



EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: (RE) PENSANDO O ENSINO DE FRAÇÕES

Tânia Marli Rocha Garcia
Universidade Estadual de Londrina
taniamarli@hotmail.com

Márcio Roberto da Rocha
Universidade Estadual de Londrina
profdarocha@hotmail.com

Laís Maria Costa Pires de Oliveira
Universidade Estadual de Londrina
lais_mariaa@hotmail.com

Resumo:

Apesar de os estudos envolvendo frações e suas propriedades serem introduzidos desde cedo na trajetória escolar das crianças, nossos anos de experiência como docentes e algumas pesquisas nos autorizam relatar que uma parcela considerável dos estudantes apresenta obstáculos conceituais referentes a este tema. Neste minicurso, por meio da resolução e discussão de tarefas, temos por objetivo promover e estimular o debate acerca do ensino e da aprendizagem do conceito de frações e evidenciar aspectos que podem influenciar a compreensão dos alunos.

Palavras-chave: Formação de professores. Ensino e aprendizagem de frações. Significados das frações.

Introdução

A palavra fração, no sentido matemático, pode ser usada de duas maneiras: como numeral e como número. Como numeral a palavra fração se refere a um sistema notacional, um símbolo. Enquanto que como número, fração representa um elemento do conjunto dos números racionais não-negativos, e, nesse sentido, na escrita a/b , tem-se: a e b , números naturais e $b \neq 0$.

As frações, com sentido matemático de número, começam a ser ensinadas por volta do 3º ou 4º ano do Ensino Fundamental e permeiam quase todo o currículo escolar da Educação Básica. Nessa trajetória os alunos estudam conceitos relacionados às frações, às suas

propriedades e representações, porém observa-se que uma parcela considerável deles termina o Ensino Médio sem compreender conceitos fundamentais a respeito deste tema.

Para muitos alunos, as frações representam um grande obstáculo na aprendizagem da Matemática, e aqueles que tiveram uma trajetória escolar sem grandes tropeços, afirmam que isso ocorreu porque memorizavam o que se esperava que aprendessem.

As perdas que ocorrem por causa das lacunas no entendimento conceitual sobre frações, razões e tópicos relacionados são incalculáveis. As consequências de *fazer*, ao invés de compreender, direta ou indiretamente, afetam as atitudes de uma pessoa em relação à matemática, o prazer e a motivação em aprender, a escolha de um curso em matemática e ciências, a realização, a flexibilidade na carreira, e até mesmo a capacidade de apreciar inteiramente alguns dos fenômenos mais simples na vida cotidiana (LAMON, 2012, p. xi, tradução nossa).¹

Questões a respeito do ensino e da aprendizagem de frações têm sido tratadas em diversas pesquisas (KIEREN, 1976; BEHR *et al*, 1983; LESH, POST, BEHR, 1988; ROMANATTO, 1997, 1999; LAMON, 2005, 2012; ONUCHIC, ALLEVATO, 2008) que, além de identificar e documentar as dificuldades dos alunos, se empenham em apontar outros direcionamentos para seu ensino. Nesses estudos foram encontrados os seguintes apontamentos:

- O ensino das frações tem sido pautado somente em uma interpretação, a comparação parte-todo, e privilegiado os algoritmos para as operações simbólicas, quase sempre introduzidos precocemente nos anos iniciais da Educação Básica. Alunos cujo ensino foi centrado nas frações apenas como relações parte-todo têm uma compreensão empobrecida dos significados dos números racionais.
- Se há uma preocupação com um ensino que promova compreensão dos significados das frações, precisamos estar cientes de que existe uma ampla gama de fenômenos que podem ser representados por meio de símbolos fracionários, mas que têm interpretações e significados diferentes.
- É importante proporcionar às crianças oportunidades para construir diversos significados para as frações, de modo que possam transitar e estabelecer conexões entre eles e compreender como os significados influenciam as operações.

¹ “The losses that occur because of the gaps in conceptual understanding about fractions, ratios and related topics are incalculable. The consequences of *doing*, rather than understanding, directly or indirectly affect a person's attitudes toward mathematics, enjoyment and motivation in learning, course selection in mathematics and science, achievement career flexibility, and even the ability to fully appreciate some the simplest phenomena in everyday life.” (LAMON, 2012, p. xi)

- As ideias envolvidas no estudo das frações são psicológica e matematicamente complexas e interconectadas, o que dificulta estabelecer uma ordem linear dos tópicos no planejamento do ensino.
- Para compreender a rede de ideias relacionadas às frações é preciso um processo de aprendizagem de longo prazo. É necessário dar o tempo que as crianças precisam para construir e se sentir confortáveis com ideias e formas de pensamento importantes.

