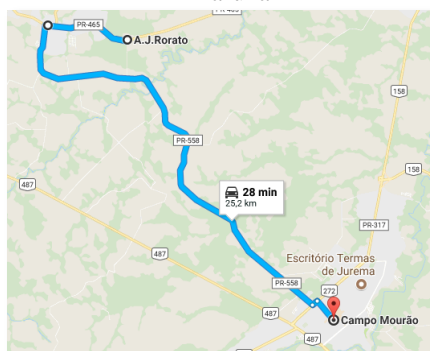
A aceitação de uma resposta para o problema para aqueles que desenvolvem a atividade de modelagem está vinculada ao exercício de interpretação dos resultados obtidos em relação à situação ou problema estudado, que leva em consideração os conceitos matemáticos utilizados e os encaminhamentos assumidos. No contexto da sala de aula, essa aceitação se completa no âmbito da comunicação dos resultados obtidos para os demais alunos da sala e para o professor (VERONEZ, 2013, p. 24).

A dinâmica foi então encarada pelos sujeitos como uma atividade diferenciada em relação às demais aulas que frequentavam. A plenária permitiu aos participantes compreender que dependendo das hipóteses tomadas, podemos ter diferentes resoluções e considerações a respeito do problema. Como destaca Veronez (2013), este momento também conduz a uma leitura da situação ou à retomada de alguns aspectos não considerados em momento anterior. Para além disso, o contexto de sala de aula favorece discussões sobre conceitos, notações e procedimentos matemáticos.

Na sequência apresentaremos a atividade de modelagem matemática aplicada com os sujeitos.

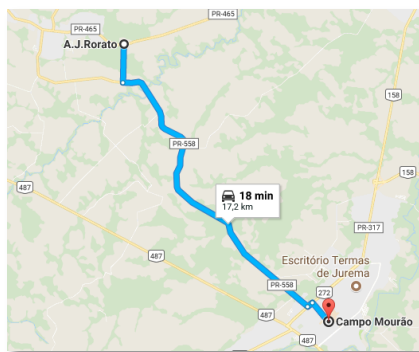
A empresa XXXX é uma indústria que fabrica móveis para cozinha e banheiro. A sede da indústria fica instalada no município de Araruna, no interior Paraná, onde atende principalmente os pedidos de móveis para a região da Comcam¹ e também o sul e sudeste do Brasil. No início, os motoristas dos caminhões desta empresa, precisavam passar por um trecho urbano de Araruna antes de chegarem à estrada que liga Araruna à Campo Mourão, PR – 558. Porém, há dezoito anos, os donos desta empresa decidiram asfaltar um antigo caminho que ligava a fábrica à rodovia PR – 558. Desde então não foi mais necessário passar pelo perímetro urbano de Araruna. Estima-se que esta obra custaria hoje aos empresários aproximadamente R\$ 1.600.000,00². Nas imagens abaixo é possível observar e comparar as duas rotas e o modelo de caminhão utilizado pela empresa:

Figura 1: Rota que passa pelo perímetro urbano de Araruna



Fonte: Google

Figura 2: Rota com desvio por fora da cidade

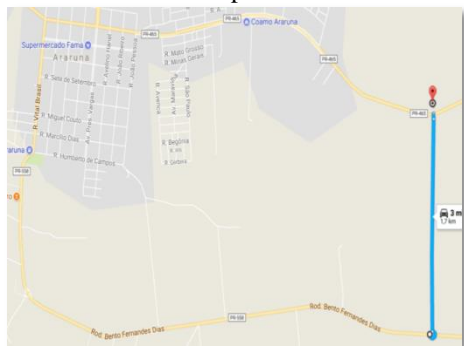


Fonte: Google

¹Comcam - Comunidade dos Municípios da Região de Campo Mourão. Os municípios integrantes da Comcam são: Altamira do Paraná, Araruna, Barbosa Ferraz, Boa Esperança, Campina da Lagoa, Campo Mourão, Corumbataí do Sul, Engenheiro Beltrão, Farol, Fênix, Goioerê, Iretama, Janiópolis, Juranda, Luiziânia, Mamborê, Moreira Salles, Nova Cantu, Peabiru, Quarto Centenário, Quinta do Sol, Roncador, Rancho Alegre do Oeste, Terra Boa e Ubiratã.

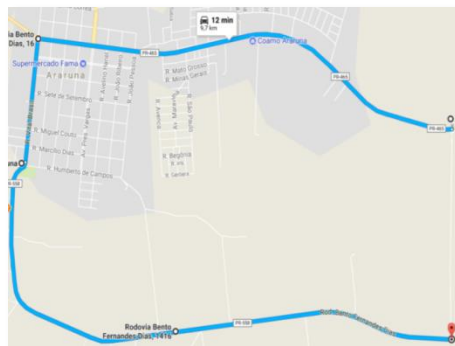
² Estimativa informada por um funcionário do Detran (Departamento de Trânsito do Paraná) de Maringá.

