



MODELAGEM MATEMÁTICA NOS DIFERENTES NÍVEIS DE ENSINO: UMA PERSPECTIVA

Dionísio Burak

Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná – Guarapuava, PR

Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, PR

dioburak@yahoo.com.br

Resumo:

Este trabalho tem por escopo caracterizar, segundo ponto de vista do autor, as formas também distintas de abordar a Modelagem Matemática nos diversos níveis de ensino: Educação Básica envolvendo Ensino Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio e Universitário. No âmbito do ensino superior, foca mais especificamente nos cursos de Licenciatura em Matemática. Descreve aspectos pedagógicos e formativos vivenciados em experiências no âmbito do Ensino Fundamental e Médio que considera importantes para a formação de um estudante para fazer frente às situações do dia a dia neste século XXI. No que tange a Licenciatura em Matemática, coloca seu entendimento do que deveria ser o trabalho com a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Ensino e Aprendizagem. Educação Matemática

Introdução

A Modelagem Matemática, ao longo das últimas três décadas, tem se constituído em uma promissora tendência metodológica para o ensino de Matemática. No entanto, em vista de suas origens vinculadas à Matemática Aplicada, a Modelagem Matemática sofre ainda um processo de busca de identidade própria como uma metodologia de ensino, pois consideramos que há uma grande diferença entre aplicar Matemática e construir o conhecimento matemático. De um lado, a aplicação parte de um pressuposto de já conhecer o conteúdo matemático, busca-se, então, aplicá-lo às situações do nosso dia a dia como é o caso de modelos de dinâmica de crescimento populacional utilizando, por exemplo, conteúdos do cálculo e equações diferenciais. De outro lado, construir o conhecimento matemático envolve outra forma de olhar a Modelagem

Matemática. Ela tem implicações não somente com a Matemática, mas com outras áreas do conhecimento, principalmente aquelas áreas que dão sustentação à Educação.

Uma trajetória histórica da modelagem matemática

No Brasil, essa forma de conceber a Modelagem Matemática com esse propósito de construção do conhecimento matemático teve início na década de 80. Embora, já se tenha noticiado a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula anteriormente, entendo que era a visão de aplicação em algumas áreas do cálculo.

Outro acontecimento nas décadas de 1970-1980, também contribuiu para que a Modelagem Matemática pudesse ser concebida, vista e entendida de diversas formas, sob distintos pontos de vistas: da sociologia, da psicologia, da matemática e também da epistemologia. Esse acontecimento foi denominado de *Movimento da Educação Matemática* sendo considerado o momento da sua eclosão, fruto de discussões que se faziam em torno do assunto desde o século XIX. A Educação Matemática, como uma área prioritária da educação, tem possivelmente início com Dewey (1895-1952) com sua obra *Psicologia do Número*, perpassando por vários matemáticos e psicólogos, não sem as polêmicas estabelecidas entre matemáticos e educadores em função de os primeiros não considerarem certos aspectos considerados importantes pelos educadores. No entanto, o passo mais importante para se estabelecer a Educação Matemática como uma disciplina foi dado, segundo D'Ambrósio (2004, p.71), por Felix Klein, eminente matemático alemão com a publicação do livro *Matemática Elementar sob o ponto de vista avançado*, em 1908.

A Educação Matemática, segundo D'Ambrosio (2004, p. 72), como uma subárea da Matemática e da Educação, consolidou-se em 1908, no Congresso Internacional de Matemáticos, ocorrido em Roma, com a fundação da Comissão Internacional de Instrução matemática – conhecida pelas siglas IMUK/ICMI, liderada por Felix Klein e tendo como veículo de divulgação a revista *L'Enseignement Mathématique*. Ainda na perspectiva da época, a investigação em educação se apresentava com um caráter sistemático e rigoroso, com ênfase no tratamento estatístico, fazendo, conforme D'Ambrósio (2004), surgir e intensificar na modernidade a pesquisa quantitativa.

A preocupação emergente com o ensino de Matemática foi razão para que, em 1915, fosse instituída, segundo D'Ambrósio (2004, p.72), a Mathematical Association

of América (MAA), direcionada para o ensino superior e, em 1920, fosse fundado o Nacional Council of Teachers of Mathematics (NCTM) destinado aos níveis secundário e elementar.

O movimento matemática moderna considerado como um movimento da educação matemática

Após a deflagração Segunda Guerra Mundial houve um significativo desenvolvimento do que se chamou Educação Matemática, cuja proposta era a renovação curricular embasada em teorias psicológicas, entre as quais a Teoria Psicogenética de Jean Piaget. Em 1951, foi criado, nos Estados Unidos, o projeto University of Illinois Committee on School Mathematics, sob a liderança de Max Bieberman o qual teve repercussão internacional. Em 1958, de acordo com D'Ambrósio (2004, p.72), surgiu o School Mathematics Study Group (SMSG) na Stanford University, sob a liderança de Edward Begle, projeto este que viria ter a maior repercussão de todos e ficou conhecido nos EUA como New Math. Este movimento no Brasil ficou conhecido como Movimento Matemática Moderna ou MMM. O Movimento da Matemática Moderna foi um movimento internacional do ensino de matemática que surgiu na década de 1960 e se baseava na formalidade e no rigor dos fundamentos da teoria dos conjuntos. Este Movimento conhecido como Matemática Moderna é considerado por muitos estudiosos como um Movimento da Educação Matemática.