Os processos de ensino e de aprendizagem das frações deveriam oportunizar e encorajar os alunos a desenvolverem suas próprias estratégias para resolução de tarefas, levando em conta suas experiências anteriores, possibilitando a eles produzirem significados para essas ideias. Além disso, a utilização de simbologia abstrata, de terminologias e representações dissociadas de significados pode ser a causa de algumas dificuldades conceituais dos estudantes no aprendizado das frações.

Público alvo e objetivo

O minicurso é direcionado aos professores que ensinam Matemática na Educação Básica e aos alunos dos cursos de: Pedagogia, formação docente e Licenciatura em Matemática, interessados em discutir os processos de ensino e de aprendizagem das frações.

Temos por objetivo promover e estimular o debate acerca dos processos de ensino e de aprendizagem do conceito de frações no sentido de evidenciar aspectos que podem influenciar a compreensão dos alunos, explicitar algumas razões pelas quais as frações representam um obstáculo matemático e elencar aspectos importantes que precisam ser considerados pelos professores na organização do trabalho docente a respeito desse tema.

Dinâmica do minicurso

O desenvolvimento do minicurso está pautado na resolução e discussão de quatro tarefas², que serão tomadas como ponto de partida para as discussões relacionadas às ideias: compreensão dos alunos a respeito das frações (Tarefa 1); aspectos conceituais que podem tornar as frações um grande obstáculo matemático (Tarefas 2, 3 e 4).

Os cursistas serão organizados em pequenos grupos para resolver cada uma das tarefas, responder alguns questionamentos e em seguida, compartilhar e discutir suas

² Aqui apresentamos apenas parte das questões a serem resolvidas e discutidas nas tarefas.

resoluções com os demais grupos. Essa dinâmica tem como propósito compor um cenário para estimular o debate entre os participantes e promover algumas reflexões a respeito de cada tema.

As tarefas foram elaboradas/adaptadas pelos membros da Comunidade de Prática Professores que Aprendem e Ensinam Matemática – CoP-PAEM³, formada por professores de Matemática do município de Paranaíba, Paraná, e por pesquisadores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PECEM da Universidade Estadual de Londrina – UEL.

Desenvolvimento

A discussão a respeito da compreensão dos alunos no que se refere às frações terá como ponto de partida a Tarefa 1. Pretendemos evidenciar algumas dificuldades apresentadas pelos alunos quando lidam com situações que envolvem as frações e provocar a reflexão acerca de questões como: o que os alunos deveriam compreender a respeito das frações; as dificuldades que os alunos têm apresentado para aprender frações com compreensão; aspectos matemáticos que podem contribuir para que os alunos tenham essas dificuldades.

Quadro 1: Tarefa 1 - O problema das pizzas

Paulo e Mariana foram a um restaurante e pediram duas pizzas de mesmo tamanho: uma de quatro queijos que foi cortada em quatro pedaços iguais e outra de atum que foi cortada em oito pedaços iguais. Paulo comeu 2 pedaços da pizza de quatro queijos e 3 pedaços da pizza de atum, Mariana comeu 4 pedaços da pizza de atum e 1 pedaço da pizza de quatro queijos.
--

a) Represente a quantidade de pizza que cada um comeu. Utilize desenhos e representação numérica.

b) Quem comeu mais pizza?

Faça a representação do seu raciocínio para encontrar a resposta (pode ser em linguagem escrita, matemática ou desenho).
--

c) Sobrou mais pizza de atum ou de quatro queijos? Quanto a mais?

Faça a representação do seu raciocínio para encontrar a resposta (pode ser em linguagem escrita, matemática ou desenho).
--

d) Qual o total de pizza consumida?

Faça a representação do seu raciocínio para encontrar a resposta (pode ser em linguagem escrita, matemática ou desenho).
--

Fonte: os autores

Quando a criança aprende a contar, cada quantidade mensurável é representada por um numeral ou por uma combinação deles e a unidade “um” sempre faz referência a um único objeto. Entretanto, quando é iniciado o estudo das frações, o conteúdo matemático dos anos iniciais da escolarização dá um salto qualitativo. Abre-se um novo campo em que os

³Grupo vinculado ao projeto “Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática”, do Observatório da Educação (Edital no. 38/2010/CAPES/INEP)

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044


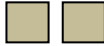

significados, modelos e símbolos que funcionavam para a representação e as operações com números inteiros já não se mostram mais eficientes.