Figura 3: À direita, em azul, o trecho asfaltado pela empresa



Fonte: Google

Figura 4: À esquerda, em azul, o trecho antigo



Fonte: Google

Em entrevista com o setor de transportes da empresa, foi informado que em média oitenta caminhões saem semanalmente para fazer entregas e utilizam a nova rota. Diante desta informação, que economia a nova rota passou a proporcionar à empresa? Que modelo matemático expressa esta economia? E em que momento a economia reembolsaria os custos da construção da estrada aos empresários? E se os empresários não tivessem a quantia à vista, um financiamento valeria à pena? E em que condições?

Entramos em contato com a empresa em diversos momentos para conseguir as informações presentes na atividade. Além desta empresa, entramos em contato com o DER³ de Maringá, órgão estadual que nos ajudou a estimar o custo da implementação da estrada em novembro de 2017. A atividade foi então elaborada de posse dos dados informados por essa empresa.

QUE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS A ANÁLISE DE CONTEÚDO REVELOU?

Neste trabalho os autores assumiram a atitude de pesquisadores participantes. Segundo Flick (2009), esta abordagem é definida como uma estratégia de campo que combina, simultaneamente, a análise de documentos, a entrevista de respondentes e informantes, a participação e a observação diretas e a introspecção.

[...] As principais características deste método dizem respeito ao fato de o pesquisador mergulhar de cabeça no campo, que observará a partir de uma perspectiva de membro, mas deverá, também, influenciar o que é observado graças à sua participação (FLICK, 2009, p. 207).

³ Departamento de Estradas e Rodagens

Durante a resolução da atividade em sala de aula, os participantes requisitavam em vários momentos a nossa ajuda, tanto para entender o enunciado da atividade quanto para levantar possibilidades de resolução. Por estes motivos, nos foi atribuído durante a aplicação da atividade também o papel de orientadores. Este é outro elemento, segundo Flick (2009) que evidencia a pesquisa de cunho participante, “o desempenho de um ou mais papéis de participante que envolva o estabelecimento e a manutenção de relações com nativos do campo” (FLICK, 2009, p. 207).

A primeira vista, a Análise de Conteúdo se assemelha a um processo de descrição dos dados. Porém como enfatiza Kaviatkovski (2017), a análise de conteúdo não é apenas uma descrição de dados, a ação de inferir possibilita a passagem da descrição à interpretação, e toda investigação emerge da interpretação (Kaviatkovski, 2017, p. 59).

Flick (2009) explica que as categorias são levadas para o material empírico e não necessariamente desenvolvidas a partir deste, embora sejam reiteradamente avaliadas em contraposição a esse material e, se necessário, modificadas. As escolhas das categorias são de suma importância à pesquisa, é por meio destas que o pesquisador irá criar seu meta-texto dotado dos significados dos significantes encontrados, pois segundo Machado (1994), o pesquisador é o atribuidor de significados e ao buscar compreendê-los realiza uma meta-compreensão fenômeno, o que se constitui numa interpretação.

No momento da aplicação da atividade foi pedido a cada grupo que registrasse sua resolução, bem como, as hipóteses que foram tomadas. Além deste material, as apresentações em slides também foram recolhidas e passaram a figurar o *corpus* deste trabalho.

Nesta análise foram considerados os seguintes dados: produção escrita e áudio das apresentações que cada grupo fez de resoluções. A atividade foi desenvolvida por sete grupos, variando entre cinco e sete pessoas. Denotaremos por G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7, cada um dos grupos de sujeitos. Já as categorias estão nomeadas por C1, C2, C3 e C4. Esta nomenclatura nos ajudará a identificar qual grupo, ou grupos, de sujeitos situamos em cada uma das categorias.

O quadro 1 apresenta as categorias após a análise do material coletado. Na sequência apresentamos nossas considerações acerca das mesmas.

Quadro 5 - Categorias desenvolvidas pelos alunos

<i>Descrição das categorias</i>	<i>Grupo(s)</i>
<i>C1:</i> Utilizaram apenas o conceito de proporcionalidade no desenvolvimento da atividade e não apresentaram quaisquer elementos, como função, gráfico, tabela ou texto, que permitissem a inclusão de variáveis permitindo a generalização e exploração do problema a partir do conceito de função.	G2, G3 e G7
<i>C2:</i> Utilizou o conceito de proporcionalidade no desenvolvimento da atividade e apresentou implicitamente elementos acerca de uma generalização e exploração do problema a partir do conceito de função.	G6
<i>C3:</i> Utilizaram o conceito de proporcionalidade e juros compostos no desenvolvimento da atividade e apresentaram implicitamente elementos acerca de uma generalização e exploração do problema a partir do conceito de função.	G4 e G5
<i>C4:</i> Utilizou o conceito de proporcionalidade, função, juros compostos e recursos gráficos para a generalização e exploração do problema.	G1

Fonte – Autores

Na categoria C1 situamos os grupos que apresentaram uma solução para o problema usando o conceito de proporcionalidade. Durante a análise do material e áudio das apresentações destes grupos, fica entendido que os sujeitos consideraram a atividade do ponto de vista de um exercício e não com uma questão mais abrangente. Nestes grupos não foram explorados outros conceitos matemáticos, a não ser o conceito já suscitado, a figura a seguir apresenta um trecho do desenvolvimento da atividade apresentado por G2.