Movimento educação matemática

Outro movimento denominado Movimento Educação Matemática ensejava prioritariamente preocupações com a Filosofia da Matemática e com o ensino e a aprendizagem de Matemática, e pode-se considerar que se constituía em um movimento de oposição ao Movimento Matemática Moderna. Embora não seja objeto de estudo neste momento, considero importante trazer, ainda que de forma superficial informações que caracterizam esses movimentos para buscar também respostas às formas distintas de se ver a Modelagem Matemática. No caso do Movimento Matemática Moderna, os propósitos, conforme Fiorentini (1995, p.13) eram: unificar os três campos da matemática tendo como elementos de integração a Teoria dos Conjuntos, as Estruturas Algébricas e Relações e Funções; dar mais ênfase aos aspectos estruturais e lógicos da matemática; o ensino de 1º e 2º graus à época deveria refletir o espírito da matemática

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

contemporânea mediado pela algebrização. Isso configurava, segundo Kline (1976), como um dos opositores à New Math, uma visão internalista da Matemática em que se enfatizava o uso preciso da linguagem, bem como o rigor e as justificativas das transformações algébricas através das propriedades estruturais.

Nessa forma de ensinar, a Matemática perde um tanto de seu papel de formadora da “disciplina mental” como do seu caráter pragmático de ferramenta para a resolução de problemas. Conforme Fiorentini (1995, p. 14), “essa formação visava não a formação do cidadão em si, mas a formação do especialista matemático”.

A Educação Matemática, com perspectiva para o ensino e a aprendizagem, busca meios e formas para uma prática pedagógica para o ensino de Matemática que favoreça a aprendizagem da matemática escolar. A perspectiva da educação matemática que se tenta disseminar visa à formação de um cidadão crítico, capaz de tomar decisões, desenvolver sua autonomia valendo-se, para isso, das ações de ensino, com o concurso de outras áreas do conhecimento, dentre elas: as Psicologias Cognitivas, a Sociologia, a Filosofia e a Antropologia e a Língua Materna, além da Matemática.

Essa mudança é, sobretudo, paradigmática entendida, segundo Thomas Kuhn (1987), como as realizações científicas que geram modelos que, por período mais ou menos longos, orientam os estudos e pesquisas partilhados por uma comunidade científica. É nessa perspectiva que firmamos nosso entendimento de Educação Matemática concernente ao que Santos (2006) afirma sobre a espécie de emergência de um novo paradigma, contrário à Ciência Moderna que se manteve unitária. Trata-se de um paradigma que, de acordo com Burak e Klüber (2008), comporta a pluralidade de visões e formas distintas de conhecimento.

Dessa forma, como consequência dos entendimentos da maneira de ver e conceber a Educação Matemática, é admissível também compreender as distintas formas de se compreender, pesquisar e fazer modelagem matemática, inclusive a própria expressão utilizada pelas diversas comunidades da modelagem matemática.

Assim, as práticas de Modelagem Matemática nos diversos níveis de ensino podem ter formas distintas de serem realizadas, conforme os objetivos a que se propõe.

Dessa forma, as maneiras de apresentar a Modelagem Matemática nos diversos níveis de ensino, passa pela concepção de Modelagem Matemática. Nesta apresentação

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

trago uma concepção de Modelagem Matemática na Educação Matemática na perspectiva das Ciências humanas e Sociais, cuja preocupação primeira se dá em relação ao ensino visando à aprendizagem da Matemática.

Quando se fala em Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática refere-se a uma Modelagem em que se levam em consideração as áreas que dão sustentação à Educação, tais como: Sociologia, Psicologia, Filosofia, Antropologia e uma epistemologia do conhecimento que envolve a complexidade do conhecimento na perspectiva de Morin (2006) e o paradigma da Pós-modernidade de Santos (2006).

Modelagem matemática na educação infantil e os primeiros anos do ensino fundamental

A Modelagem Matemática nesses níveis de ensino deve primar por favorecer a formação das ideias e conceitos matemáticos. Esse é um momento escolar em que se deve privilegiar a construção do conhecimento matemático e para isso a utilização da linguagem é fundamental, pois ainda a forma simbólica está sendo construída na estrutura cognitiva dos estudantes desta fase de ensino. Assim muitas atividades envolvendo a modelagem podem ensejar as ideias de lateralidade, formas, ideias de seqüências, ideia de padrões, a formação do conceito de número, ideias de classificação e ordenação.

Um exemplo de atividade desenvolvida com este nível de ensino foi a partir do tema brincadeiras infantis. A escolha da brincadeira de roda ensejou inicialmente pela conformação da ideia de circunferência de círculo, a ideia de curva fechada, a ideia de movimento horário e anti-horário. Além dos aspectos lúdicos e socializador das brincadeiras, elas promovem a desinibição, muito comum nas crianças bem como a dicção e postura, enfim a formação da identidade de cada um dos participantes.

Outro fator de que considero importante é a possibilidade de a atividade desenvolver outros aspectos fundamentais para a formação, tais como o ritimizar a música das cantigas, a coreografia a dramatização, os gestos que envolvem tempo e harmonia. Seguir as regras estabelecidas se constitui em aspectos formativos. As brincadeiras ainda promovem a possibilidade de se envolver outras áreas como a língua materna, o folclore, a cultura e a tradição de muitas regiões e de povos. Portanto, a história, a geografia, a ciência, a antropologia podem ser utilizadas como parte de uma

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

visão, mais abrangente, mais global. As brincadeiras podem também se constituir em uma forma de integração e inclusão, desenvolvem a capacidade de raciocinar, julgar, de estabelecer consensos, de argumentar entre outras. As brincadeiras e jogos têm respaldo nas teorias de Vygotsky, Piaget, Wallon e Bettelheim. É importante compreender as atividades lúdicas na Educação Infantil, sob o ponto de vista conceitual histórico, psicológico, cultural e também educativo, pois se constitui em um elemento potencializador do trabalho do professor.

