



TAREFAS DA *EARLY ALGEBRA* REALIZADAS POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL I

Diego Barboza Prestes¹
Universidade Estadual de Londrina
diego_led@hotmail.com

Mara Aparecida Pedrini Germano²
Escola Municipal Professor Bento Fernandes Dias
marapgermano@gmail.com

Márcia Praisler Pereira Ferreira³
Escola Municipal José Brazil Camargo
marciapraisler@gmail.com

Resumo:

Neste artigo relatamos a nossa experiência ao desenvolver um trabalho com tarefas traduzidas da *Early Algebra* com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental I de uma escola pública localizada na região norte do Paraná. Discutimos a respeito do que entendemos do ensino da Álgebra nos anos iniciais, citamos algumas caracterizações do pensamento algébrico, apresentamos as tarefas utilizadas, relatamos fatos que nos chamaram atenção ao trabalhar com os alunos e mostramos algumas das resoluções dos alunos participantes nas tarefas em tela. Após essa trajetória podemos afirmar, com base nesta experiência, que é possível iniciar um trabalho de introdução à Álgebra logo nos primeiros anos de escolaridade, mesmo que de maneira intuitiva, e que para isso não é necessário que o professor tenha conhecimentos específicos de Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino Fundamental I. Álgebra. *Early Algebra*.

Introdução

Este relato de experiência aborda um dos trabalhos realizados por integrantes do projeto “Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática”, proposto pelo grupo de Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, de acordo com o Programa Observatório da Educação, que visa articular a pós-graduação (mestrado e doutorado), licenciaturas e escolas de educação básica. Os principais objetivos deste

¹ Mestrando do Programa de Mestrado e Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina.

² Professora do Ensino Fundamental I da Escola Municipal Professor Bento Fernandes Dias.

³ Professora do Ensino Fundamental I da Escola Municipal José Brazil Camargo.

projeto é estimular a produção acadêmica relacionada à formação de professores que ensinam Matemática e a criação de recursos humanos em Educação Matemática para subsidiar o aumento do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB.

A experiência relatada diz respeito ao trabalho com tarefas traduzidas da *Early Algebra*⁴, que é uma área de pesquisa que aborda principalmente o processo de ensino e de aprendizagem da Álgebra inicial. *Early Algebra* é o nome do projeto fundado em 1998, nos Estados Unidos da América, composto por uma equipe de psicólogos e educadores matemáticos renomados como Analúcia D. Schliemann, Bárbara M. Brizuela e David W. Carraher. Neste projeto são realizadas intervenções com alunos dos anos iniciais da região de Boston para investigar as implicações da aprendizagem da Álgebra, além do desenvolvimento de materiais relacionados à Álgebra para o Ensino Fundamental que englobam assuntos matemáticos como símbolos e números, por exemplo, com foco na aprendizagem e no raciocínio dos alunos (SILVA, 2012).

O contato inicial das professoras que participam do projeto “Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática” com a *Early Algebra* aconteceu por meio da resolução de algumas tarefas traduzidas. Em seguida, sob a condução de uma participante do projeto, as professoras realizaram estudos direcionados a respeito das intenções e dos objetivos dessas tarefas e por fim, fizeram algumas adaptações das tarefas da *Early Algebra* de modo que se enquadrasse com o perfil de seus alunos. Após todo este percurso as participantes do projeto acreditam que as tarefas da *Early Algebra* é um material que pode viabilizar a introdução da Álgebra nos primeiros anos de escolaridade e também pode despertar e estimular o pensamento algébrico nos alunos.

Álgebra nos primeiros anos de escolaridade

Entre a comunidade de educadores matemáticos não há um consenso a respeito do ano escolar em que se deve iniciar o trabalho com a Álgebra. No entanto, segundo Silva (2012), existem algumas pesquisas e documentos⁵ que indicam a Álgebra como parte integrante dos currículos da educação elementar, de maneira que o pensamento

⁴ Maiores informações a respeito da *Early Algebra* podem ser obtidas no site:

<<http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/about.asp>> do Departamento de Educação, Tufts University, Medford, Massachusetts nos Estados Unidos.