Com relação aos aspectos conceituais que podem tornar as frações um grande obstáculo matemático (Tarefas 2, 3 e 4) serão abordadas três ideias fundamentais que os professores precisam considerar no ensino das frações: as novas unidades, quantidades e notações a serem trabalhadas; a interferência, na aprendizagem das frações, das conexões com os números inteiros; e as muitas fontes de significado para os registros fracionários.

O estudo das frações apresenta aos alunos novas unidades e um novo sistema de notações, que resultam de ideias importantes: a unidade é dividida em partes iguais é um novo tipo de número que representa essas partes; a unidade agora não é somente “um” e pode ser constituída por vários objetos (unidade composta); a mesma quantidade pode ter representações diferentes; não há um único símbolo para se referir à mesma parte de uma unidade. O ponto de partida para desencadear o debate e as reflexões a respeito dessas ideias é a Tarefa 2.




Quadro 2: Tarefa 2 – Novas unidades, quantidades e notações

a) Represente com figuras as frações para cada unidade.

<i>Unidade</i>	$\frac{1}{2}$ da unidade	$\frac{1}{3}$ da unidade
		
		
		

b) Que mudanças conceituais são observadas nessa questão?

c) Represente com figuras as frações indicadas para cada unidade.

<i>Unidade</i>	$\frac{1}{2}$ da unidade	$\frac{2}{4}$ da unidade	$\frac{4}{8}$ da unidade
			
			
			

d) Que mudanças conceituais são observadas nessa questão?

Reflexões:

1. De que maneira essas mudanças conceituais podem interferir na aprendizagem dos alunos?
2. Que cuidados o professor precisa tomar ao ensinar frações, para que esses aspectos conceituais não se tornem obstáculos na aprendizagem dos alunos?

Fonte: os autores

Certas dificuldades vivenciadas pelas crianças no estudo das frações podem estar relacionadas às conexões que elas tentam fazer com os números inteiros e com as operações que lhes são familiares. As ideias desenvolvidas acerca dos números inteiros, no início da

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

escolarização, vão interferir mais tarde em sua capacidade para compreender frações e suas operações. Alguns fatos que podem estar na origem das dificuldades enfrentadas pelas crianças são: a representação escrita de uma fração utiliza dois numerais, no entanto, representa um único número; os princípios da comparação de inteiros nem sempre funcionam com as frações ($5 > 3$, no entanto $\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$); existem novas regras para somar e subtrair frações ($\frac{1}{3} + \frac{2}{5} \neq \frac{3}{8}$); no caso das razões escritas na forma de frações, pode valer a regra: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{3}{8}$.

A discussão dessas questões terá como ponto de partida a Tarefa 3, que foi elaborada pelos membros da CoP-PAEM, como uma possibilidade para estimular os alunos a perceberem que algumas formas de pensar, úteis quando se trabalha com números inteiros, não funcionam com frações e assim ajudá-los a (re)construir, (re)organizar outras maneiras de pensar que sejam apropriadas para esses contextos.

Quadro 3: Tarefa 3 - Frações com apoio de tiras de papel

EXPERIMENTO I																																																	
1. Com o auxílio do seu material, compare as frações $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$ e $\frac{1}{10}$. Essas frações tem numerador igual a 1 e são chamadas frações unitárias.																																																	
a) Qual a maior fração unitária no seu material? E a menor?																																																	
b) Qual a relação entre o denominador da fração unitária e seu tamanho?																																																	
2. Utilizando material produzido pelo grupo, coloque sobre a mesa, lado a lado, o correspondente a $\frac{10}{5}$, substitua-os por inteiros e represente numericamente a substituição efetuada.																																																	
EXPERIMENTO II																																																	
1. Pegue a peça representada por $\frac{1}{3}$ no seu material de frações. Usando o restante do material, verifique com que outras peças podemos formar $\frac{1}{3}$. Em cada caso, anote quantas peças de cada tipo são necessárias para formar $\frac{1}{3}$, representando matematicamente todas as possibilidades que encontrar.																																																	
2. Em matemática, costumamos dizer que as frações que você encontrou nesse experimento são equivalentes a $\frac{1}{3}$. Escreva uma explicação para essa ideia.																																																	
3. Faça o mesmo com outras frações e escreva os resultados na tabela a seguir:																																																	
<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">Fração inicial</th> <th colspan="9">Frações equivalentes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{2}$</td> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{4}$</td> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{5}$</td> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> </tbody> </table>										Fração inicial	Frações equivalentes									$\frac{1}{2}$										$\frac{1}{4}$										$\frac{1}{5}$									
Fração inicial	Frações equivalentes																																																
$\frac{1}{2}$																																																	
$\frac{1}{4}$																																																	
$\frac{1}{5}$																																																	
Reflexão																																																	
1. Discutir com o grupo as potencialidades e as limitações da tarefa para ajudar os alunos a construir maneiras adequadas de pensar com as frações.																																																	