Nos anos finais do Ensino Fundamental a Modelagem Matemática, ainda mantém muitos dos aspectos anteriores, mas buscando a construção do conhecimento matemático sem se descuidar dos outros aspectos envolvidos em uma prática educativa de qualquer disciplina: a formação integral, perceber as situações não apenas na visão de uma disciplina, mas a possibilidade de ruptura com a visão linear. Muitos trabalhos em nível de especialização foram realizados, mas destacaria um dos trabalhos realizados na Escola Santa Cruz de Nazaré – Guarapuava, envolvendo 17 turmas. O tema foi Coleta de Lixo. Tema: Perfil do Bairro Santa Cruz Tema: Urbanização do Bairro de Santa Cruz. O trabalho com Modelagem Matemática nesta escola durou aproximadamente dois anos, envolvendo todas as classes dos anos iniciais, incluindo uma classe especial. O tema que apresento com uma breve descrição: a Coleta de Lixo.

Tema: Coleta de lixo

Este tema surgiu do interesse dos estudantes ao realizarem as discussões sobre meio ambiente, o geral para a escola. Cada turma poderia optar por um subtema. Assim, surgiram os seguintes subtemas: Animais domésticos, Urbanização do bairro, Estudo das Tartarugas, Horta Escolar, Perfil do Bairro.

A discussão sobre a coleta de lixo foi aventada, pois os professores sempre estavam solicitando aos estudantes que utilizassem os cestos próprios para o lixo, papel de bala, copos, palito de sorvete, latas de refrigerantes, copos de água de plástico, papel de propaganda, etc. Decidiram por realizar a coleta no bairro onde se localizava a escola. Tal decisão foi provocada por narrativas dos estudantes que ao passarem por terrenos baldios, se depararam com ratos e outros animais mexendo em lixo, colocado em pacotes, ou simplesmente jogado nesses terrenos. A ideia inicialmente restrita a uma

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

turma do 4º ano, logo se disseminou entre as outras turmas da escola e passou ao tema da escola. As discussões levantaram vários problemas advindos da situação encontrada no bairro - o perigo da dengue, as notícias sobre a cólera, a infestação em algumas residências por escorpião, aranhas e pernilongos entre outros. Foi marcada uma data para a operação coleta de lixo que envolveu 400 alunos, 32 professores e funcionários da escola. Alguns estudantes foram até a Secretaria de Saúde verificar se havia alguma campanha em andamento e receberam folhetos para serem distribuídos no dia sobre a dengue e a cólera. Um fato importante a destacar é que ficou decidido que enquanto um grupo fazia a coleta outro grupo entrevistava os moradores com uma série de questões que envolviam as situações de melhoria do bairro, como esgoto, água encanada, calçamento, número de pessoas de cada residência, questões relativas ao desemprego. A escola recolheu em torno de meia tonelada de lixo reciclável. O dinheiro auferido com a venda do material possibilitou à escola a compra de alguns livros, como enciclopédia livros que envolvem natureza, animais e principalmente tartaruga, manuais de como fazer e cuidar de horta, livros paradidáticos de geografia, história e ciências para auxiliar no processo de ensino e na pesquisa, pois complementam e enriquecem os materiais didáticos, compra de material para as aulas de educação física e recreação dos estudantes.

As atividades, além dos conteúdos matemáticos proporcionados pelos próprios materiais recolhidos, suscitaram trabalhos diferenciados com os conteúdos matemáticos, favorecendo a ideia de classificação e ordenação, conceito de número, as unidades de medidas de massa e volume, a unidade de comprimento na estimativa do comprimento das ruas, a ideia de perímetro e área, as operações com números inteiros e decimais, sistema monetário, ideia de porcentagem, a ideia de proporcionalidade direta, a ideia intuitiva de funções entre outros conteúdos proporcionados pelos problemas levantados.

A ideia de função envolvia o valor do quilo de papel branco que era R\$ 0,30 e do jornal que valia R\$ 0,10 por quilo. Como havia dois tipos de papel branco e jornal, esses materiais foram classificados separadamente. Papel branco 53 quilos e papel jornal 67 quilos.

A ideia de função foi trabalhada a partir da proporcionalidade direta, mostrando que, para cada quilograma de jornal aumentava R\$ 0,10 no valor a ser recebido pelos

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

estudantes e a ser pago pelo comprador. Assim, 1kg vale 0,10, 2kg valem, 0,20, 3kg valem 0,30... 10kg valem 1,00 e, assim por diante.

Ainda, para o trabalho com a ideia de função foram discutidas a ideia e conceitos de quantidades contínuas e discretas, a partir dos elementos da sala de aula, de atividades do cotidiano dos estudantes, de forma bastante intuitiva. Dessa forma, os objetos que se podem contar como: carteiras, cadeiras, carros, bicicleta, utensílios domésticos pratos, talheres são exemplos de quantidades discretas, enquanto que aquilo que se pode medir tais como: líquidos, temperatura e comprimento são chamados de quantidades contínuas, pois podem variar em todos os pontos de um determinado intervalo, por exemplo, entre as temperaturas, em graus Celsius, de 10°C até 15 ° C a temperatura varia em todos os pontos do intervalo entre 10°C e 15°C. Para medir um comprimento de 10 cm até 25 cm, todos os pontos do intervalo entre 10 e 25cm são percorridos. Algumas situações foram discutidas e a ideia de que o aumento ou diminuição de uma quantidade de jornal implica em maior ou menor valor recebido ficou plenamente compreendida.