⁵ (BOOTH, 1988; BRASIL, 1996; NCTM, 2000; KAPUT e BLANTON, 2001; BRIZUELA e SCHLIEMANN, 2004; KIERAN, 2004; CARRAHER et al, 2005; MURRAY, 2010; BOOKER, 2009)

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

algébrico seja explorado desde o início da escolarização. Viola dos Santos (2007) também encontrou alguns trabalhos⁶ apontando que é possível crianças de 9 ou 10 anos de idade raciocinar algebricamente, desenvolver o pensamento algébrico, utilizar símbolos para generalizar padrões geométricos ou relações aritméticas.

Tradicionalmente a Álgebra está relacionada apenas com regras para manipulação de símbolos, simplificação de expressões algébricas e resolução de equações que induz a formarmos uma opinião de que a Álgebra nada mais é do que um conjunto de procedimentos sem relação alguma com o mundo real e nem com outros conteúdos matemáticos (BLANTON; KAPUT, 2005). Viola dos Santos (2007) considera que oportunizar apenas a aprendizagem de regras mecânicas aos alunos “é o mesmo que ‘roubar’ seus direitos de se apropriar de vários conhecimentos no processo de constituição do pensamento e da linguagem algébrica” (p. 34).

Tradicionalmente também, nas aulas de Matemática, a Álgebra só é apresentada aos alunos na segunda parte do Ensino Fundamental, sétimo ou oitavo ano, quando se acredita que os alunos possuem os pré-requisitos necessários para estudar esse segmento da Matemática. Essas tradições podem estar agindo como uma espécie de bloqueio aos professores que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, impedindo suas ações em relação ao ensino da Álgebra.

Outro fato que não podemos deixar de mencionar é que geralmente os professores dos anos iniciais que ensinam Matemática não possuem formação necessária para trabalhar com tarefas que oportunizam o desenvolvimento do pensamento algébrico. Concordamos com Curi (2004), quando ela diz que

é possível considerar que os futuros professores [dos anos iniciais] concluem cursos de formação sem conhecimentos de conteúdos matemáticos com os quais irão trabalhar, tanto no que concerne a conceitos quanto a procedimentos, como também da própria linguagem matemática que utilizarão em sua prática docente. Em outras palavras, parece haver uma concepção dominante de que o professor polivalente não precisa “saber Matemática” e que basta saber como ensiná-la (p. 76 – 77).

Segundo pesquisas dessa autora, grande parte das futuras professoras que cursam Magistério, escolhe essa área de formação para “fugir” da Matemática. Assim, muitos

⁶ (CARPENTER, FRANKE e LEVI, 2003; SCHLIEMANN e BRIZUELLA 2004; BLANTON e KAPUT, 2005; CARRAHER et al, 2006)

professores dos anos iniciais evitam desenvolver atividades relacionadas a Matemática, já que não possuem domínio desse conteúdo. Porém, acreditamos que não é preciso ter um grande conhecimento matemático para propor determinadas tarefas da *Early Algebra* que podem ser um tipo de introdução para a Álgebra.

Entendemos que antes do contato com a Álgebra simbólica tradicional é necessário que os alunos desenvolvam um sentido para os símbolos, pois “ele é parte essencial da Matemática, que não podemos dispensar” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2008, p. 72). Caso os símbolos sejam trabalhados sem referências significativas, isto é, de maneira abstrata, é bem provável que estes símbolos se tornem incompreensíveis para os alunos.

Pensamento algébrico

De acordo com Cyrino e Oliveira (2011, p. 100), “nos últimos anos, têm surgido diversas caracterizações para os modos de produzir significados para os objetos e processos da álgebra”, na qual podemos destacar o pensamento algébrico. Não há uma definição específica a respeito de pensamento algébrico, mas existem vários estudiosos⁷ desenvolvendo pesquisas a respeito do pensamento algébrico.