Figura 5: Trecho do desenvolvimento do G2.

Os caminhões de ida e volta tem uma economia de 2,40 lts por viagens, mas semanalmente saem para viagens 80 caminhões, então essa economia chega a 192 lts por semana, por mês são 768 lts, a valor do diesel hoje esta aproximadamente 3,63 reais; então chegara á 2.787.84 R\$ de economia por mês; e 33.454.08 R\$ por ano...

Fonte: Grupo G2.

É interessante notar que durante a apresentação, os sujeitos do G2 e G3 mencionam a importância da taxa de inflação para resolver a última questão da atividade acerca do investimento. Porém, ao analisarmos a parte escrita destes grupos notamos que os mesmos usaram novamente os conceitos de proporcionalidade para estimar um valor para a economia. Neste momento, consideramos que a atividade permitiu criar um *gancho* com o tema inflação, isto é, uma oportunidade a ser explorada posteriormente pelo professor.

A menção à inflação também foi feita durante a apresentação pelos grupos G1, G4, G5 e G6. Destes grupos, os únicos que utilizaram o conceito de juros compostos para trabalhar com esta hipótese foram G1, G4 e G6. Todos os demais discutiram a possibilidade e importância durante a apresentação, e alguns, até mesmo em trechos da parte escrita.

Em C2 e C3 encontram-se os grupos que desenvolveram generalizações a partir de variáveis tomadas no preâmbulo do trabalho, como por exemplo, tempo e quantidade de viagens. Porém não houve qualquer menção, tanto na parte escrita quanto na apresentação, acerca do conceito de função. Destacamos que nestas ocasiões, estes conceitos foram anotados para serem retomados em futuras aulas. No G4, por exemplo, os sujeitos utilizaram uma tabela para explicar um modelo que permite determinar diversos tipos de economia a partir do conhecimento do tempo. Os sujeitos do G6 também apresentaram uma tabela, porém relacionada à quantidade de viagens feitas por cada caminhão. Diferentemente de G4 e G6, no G2 vemos um modelo matemático descrito por meio de um texto corrido. Neste caso os sujeitos explicaram que existe uma economia mensal e que a mesma muda conforme a quantidade de meses que são considerados em seu modelo.

A figura a seguir apresenta estratégias de resolução de G6.

Figura 6: Trecho do desenvolvimento do G6.

❖ **MODELO MATEMÁTICO USADO**

➤ Nova rota.
 $34,4/2,5 = 14$
 $14 \times 2,60 = \text{R\$ } 36,40$ cada caminhão.
 $36,40 \times 320 = \text{R\$ } 11.648,00$ por mês em 320 caminhões.
 ➤ Rota antiga.
 $50,40/2,5 = 22$
 $22 \times 2,60 = \text{R\$ } 57,20$ cada caminhão.
 $57,20 \times 320 = 18.304,00$ por mês em 320 caminhões.

❖ **MODELO MATEMÁTICO USADO**

➤ Litros de Diesel.
 $7 \times 320 = 2240$ litros por mês.
 $11 \times 320 = 3520$ litros por mês.
 Diferença : 1280 litros.
 ➤ Tempo de retorno:
 $1.600.000,00 / 39.936,00 = 40,06$
 Para que esta obra se pague apenas com a economia da gasolina levaria 40 anos.

Fonte: Grupo G6.

Quanto à última questão da atividade, nas resoluções dos grupos G4 e G6 notamos o uso do conceito de juros compostos, porém com erros nas variáveis da equação de juros composto. Já os sujeitos do G5 utilizaram o conceito de proporcionalidade para responder a esta questão, se assemelhando muito à resolução feita pelos alunos dos grupos G2 e G3.

Por fim, na categoria C4, temos o grupo de sujeitos que explorou além dos conteúdos de proporcionalidade e juros compostos, o uso de gráficos e, explicitamente, o conceito de função. Os sujeitos de G1 apresentaram um modelo matemático de economia a partir dos caminhões e do tempo. O mesmo foi feito usando o modelo de juros compostos para explicar a última questão da atividade, pelos referidos grupos.