Voltando às funções, buscou-se ir aos poucos traduzir a linguagem corrente em linguagem simbólica. Assim, para uma quantidade de n quilogramas de jornal o preço a ser recebido (pela escola) é igual ao preço de cada quilo pela quantidade de quilos. O preço a ser pago por n quilos de jornal é igual ao preço de um quilo multiplicado por n quilos. Conforme a compreensão do grupo possibilitava, buscávamos traduzir a linguagem corrente em linguagem simbólica para $P(n) = 0,10.n$ ou $P(n) = 0,10.n$

Nos últimos anos do ensino fundamental poderia ser introduzida a expressão Analítica em termos de variável dependente (preço a ser pago) e independente (a quantidade de quilos de jornal), até se chegar à expressão mais formal $y = 0,10x$ que, embora desejada, deve-se chegar como fim de um processo. Construir o gráfico dessas funções e ver outras situações que decorrem do estudo em foco. Enfim, a forma de aprofundamento deve ser decisão do professor, tendo em vista a compreensão oferecida pelos seus estudantes.



Figura 1

A atividade desenvolvida pela escola chamou a atenção e mereceu uma série reportagem por um dos jornais local, conforme figura 1.

O trabalho poderia favorecer nos anos finais do Ensino Fundamental, 6º ao 9º ano, o trabalho com equações lineares e sistemas de equações com duas variáveis, as ideias de polinômios favorecendo a formação do pensamento algébrico. No Ensino Médio esse mesmo tema poderia envolver o conceito de matriz, operações com matrizes e sistemas lineares, o aprofundamento do conteúdo de funções, o estudo de geometria espacial e plana, o estudo de geometria analítica no plano a partir de formas de embalagens.

Ainda como decorrência das entrevistas feitas pelos estudantes com os moradores do bairro da escola, foi traçado o perfil do bairro Santa Cruz e, a partir disso, foi construída a história do bairro. Uma exposição com fotos, cartas e depoimentos proporcionou, segundo a professora organizadora dessa atividade, momentos de lembranças, emoções e reencontros, durante a exposição no hall da escola. Esse trabalho propiciou uma maior interação entre os estudantes e professores, direção e corpo administrativo da escola e funcionários, pois de alguma forma todos acabaram se envolvendo. Outro aspecto importante foi a participação da comunidade que acolheu de bom grado a iniciativa da escola.

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

Dessas ações desencadeadas, foi desenvolvido um trabalho com a Modelagem Matemática com o tema: Urbanização do bairro de Santa Cruz, que consistiu em se fazer a plantio de arvores nas ruas do bairro. Este trabalho também integrou órgão da prefeitura – o viveiro que possibilitou a doação das mudas para o plantio, bem como, envolveu os moradores do bairro que ficariam responsáveis de cuidar das árvores plantadas.

Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática

No âmbito do ensino superior, destacarei a Licenciatura em Matemática a qual, em meu entendimento, ocorrem duas situações para o trabalho com a Modelagem Matemática. De modo geral, em uma dessas situações, observa-se que as ementas trazem dois enfoques distintos para a Modelagem Matemática: um enfoque em que predomina as características da Matemática Aplicada Clássica quando propõe a análise de modelos clássicos em que se sobressai o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias, Programação Linear, Ajuste de Curvas, Equações de Diferenças entre outros. Considero que esse estudo é importante como uma disciplina de Matemática Aplicada, mostrando a importância desses conteúdos nas situações de crescimento populacional, decréscimo radioativo ou na construção de modelos logísticos etc.

Nessa perspectiva, pensa-se estar tratando de Modelagem Matemática na Educação Matemática, pois este é muitas vezes o nome dado à disciplina quando, no entanto, se está aplicando, ou ensinando a aplicação desses conteúdos à evidência de um fenômeno. Essa confusão, ainda pode, em parte, ser justificada pela interpretação de o Movimento da Matemática Moderna ser considerado um movimento da Educação Matemática. No entanto, a Modelagem Matemática na Educação Matemática que estamos tratando é aquela que apresenta preocupações com o ensino e a aprendizagem, isto é em relação aos métodos de ensino, ao sujeito da aprendizagem e para isso conta com o concurso de outras áreas que dão sustentação à Educação. O desenvolvimento apenas matemático do fenômeno em estudo, em nosso entendimento diz respeito mais às aplicações da Matemática. Outro aspecto que se observa é que na mesma ementa se encontram expressões tais como: Modelagem Matemática para o “1º e 2º graus” e, também Modelagem Matemática para o Ensino Fundamental e Médio, evidenciando uma nítida desatualização em relação à nomenclatura dos níveis de ensino.