Para Lins (1992, 1994 apud CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 101) “o pensamento algébrico é um modo, entre outros, de produzir significado para a álgebra”. Na caracterização do pensamento algébrico de Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) são apontados alguns elementos desse tipo de pensamento: “percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste a outros que não variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação problema e a presença de processos de generalização” (apud VIOLA DOS SANTOS, 2007, p. 39). Para Ponte, Branco e Matos (2009) o pensamento algébrico inclui três vertentes: representar (em relação a capacidade dos estudantes em utilizar diferentes representações com caracteres de natureza simbólica), raciocinar (tanto dedutivamente quanto intuitivamente tem grande importância o relacionar e o generalizar) e resolver problemas (que trata da utilização

⁷ Segundo Silva (2012) alguns pesquisadores que se destacam nessa área são: Fiorentini, Miorin e Miguel (1993); Kieran (1996, 2004); Lins e Gimenez (1997); Kaput (1999); Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005); Carraher, Schliemann e Brizuela (2006); Blanton (2006, 2007).

de elementos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos ou não, incluindo modelar situações).

Quadro 1 – Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Representar	<ul style="list-style-type: none"> • Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; • Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; • Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	<ul style="list-style-type: none"> • Relacionar (em particular, analisar propriedades); • Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; • Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	<ul style="list-style-type: none"> • Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: PONTE; BRANCO; MATOS (2009, p. 11).

Estes autores apresentam algumas ideias de pensamento algébrico, existem várias outras abordagens para esse tema. No entanto, é possível afirmar que o pensamento algébrico é outra maneira de pensar.

Aplicação das tarefas

Inicialmente escolhemos de um bloco de tarefas da *Early Algebra*, traduzidas e adaptadas pelas professoras, 4 (quatro) tarefas que julgamos ser compatível aos alunos do 5^o ano do Ensino Fundamental, nível de escolaridade dos alunos que escolhemos⁸ para pesquisar. As tarefas eram as seguintes:

⁸ Não utilizamos critério algum para escolher trabalhar com os alunos do 5^o ano. Poderíamos ter realizado este mesmo estudo com alunos que cursam o 4^o ano, por exemplo.

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

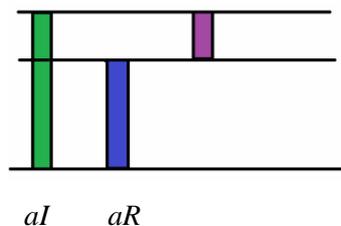
1. Dê uma interpretação possível para cada conjunto de símbolos.

Símbolos	Uma possibilidade de interpretação
	<i>Ontem houve relâmpagos e trovões e meu cachorro estava com medo e fugiu.</i>
 Marco Érica	
	<i>Eu ouvi</i>
 Leia	
$3 + 5 - 2$	

2. Os seguintes sinais podem ser encontrados em uma estação rodoviária ou aeroporto. Tente interpretar o que cada sinal significa.

Símbolos	Minha interpretação
	
	
	
	
	
	

3. Renan e Isabela são irmãos. Eles são adolescentes. Isabela é mais alta que Renan.



aI : altura de Isabela

aR : altura de Renan

a) O que você sabe sobre Renan e Isabela?

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

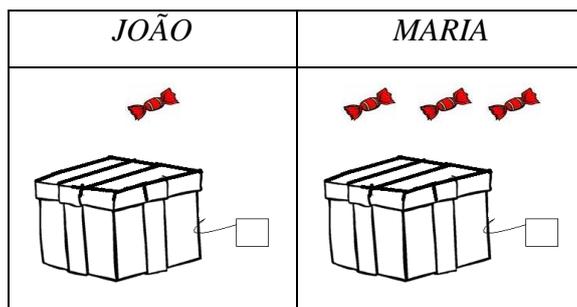
b) Se Isabela tivesse 1,36m qual seria a altura de Renan?

c) Se Renan tivesse 1,36m qual seria a altura de Isabela?

d) Se a barra verde representa altura de Isabela e a azul a altura de Renan, o que representa a barra roxa?