Fonte: os autores

Nas situações da Tarefa 4 estão presentes interpretações das frações que vão além da relação parte-todo, podem ser identificadas as ideias de medida, quociente, operador, razão e taxa. Em geral, significados diferentes acabam sendo vistos como iguais por conta de sua mesma representação, o que é evidente quando usamos somente os algoritmos para somar,

subtrair, multiplicar, ou dividir frações, uma vez que eles são desprovidos de significados no contexto.

Privilegiar a comparação parte-todo e o domínio dos algoritmos não propicia ao aluno acesso a outras formas de interpretar $\frac{a}{b}$ (com a e b pertencente ao conjunto dos números inteiros), como uma medida, um operador, um quociente, uma razão ou uma taxa, e dificulta sua compreensão da estrutura complexa que envolve os números racionais. A fração é apenas uma das representações do número racional.

Quadro 4: Tarefa 4 - Frações: muitas fontes de significado

As representações das situações a seguir podem envolver frações, mas com interpretações e significados diferentes. Procure identificá-los.
1. Se 3 barras de chocolate são divididas igualmente entre 8 meninas, e 1 barra de chocolate é dividida igualmente entre 3 meninos. Quem recebe mais chocolate, um menino ou uma menina? Quanto a mais?
2. Se um jogador de sinuca encaçapa uma bola a cada duas tentativas num jogo, e se no outro jogo ele encaçapa uma bola em cada quatro tentativas, qual a fração que representa o desempenho do jogador nos dois jogos?

Fonte: os autores

Considerações finais

Professores que tiveram a experiência de ensinar frações sabem que o ensino desprovido de significados não promove a compreensão dos alunos, e reconhecem a necessidade de mudar. Para isso é necessário, antes de tudo, ter clareza das dificuldades de ensinar e de aprender frações, bem como dos aspectos que podem influenciar a aprendizagem dos alunos.

Nesta oficina buscamos promover e estimular o debate acerca de aspectos que podem influenciar a compreensão dos alunos sobre as frações, com foco na importância dos contextos, conceitos e de equivalência de frações na elaboração de tarefas para sala de aula o que pode ajudar os alunos a produzirem significados para os números racionais.

Entretanto, o universo de questões acerca do ensino e aprendizagem de frações é mais amplo e contém outros aspectos que devem ser considerados: a necessidade de explorar grandezas discretas e contínuas nos problemas envolvendo frações; de discutir a importância da equivalência entre frações para justificar suas operações; de enfatizar que a fração é apenas uma das representações de um número racional; de trabalhar com as diferentes representações de um mesmo número racional (fracionária, decimal, percentagem, pictórica) e o estabelecimento de equivalência e de relações entre essas representações; de investigar qual representação é mais adequada para o contexto de um problema; de discutir o

desenvolvimento de estratégias para o cálculo mental dos alunos no trabalho com números racionais, dentre outros.

Desenvolver um ensino que promova compreensão do sentido das frações é um compromisso que precisamos assumir se estamos interessados que nossos alunos considerem o estudo das frações como um estímulo, e não como um obstáculo para aprender Matemática.

Referências

BEHR, M. J.; LESH, R.; POST, T. R.; SILVER, E. A. Rational-Number Concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Orgs.) **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983.

KIEREN, T. E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Org.). **Number and measurement: Papers from a research workshop**. Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC, 1976

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding** – Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 3th edition. Routledge. New York and London, 2012.

LESH, R., POST, T., & BEHR, M. Proportional Reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Orgs.) **Number Concepts and Operations in the Middle Grades** (pp. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics, 1988.

ONUCHIC, L.R, ALLEVATO, N. S. G. As Diferentes ‘Personalidades’ do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Bolema**, Rio Claro (SP), ano 21, n. 31, 2008, p. 79 – 102.

ROMANATTO, M. C. **Número racional**: relações necessárias a sua compreensão. 1997. 158 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.

_____. Número Racional: uma teia de relações. **Zetetiké**. Cempem – FE/Unicamp, v. 7, n. 12, p. 37-49, jul./dez. 1999.