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

Outro ponto a considerar é em relação ao nome dado às disciplinas: Introdução à Modelagem Matemática, Resolução de Problema e Modelagem Matemática e outras, ainda se intitulam Modelos Matemáticos e, outra Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática. Com qual perspectiva esta modelagem está sendo tratada no âmbito da Licenciatura em Matemática? Essa é uma questão que precisa ser respondida. Essa perspectiva tem contribuído para favorecer o trabalho em sala de aula da Educação Básica? Com essa perspectiva de Modelagem, cuja preocupação parece centrar-se mais nos conteúdos da Matemática Aplicada Clássica, embora compreensível do ponto de vista dos seus seguidores, considero, muitas vezes, inócua para o trabalho futuro em sala de aula do Ensino Fundamental e Médio e, talvez, em parte, seja responsável pela dificuldade da não adoção da Modelagem Matemática na Educação Básica.

Portanto, embasado pela vivência, pelos estudos e pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática voltados aos professores da Educação Básica, seja na formação inicial ou continuada, questiono, como já fiz em outras ocasiões: que Modelagem deve ser ensinada nos Cursos de Licenciatura em Matemática? Qual o objetivo da disciplina de Modelagem Matemática no currículo da Licenciatura? Isso cabe a cada Projeto Político Pedagógico do curso definir, mas é preciso ter clareza do que se objetiva com essa disciplina.

Assim, sugiro trabalhar duas disciplinas de Modelagem Matemática. Uma para os cursos que almejam trabalhar a Modelagem na perspectiva da Modelagem Matemática como Matemática Aplicada, dando vazão aos conteúdos que envolvem a Matemática Aplicada Clássica, de acordo com o proposto por Pollak (1979), que considera pelo menos quatro formas de Matemática Aplicada. A Matemática Aplicada Clássica envolve o cálculo, as equações diferenciais ordinárias e parciais, integrais, teoria das funções entre outras. É a Matemática Aplicada à construção de um modelo, ou outra interpretação matemática que consiste em trabalhar matematicamente este modelo ou interpretação e aplicar os resultados à situação original. Essas formas de Matemática Aplicada podem incluir ainda funções, álgebra linear, a probabilidade e estatística e a computação. Comunga do mesmo pensamento, Niss (2001).

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

Outra forma para trabalhar a Modelagem Matemática na Educação Matemática, na Licenciatura em Matemática, deve levar em consideração aspectos tais como a proposta de simetria invertida, ou seja, trabalhar com os estudantes da formação inicial na perspectiva que eles o farão com seus estudantes em sala de aula da Educação Básica. Assim, nesse entendimento outros fatores devem ser agregados a esse trabalho com a Modelagem e nos anos iniciais e finais do ensino fundamental precisam pedagogicamente ter outra forma de abordagem, por alguns motivos: a faixa etária dos nossos estudantes desse nível de ensino, a fase de construção dos conceitos e conhecimento matemático que devem ocorrer levando em consideração aspectos do domínio da psicologia e, por parte de professor, clareza do que ensinar, para que ensinar quando e onde ensinar e, essas questões estão no âmbito de outras áreas do conhecimento que dão sustentação à Educação.

Assim, além da Matemática, outras áreas como a Psicologia, Sociologia, Filosofia e a Antropologia, são áreas de conhecimento que o professor deve utilizar para cumprir uma prática pedagógica capaz de favorecer o desenvolvimento do conhecimento matemático no estudante. Além desses aspectos a escolha de uma metodologia de ensino prescinde de uma epistemologia do conhecimento, uma concepção clara do que é ensino e aprendizagem e, ainda, o mais importante que considero para uma prática pedagógica é a resposta à questão: que ser pretendo formar com, meu trabalho?

Considerações sobre o exposto

Diante do exposto, entendo, portanto, que a Modelagem Matemática não pode ser aquela que tenha compromisso apenas com a aplicação, mas uma Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática que se comprometa com a construção do conhecimento matemático, que desenvolva ainda outros aspectos tão solicitados na formação dos nossos estudantes para o século XXI, autonomia, espírito crítico, criatividade, solidariedade, capaz de trabalhar em conjunto, entre outros. A Modelagem Matemática na Educação Matemática na perspectiva das Ciências Humanas e Sociais que persegue não a disciplinarização, mas reagrupar os saberes para a busca de uma maior compreensão das coisas e do universo. A contextualização é um caminho visto que nada acontece separado. O mundo atual não comporta a conhecimento

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

especializado. Um bom exemplo de conhecimento especializado são as ciências econômicas fundamentadas na matemática e na lógica e há muitos anos os economistas não conseguem prever as crises, pois, segundo Morin (2006), esqueceram-se que muitos aspectos interferem em uma crise: os sentimentos, os medos, e os desejos. A esse propósito, Drucker (1999) em Sakitani (2010, p.2), afirma que “a incerteza na economia, na sociedade e na política – é enorme, o que torna quase inúteis os tipos de planejamento ainda utilizados pela maioria das empresas”. Ele está entre os autores que falam sobre a necessidade de uma nova maneira de pensar.

E ainda com relação a esse modelo de pensamento, encontramos em Sakitani (2010, p. 2), que no livro *Pedagogia Waldorf*, de Lanz (2005), há um comentário sobre a crise educacional: “Os valores institucionalizados que as escolas adotam são predominantemente de natureza quantitativa. As escolas apresentam aos alunos um mundo onde tudo é mensurável, inclusive os seres humanos e suas fantasias. A escola se propõe a dividir o conhecimento em blocos separados, e os apresenta como algo pré-fabricado e em escala internacional”.

A Modelagem na Educação Matemática que se alinha à perspectiva das Ciências Humanas e Sociais e na complexidade do conhecimento considerando as perspectivas e suas especificidades podem favorecer uma nova forma de ver o mundo e os fenômenos, bem como o ensino de Matemática, mas, isso não acontecerá sem que mudemos nossa forma de pensar. São essas, segundo meu entendimento, as perspectivas desejáveis para o trabalho com a Modelagem Matemática nos diversos níveis de ensino.