4. Leia atentamente.

- João e Maria têm uma caixa de doces cada um.
- João tem uma caixa de doces e um doce em cima dela.
- Maria tem uma caixa de doces e três doces em cima dela.
- Nas duas caixas tem exatamente a mesma quantidade de doces.
- Ao todo, João e Maria têm 24 doces. Escreva a quantidade de doces de cada caixa na etiqueta.



Em seguida, organizamos as tarefas em 5 (cinco) páginas. A primeira página era composta por um cabeçalho e algumas indicações a respeito de como resolver as questões como, por exemplo, resolva as questões à caneta, apresente todos os cálculos que você precisar fazer. Cada uma das páginas seguintes continha uma tarefa cada.

No momento da aplicação, distribuímos as páginas com as tarefas grampeadas para cada aluno, pedimos para eles preencherem o cabeçalho da primeira página e informamos que as tarefas deveriam ser resolvidas individualmente. Depois, uma das professoras leu em voz alta a primeira questão, dando o *start* para a atividade.

Um dos alunos terminou rapidamente de resolver a primeira tarefa e ao verificar que a segunda tarefa era semelhante à primeira, foi logo perguntando: “tem que fazer igual ao outro?” e uma das professoras disse para esse aluno ler a tarefa novamente para verificar o que enunciado solicitava. Quando um dos alunos chegou à terceira questão, que apresentava um gráfico, disse: “agora é Matemática, eu sou péssimo em Matemática”. Nessa terceira questão, ficou evidente que os alunos daquela turma

tinham certa dificuldade para trabalhar com estimativa, pois foi a questão que eles fizeram mais perguntas. Alguns alunos pareciam não compreender como poderiam dar uma resposta para uma tarefa matemática sem realizar cálculo algum.

Pouco antes dos alunos terminarem de resolver a quarta e última tarefa, dois eletricitas, acompanhados da diretora da escola, entraram na sala de aula para realizar reparos em uma das tomadas, o que causou certa euforia entre os alunos e fez com que alguns se desconcentrassem da tarefa. Era possível ouvir certos comentários dos alunos do tipo: “nossa que tamanho de rolo de fio”. Mesmo com a presença dos eletricitas trabalhando na sala de aula, todos os alunos terminaram de resolver as quatro tarefas.

Resolução das tarefas

Para discutir as resoluções dos alunos primeiramente nós realizamos uma espécie de leitura vertical, isto é, realizamos a leitura de todas as resoluções de um mesmo aluno. Em seguida, começamos a realizar uma leitura do tipo horizontal, ou seja, a leitura da mesma questão de todos os alunos (NAGY-SILVA; BURIASCO, 2005). Começamos a leitura horizontal porque logo na tarefa 2 verificamos um tipo de resolução que nos chamou muito atenção e decidimos investigá-la mais a fundo, por esse motivo não terminamos de realizar a leitura horizontal.

Ao observar a primeira questão de todos os alunos, notamos que as resoluções estavam um tanto quanto semelhantes. Na segunda questão, as resoluções dos primeiros itens também estavam parecidas, mas o último item destoava dos demais e começamos a perceber que havia uma boa quantidade de resoluções distintas e por esse motivo decidimos olhar este item com mais cuidado. Para isso, organizamos as tarefas em ordem alfabética, de acordo com o nome dos alunos, e as nomeamos com código para preservar a identidade dos mesmos. Os códigos são compostos pela letra A, que indica aluno, e por uma sequência de números que se inicia com 01. Assim, o primeiro aluno em ordem alfabética ficou sendo o aluno A01, o segundo aluno em ordem alfabética A02 e assim sucessivamente.

Em seguida, agrupamos as tarefas dos alunos de acordo com a semelhança do assunto abordado por eles na resolução, como mostra o quadro a seguir.