A figura a seguir apresenta uma parte da resolução de G6.

Figura 7: Trechos do desenvolvimento do G6.

ROTA 01
 25,2KM
 80 VEÍCULOS POR SEMANA
 104.832 KM/ANO
 DIESEL R\$ 2,99/L
 MERCEDES BENZ L1720 3KM/L
 GASTO ANUAL COM DIESEL R\$104.482,56

ROTA 02
 17,2 KM
 80 VEÍCULOS POR SEMANA
 KM/ANO 71.555
 DIESEL R\$2,99/L
 CONSUMO MERCEDES BENZ L1720 3KM/L
 GASTO ANUAL COM DIESEL R\$71.316,46

FÓRMULAS UTILIZADAS

$$S=CT^1-CT^2$$

$$1.600.000=33166,10*X$$

Fonte: Grupo G6.

É interessante notar que além dos conteúdos desvelados a partir desta análise, conseguimos comparar os dados da parte escrita com os dados das apresentações durante a formulação das categorias. Por esse motivo, esta pesquisa não é apenas uma descrição e catalogação dos tópicos matemáticos presentes nas resoluções da atividade pelos alunos. Durante as apresentações escutamos vários sujeitos de vários grupos enfatizando a necessidade de se considerar a inflação na resolução da última questão da atividade, porém nem todos utilizaram os conceitos necessários de matemática financeira para desenvolver suas ideias. O que observamos foram grupos utilizando novamente apenas a ideia de proporcionalidade em suas estratégias mesmo tendo em mente uma hipótese mais adequada, como, por exemplo, um modelo de função definida por partes, ou ainda, um modelo usando juros compostos, para o problema. Neste sentido, consideramos que depois de desenvolvida a atividade e apresentadas as resoluções, os professores comentem as mesmas complementando-as quando necessário. Ação que pode se constituir em um momento de aprendizagem de novos conceitos.

CAPTANDO O EMERGENTE

Este trabalho permitiu desvelar além dos principais conceitos matemáticos utilizados pelos participantes da pesquisa, possibilidades, posteriormente, de formalização de outros conceitos e apresentação das ferramentas de matemática financeira que permitem o tratamento da inflação no desenvolvimento do modelo matemático para o problema.

É interessante destacar que por meio do ambiente de Modelagem Matemática se deu a possibilidade de conscientizar os participantes da importância dos conceitos e ferramentas presentes na matemática financeira. Além desta possibilidade, o uso de funções

implicitamente, noção intuitiva, permite uma retomada ao conceito e um trabalho de ressignificação em relação ao que foi produzido pelos alunos.

No nosso caso, a busca por categorias não foi necessária justamente por não ter sido usada uma teoria que amparasse as análises acerca de cada uma das unidades. Como enfatizam Kaviatkovski (2017) e Machado (1994), a significação também pode partir do pesquisador, sua experiência e conhecimento a respeito do tema.

A atividade de modelagem matemática aqui apresentada se fez importante para os alunos envolvidos, uma vez que lhes proporcionou um ambiente de investigação no qual os sujeitos ainda não haviam tido contato, podendo envolver conteúdos vistos em momentos anteriores. No entanto, foi necessário que discutíssemos juntamente com os alunos sobre os conteúdos possíveis para a atividade que ainda não haviam sido abordados nos trabalhos e apresentações.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina Pessoa (Org.). **Modelagem Matemática em Foco**. São Paulo/SP: Ciência Moderna, 2014.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições, 1977.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. de C.; ARAUJO, J. de L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004, v. 1, p. 99-112.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: Da Teoria à Prática. São Paulo: Papyrus, 1996.

FAIGUELERNT, E. K. **Educação matemática**: representação e construção em geometria. Porto Alegre/RS: Artmed Ed., 1999.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

KAVIATKOVSKI, M. A. De Chaves. **Práticas de Modelagem Matemática no âmbito do ensino fundamental**: um olhar a partir de relatos de experiência. 09/04/2017. 164 pgs. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa/PR, 2017.

MACHADO, O. V. D. M. Pesquisa Qualitativa: Modalidade Fenômeno Situado. In: BICUDO, Maria A. V.; ESPOSITO, Vitória Helena Cunha. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação**. Piracicaba, SP: Unimep, 1994.

TREMBLAY, M. A. Reflexões sobre uma trajetória pessoal pela diversidade dos objetos de pesquisa. In: POUPART, J.; DESLAURIERS, J. P.; GROULS, L. H.; LAPERRIÈRE, A.; MAYER, R.; PIRES, A. **A pesquisa quantitativa**: enfoques epistemológicos e metodológicos, 2ª ed. Petrópolis: Vozes, 2008, p.9-30.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática**. 02/12/2013. 177pgs. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Instituição de Ensino: Universidade Estadual de Londrina, Londrina/PR, 2013