Referências

BURAK, D. ;KLUBER, T.E. . Educação matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. **Acta Scientiae** ULBRA,v.10, p.93-106, jul-dez, 2008.

D´AMBROSIO et al.. Algumas notas históricas sobre a emergência e a organização da pesquisa em educação matemática nos Estados Unidos e no Brasil. In: MIGUEL, A et al., Educação Matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, nº27, Set/Out/Nov/Dez.2004, p.70-73.

DEWEY,J. Algumas observações sobre a Psicologia do número.In: **Os primeiros trabalhos de John Dewey 1882-1898**, vol. 5 (1895-1898. Editado por Jo Ann Boydston.Carbondale & Edwardsv: Southern Illinois University Press (1972).

DRUCKER, P. **Administrando em tempos de grandes mudanças**. São Paulo: Pioneira, 1999.

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática. Campinas: **Zetetiké**, Ano 3, n.4, 1995, p.1-16.

KLINE, Morris. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.

KUHN, T.S.. **A estrutura das revoluções científicas**. 2 ed. São Paulo: Perspectiva, 1987.

LANZ, R. **A pedagogia Waldorf**. São Paulo: Antroposófica. 2005

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. 11ed. São Paulo, Cortez: 2006.

NISS, M. Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and modelling. In: MATOS, J. F.; BLUM, W.; HOUSTON, S. K. Houston.; CARREIRA, S. P. **Modelling and mathematics education – ICTMA 9: Applications in science and technology**. Chichester: Horwood Publishing, 2001, p. 72-88.

POLLAH, H.O.. La interaccion entre la matematica y otras disciplinas escolares. In: Nuevas tendencias em la enseñanza de la matemática. **UNESCO**, cap.XII, v.IV, 1979, p 265-278.

SAKITANI, N. O mundo está em mudança: precisamos do pensamento complexo. **Revista BSP**, 2010. Disponível em: <http://www.revistabsp.com.br/educacao-novembro-2010/o-mundo-esta-em-mudanca-precisamos-do-pensamento-complexo/> Acesso em 23 de jul. 2014.

SANTOS, B. de S. **Um discurso sobre as ciências** .4.ed. São Paulo: Editora Cortez, 2006.

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS DIFERENTES NÍVEIS DE ENSINO

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Londrina
karinapessoa@gmail.com

Resumo:

Discussões acerca da utilização da modelagem matemática em sala de aula nos diferentes níveis de ensino têm permeado ambientes acadêmicos, sejam em cursos de formação de professores, cursos de formação continuada de professores e em eventos nos quais grupos de trabalho e minicursos são ofertados. Cabe destacar que o nível de ensino não é responsável pelo impedimento de trabalhar com atividades de modelagem matemática em sala de aula. Neste sentido, nosso objetivo com a Mesa Temática é apresentar algumas possibilidades de trabalhos com modelagem matemática nos diferentes níveis de ensino.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem Matemática, diferentes níveis de ensino.

Nosso entendimento sobre modelagem matemática

Ao nos remetermos à Modelagem Matemática, estamos nos referindo a atividades que têm como ponto de partida uma situação inicial (problemática) e como ponto de chegada uma situação final (solução para a situação inicial); para tanto, são utilizados procedimentos que definem estratégias de ação do sujeito envolvido com a atividade em relação à situação problemática. Almeida, Silva e Vertuan (2012) identificam elementos que, de modo geral, se fazem presentes em atividades de modelagem. Segundo os autores,

[...] o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.17).

Almeida e Ferruzzi (2009), afirmam que uma atividade de modelagem requer do aluno a formulação de um problema e a definição de metas para sua resolução, a definição de hipóteses, a formulação de previsões e a apresentação de explicações e

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

respostas para a situação em estudo bem como a comunicação destas respostas e/ou explicações para outros. Neste sentido, Almeida e Silva (2012), consideram que

[...] um aspecto importante numa atividade de modelagem matemática é a necessidade de os próprios alunos, a partir de uma situação-problema não matemática, fazerem a associação com conceitos e/ou procedimentos matemáticos capazes de conduzir a uma solução para o problema e possibilitar a sua análise (ALMEIDA; SILVA, 2012, p. 627).

Embora a construção de um modelo matemático seja importante em uma atividade de modelagem matemática, esta não é considerada como o fim deste tipo de atividade, mas como uma alternativa que pode permitir uma compreensão mais global sobre a situação investigada e a Matemática utilizada.

O modelo matemático, em atividades de modelagem, segundo Borromeo Ferri (2006), constitui uma representação externa, cujas declarações dos envolvidos estão em um nível matemático. Nesse sentido, o modelo matemático corresponde à representação matemática da situação-problema que o originou.

Almeida, Silva e Vertuan (2012), caracterizam um modelo matemático como

[...] um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

Dependendo da situação-problema e do problema propostos para o estudo em uma atividade de modelagem, diferentes modelos matemáticos podem ser explicitados e diferentes discussões podem ser elucidadas para tentar identificar qual deles melhor representa a situação/discussão em estudo. É importante se ter em mente que ao se trabalhar com a obtenção de modelos matemáticos, interessa-se também pela compreensão da Matemática envolvida na obtenção de tal modelo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática apontam aspectos da investigação e compreensão em Matemática que devem ser contempladas no ensino:

[...] identificar o problema; procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; formular hipóteses e prever resultados; selecionar estratégias de resolução de problemas;

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades (BRASIL, 1999, p. 259).