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática
Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014
ISSN 2175 - 2044

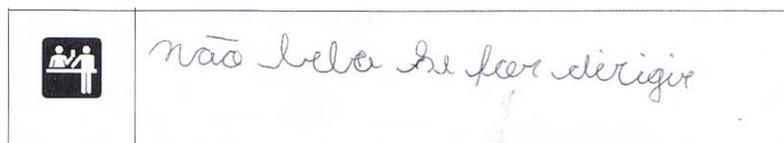
Quadro 2 – Agrupamento por semelhança de resolução

Assunto abordado	Aluno
Boas maneiras	A07; A09; A23; A30
Cartão	A04; A08; A13; A14; A28
Carteira	A11; A18; A22; A26; A29
Comércio	A05; A12; A14; A15; A16; A19; A21; A27
Viagem	A03; A06; A20; A26; A31
Outros assuntos	A02; A01; A10; A17; A24; A25

Fonte: Autores.

Para ilustrar o que consideramos ser o assunto boas maneiras, selecionamos uma resolução que julgamos ser interessante.

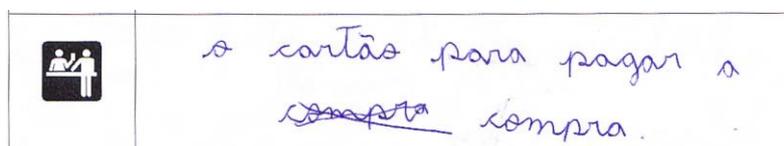
Figura 1 – Resolução do participante A23



Nós inferimos que o aluno considerou a situação em que um indivíduo está com algum tipo de bebida alcoólica na mão, prestes a ingerir. É possível que ele tenha associado à cena com motoristas pelo fato desse assunto estar em alta na mídia ou por associar a palavra rodoviária e aeroporto, do enunciado da tarefa, com viagem e lembrar que em hipótese alguma o motorista pode consumir bebida alcoólica e dirigir.

No assunto cartão, consideramos as situações em que os alunos deram ênfase a utilização do cartão (crédito ou débito). De acordo com nosso agrupamento, a produção seguinte pode ser enquadrada no assunto cartão e no assunto comércio.

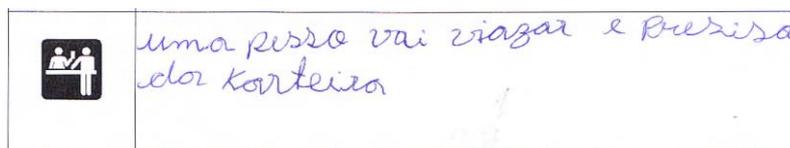
Figura 2 – Resolução do participante A14



Possivelmente o aluno imaginou uma situação de comércio em que o cliente estava entregando o cartão (crédito ou débito) para o responsável pelo caixa do estabelecimento cobrar a quantia gasta em suas compras.

No agrupamento carteira, levamos em consideração o fato da produção do aluno estar relacionando com algum tipo de carteira. A produção seguinte foi agrupada no assunto carteira e no assunto viagem.

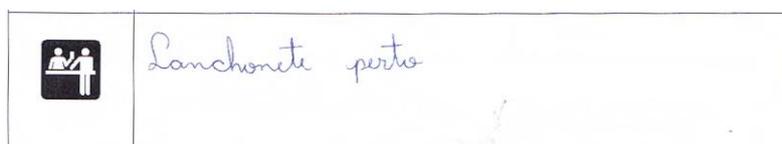
Figura 3 – Resolução do participante A26



Não chegamos a uma conclusão a respeito dessa produção, pois como se trata de uma viagem o aluno pode estar se referindo ao indivíduo que precisa da carteira nacional de habilitação (CNH) para conduzir um veículo automotor ou a carteira utilizada para guardar documentos e dinheiro.

No agrupamento nomeado de comércio, enquadramos as produções que estão diretamente associados a algum tipo de comércio.

Figura 4 – Resolução do participante A19



Provavelmente o aluno notou um balcão entre dois indivíduos sendo que um deles está entregando uma ficha do tipo comanda ou algum produto alimentício ao outro indivíduo e concluiu que este símbolo indica que há uma lanchonete por perto.