Tais aspectos, de modo geral podem ser observados durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, a qual, segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, leva o aluno a mobilizar uma variedade de procedimentos, tais como:

[...] selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado e matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda a situação real (BRASIL, 2006, p. 85).

A literatura em geral que trata da utilização de atividades de modelagem matemática na sala de aula aponta a necessidade de adequação dessas atividades ao contexto escolar.

Ao investigar uma situação-problema em uma atividade de modelagem matemática, professor e alunos não sabem de antemão os conteúdos matemáticos de que farão uso. No entanto, como são os alunos que conduzem a investigação e utilizam, geralmente, os conhecimentos que têm de Matemática, é possível obtermos diferentes abordagens para um mesmo problema e um mesmo conjunto de informações. Isso vem ao encontro da ideia de que o modelo matemático construído é, na verdade, *uma* representação da realidade sob a ótica daqueles que investigam a situação. Logo, se abordada no Ensino Fundamental esta se moldará a esse nível de ensino e, o mesmo é válido, para o Ensino Médio e o Ensino Superior. Discutir alguns destes encaminhamentos é objetivo nesta Mesa Temática.

Na edição anterior do Encontro Paranaense de Educação Matemática (XI EPREM) os trabalhos aprovados para serem apresentados foram organizados segundo linhas de pesquisa. Dentre elas, foi proposta a linha de pesquisa Modelagem Matemática da qual realizamos a busca de trabalhos para identificar aqueles que

apresentam atividades de modelagem propostas ou desenvolvidas em diferentes níveis de ensino.

Sobre os trabalhos referentes à modelagem matemática presentes no XI EPREM

A linha de pesquisa 3 – Modelagem Matemática – do XI EPREM, realizado em 2011 na cidade de Apucarana, contou com a apresentação de 14 trabalhos, sendo oito comunicações científicas e seis relatos de experiência. Destes trabalhos, nove apresentaram de forma explícita atividades de modelagem desenvolvidas ou propostas para diferentes níveis de ensino.

No que tange o Ensino Fundamental, dois trabalhos apresentaram descrição de atividades:

- *Modelagem Matemática: uma experiência no curso de formação de professores para as séries iniciais de escolarização* – apresenta o envolvimento de alunos do curso de Formação de Docentes para a Educação Infantil e Séries Iniciais do Ensino Fundamental com uma atividade de modelagem matemática;
- *O uso de vídeos como instrumento pedagógico de apoio às atividades de Modelagem Matemática* – apresenta resultados de pesquisa com alunos do nono ano do Ensino Fundamental quando envolvidos com diferentes atividades de modelagem desenvolvidas com o apoio de vídeos educativos.

Com relação ao Ensino Médio, cinco trabalhos com descrição de atividades foram apresentados na edição do XI EPREM, sendo que três deles correspondem a propostas de atividades de modelagem a serem desenvolvidas na Educação Básica. Tais propostas foram realizadas por acadêmicos ou professores do Ensino Superior. Os trabalhos apresentados com foco no Ensino Médio:

- *Uma nota sobre modelagem matemática no ensino de Matemática* – apresenta duas atividades desenvolvidas por alunos do Ensino Médio nas quais trabalharam com sistemas de equações lineares com o auxílio de recursos computacionais;
- *O tabagismo: uma abordagem por meio da modelagem matemática* – propõe o desenvolvimento de uma atividade de modelagem por meio de uma abordagem

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

do conteúdo funções utilizando como situação-problema o tabagismo e suas interferências econômicas;

- *Modelagem matemática empregada na obtenção de alturas inacessíveis: relato de tarefa aplicada aos alunos do Ensino Médio* – relatam-se atividades de modelagem desenvolvidas por alunos do segundo ano do Ensino Médio mobilizados a escolher qualquer objeto com altura inacessível na escola e determinar a sua altura;
- *Modelagem matemática e perspectiva sócio-crítica: uma proposta de atividade* – propõe uma atividade de modelagem que envolve conteúdos do Ensino Médio (função do segundo grau e função exponencial) referente ao consumo de água levando em consideração a quantidade de água presente no mundo. Além disso, é feita uma abordagem segundo a perspectiva sócio-crítica da modelagem;
- *Modelagem matemática e meio ambiente: uma proposta de conscientização nas aulas de matemática* – é feita uma proposta de desenvolvimento de atividade de modelagem no Ensino Médio sob o tema emissão de CFCs no Brasil.

Dois trabalhos versam sobre atividades de modelagem denotadas para o Ensino Superior:

- *A “realidade” em uma atividade de modelagem* – apresenta uma investigação acerca da realidade em uma atividade de modelagem desenvolvida por alunos do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática sobre a vazão de uma torneira em relação ao seu grau de abertura;
- *Aspectos epistemológicos da previsão de fenômenos: um estudo usando modelagem matemática* – descreve de forma abreviada uma atividade de modelagem em que o fenômeno em estudo é analisado com o uso de uma série de MacLaurin.