Para o assunto viagem foram agrupadas as produções dos alunos que relacionaram a imagem com alguma situação envolvendo o assunto. Essa interpretação pode estar associada ao enunciado da tarefa que informava que os sinais poderiam ser encontrados em uma estação rodoviária ou em um aeroporto, que lembra viagem.

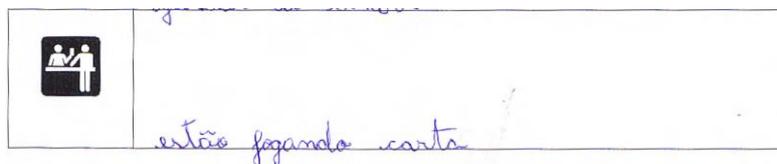
Figura 5 – Resolução do participante A03



É possível que o aluno imaginou a situação em que um passageiro está apresentando o passaporte para algum responsável pela fiscalização, para embarcar em uma viagem ou no final de uma viagem, ao chegar a certo destino.

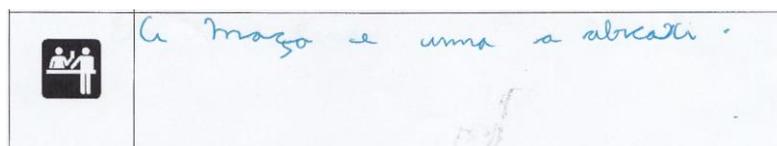
Agrupamos como outros assuntos às resoluções que não possuem semelhança com os grupos anteriores e também aquelas que não fomos capazes de interpretar.

Figura 6 – Resolução do participante A02



Nesta interpretação o aluno considerou que duas pessoas estão disputando algum tipo de jogo de cartas, como jogo da memória ou de baralho, por exemplo.

Figura 7 – Resolução do participante A25



Já nessa produção, não conseguimos estabelecer um sentido para a frase, talvez pela falta de compreensão do aluno.

Algumas considerações

O trabalho com estas tarefas adaptadas da *Early Algebra* nos fez perceber que é possível contribuir com a introdução ao pensamento algébrico dos alunos que estão cursando os anos iniciais de escolaridade, mesmo que de modo intuitivo.

A tarefa 2, da qual discutimos um dos itens, tem como objetivo “a tradução de símbolos como meio de comunicação” (SILVA, 2012, p. 40), é esperado que os alunos façam alguma reflexão a respeito dos símbolos e notem que os símbolos precisam ser socialmente conhecidos. A partir dessa noção pode ser encaminhada uma discussão dos símbolos no estudo da Matemática, mais precisamente da Álgebra.

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), no item discutido, os alunos transitaram pela vertente do pensamento algébrico representar, pois eles foram capazes de traduzir uma informação representada simbolicamente para outra forma de representação, no caso para a escrita na língua materna. Por isso, não demos muita importância para as produções consideradas certas ou erradas, para nós o importante foi a interpretação que os alunos fizeram dos símbolos, porque desse modo é provável que aqueles símbolos passaram a ter algum significado para eles.

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

Referências

BLANTON, Maria. L. e KAPUT, James J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412 – 443, 2005.

CURI, Edda. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. 2004. 278f. Tese de Doutorado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo 2004.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; OLIVEIRA, Hélia Margarida de. Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 38, p. 97 – 126, abril 2011.

NAGY-SILVA, Marcia Cristina; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Análise da produção escrita em Matemática: algumas considerações. **Ciência & Educação**, Bauru (SP), v. 11, n. 3, p. 499 – 512, 2005.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no Ensino Básico**. Disponível em: < [http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/003_Brochura_Algebra_NPMEB_\(Set2009\).pdf](http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/003_Brochura_Algebra_NPMEB_(Set2009).pdf)>. Acesso em: 10 abr. 2014.

SILVA, Daniele Peres. **Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I**. 2012. 157f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina 2012.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. 108f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.