Os demais cinco trabalhos relatam sobre pesquisas referentes ao ensino de função por meio de uma atividade de modelagem em um curso de extensão para professores de Matemática; discussões sobre o currículo em Curso de Modelagem com Professores da Educação Básica; análise teórica dos trabalhos presentes no IV Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática; articulações entre Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade na Educação Básica e uma pesquisa referente à

explicitação de dificuldades relativas à efetivação da Modelagem Matemática enquanto uma metodologia de ensino e aprendizagem da Matemática no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O levantamento e as descrições sucintas destes trabalhos nos possibilitam inferir e afirmar que *sim* é possível trabalhar com atividades de modelagem nos diferentes níveis de ensino.

Em pesquisas que realizamos (SILVA; VERTUAN, 2009, FERRUZZI; VERTUAN; SILVA; ALMEIDA, 2010, SILVA; VERONEZ, 2010, SILVA, 2013) apresentamos atividades de modelagem que, a partir de um problema, podem ser trabalhadas em diferentes níveis de ensino dependendo do entendimento que se tem sobre modelo matemático, da orientação realizada pelo professor, dos registros de representação que se fazem presentes e, principalmente, dos conhecimentos matemáticos referentes ao nível de ensino.

Nesta Mesa Temática, com foco nos diferentes níveis de ensino, nos encorajamos a tratar dos registros de representação que se fazem presentes e que podem representar modelos matemáticos da situação em estudo. Para tanto nos embasamos na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Registros de representação semiótica

Representar surge da necessidade de tornar algo presente; algo que existe e que necessite da representação para ser acessado. A comunicação em Matemática é feita basicamente por meio de representações. Uma característica que se destaca em atividades matemáticas é o uso de diversos sistemas de representação. Duval (2004) afirma que não há um conhecimento que uma pessoa possa mobilizar sem uma atividade de representação. Segundo esse autor, as representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento.

Para designar os diferentes tipos de representação semiótica utilizados em Matemática, Duval (2003), utiliza a expressão 'registros de representação semiótica'.

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

Um sistema semiótico é considerado um registro de representação se atende a três atividades cognitivas fundamentais: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

Para que uma representação seja identificável é necessário, a partir de um registro de representação, saber qual é o objeto matemático que está sendo representado. O tratamento ocorre quando há transformações de representações dentro de um mesmo sistema de registros. A conversão corresponde a transformações de representações onde há mudanças de sistemas de registros, conservando o objeto matemático estudado.

Além da realização da conversão de um registro de representação para outro, Duval (2004) considera que a conceitualização do objeto matemático em estudo ocorre quando há uma coordenação entre os registros, ou seja, é quando há a compreensão de que os diferentes registros referem-se ao mesmo objeto matemático e podem se complementar no sentido de que um registro pode expressar características ou propriedades do objeto matemático que não são expressas com clareza em outro registro.

Levando em consideração que a modelagem é uma prática na qual o conhecimento é construído por meio das interações sociais do aluno, e tais interações são subsidiadas por representações, consideramos que esta estratégia possibilite a coordenação entre os diferentes registros de representação.

No decorrer do desenvolvimento de uma atividade de modelagem são vários os registros utilizados pelos alunos (textos, tabelas, gráficos). Segundo Duval (2003), “[...] é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática, e não o inverso” (p.22).

Algumas considerações

Frente ao entendimento de que uma atividade de modelagem matemática compreende a busca de uma representação matemática para um fenômeno e frente a ideia de que a atividade de modelagem é realizada, essencialmente, pelos alunos com orientação dos professores, é que se considera que tal atividade adquire o que por ora se designa de um ‘sentido muito seu’, muito próprio daquele contexto em que se dá sua realização.

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

Neste sentido, a investigação da situação-problema toma um encaminhamento que depende das experiências e dos conhecimentos dos envolvidos com a situação. Além disso, nem professor nem alunos sabem, de antemão, os conteúdos matemáticos de que farão uso. Isso contribui para que diferentes conteúdos matemáticos emirjam, dependendo dos interesses de quem modela e do professor em sala de aula. Assim, entende-se que o modelo matemático construído é, na verdade, ‘uma’ representação construída sob a ótica daqueles que investigam a situação.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria**, v. 2, p. 117-134, 2009.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de Modelagem Matemática: um olhar sobre os modos de inferência. **Ciência & Educação**. *Unesp*, v. 18, n. 3, p. 623-642, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BORROMEO FERRI, R. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o ensino médio – Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília, 1999.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papyrus, p. 11-34, 2003.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Tradução de Myriam Vega Restrepo. Colômbia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, 2004.

ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, EPREM, 12, 2011, Apucarana. **Anais...** Apucarana: Faculdade de Apucarana/Faculdade de Ciências Econômicas de Apucarana, 2011.

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

FERRUZZI, E. C.; VERTUAN, R. E.; SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Possibilidades de desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática em diferentes níveis de escolaridade. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM, 10, 2010, Salvador. **Anais...** Salvador - BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. v. 1. p. 1-11.

SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática: possibilidades do uso de diferentes registros de representação em diferentes níveis de escolaridade. In: SEMANA ACADÊMICA DE MATEMÁTICA, 2, 2013, Cornélio Procópio. **Anais...** Cornélio Procópio: UTFPR, 2013. v. 1. p. 1-7.

SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D.. Atividades de Modelagem Matemática: diferentes abordagens para diferentes níveis de escolaridade. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, EPMEM, 4, 2010, Maringá. **Anais...** Maringá: UEM, 2010. v. 1. p. 1-11.

SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. Decaimento radioativo: diferentes abordagens em uma atividade de Modelagem Matemática. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, EPREM, 10, 2009, Guarapuava - PR. **Anais...** Guarapuava: UNICENTRO, 2009. v. 1. p. 136-153.